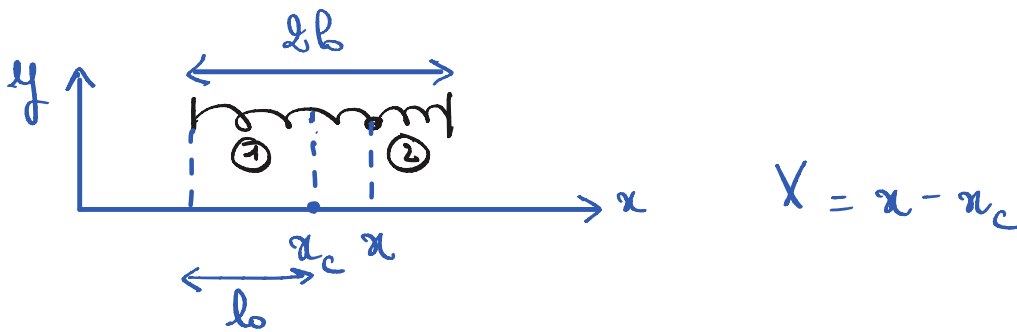


TP15 : Accéléromètre



Q1. $\vec{T}_1 = -k(l_1 - b) \vec{u}_x$ $\vec{T}_2 = +k(l_2 - b) \vec{u}_x$

$\vec{T} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = -k(l_1 - b - l_2 + b) \vec{u}_x$ $l_2 = 2b - l_1$

$\vec{T} = -k(2l_1 - 2b) \vec{u}_x = -2k \underbrace{(l_1 - b)}_{x - x_c = X} \vec{u}_x$

$$\vec{T} = -2kX \vec{u}_x$$

Q2. Système : {masse mobile} Réf : terrestre supposé galiléen

Bdf selon On : $\vec{T}$ et force de frottement

PFD : $m\ddot{x} = -2kX - \alpha \dot{X}$ $X = x - x_c \Rightarrow \ddot{x} = \ddot{X} + \ddot{x}_c$

$m\ddot{X} + \alpha \dot{X} + 2kX = -ma_c$

Forme canonique : $\ddot{X} + \frac{\alpha}{m} \dot{X} + \frac{2k}{m} X = -a_c$

OHA, on pose $\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}}$ et $\frac{\omega_0}{Q} = \frac{\alpha}{m}$

$$Q = \frac{\sqrt{2km}}{\alpha}$$

Q3. ω_0 : pulsation propre, en rad. s^{-1} = pulsation des oscillations non amorties (sans $\vec{F}$)

Q : facteur de qualité, sans dimension = caractérise l'amortissement
plus Q est grand, moins le système est amorti

Q4. Régime sinusoïdal forcé : $X(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$ en régime établi.

Q5. On passe en complexe :

$$\ddot{X} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{X} + \omega_0^2 X = -a_c \text{ devient : } -\omega^2 \underline{X} + j\omega \frac{\omega_0}{Q} \underline{X} + \omega_0^2 \underline{X} = -\underline{a_c}$$

$$\underline{X} = \frac{-\underline{a_c}}{(\omega_0^2 - \omega^2) + j\frac{\omega\omega_0}{Q}}$$

$$X_m = |\underline{X}| = \frac{a_m}{\left((\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega\omega_0}{Q} \right)^2 \right)^{1/2}}$$

Q6. X_m est maximal si $\underbrace{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega\omega_0}{Q} \right)^2}_{f(\omega)}$ est minimal

$$\frac{df}{d\omega} = 2(\omega_0^2 - \omega^2) \times (-2\omega) + 2 \frac{\omega\omega_0^2}{Q^2} = 0 \quad (\text{on admet que l'extrémum est un minimum})$$

$$\Leftrightarrow -2(\omega_0^2 - \omega^2) + \frac{\omega_0^2}{Q^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \omega^2 = \frac{1}{2} \left(2\omega_0^2 - \frac{\omega_0^2}{Q^2} \right) \Leftrightarrow \omega = \omega_0 \sqrt{1 - 1/2Q^2}$$

$$f = f_0 \sqrt{1 - 1/2Q^2}$$

$$f \exists \text{ si } Q > 1/\sqrt{2}$$

Q7. si $\omega \gg \omega_0$: $\underline{X} \simeq \frac{-\underline{a_c}}{\omega^2}$

$$\text{si } \omega \ll \omega_0 : \underline{X} \simeq \frac{-\underline{a_c}}{\omega_0^2} \quad \underline{X} \simeq \frac{-\underline{a_c} m}{2k}$$

$$X(t) \simeq -\frac{m}{2k} a_0(t)$$

Pq : il s'agit d'un filtre mécanique passe-bas (du 2nd ordre)