

Chapitre 12

Exemple 1 : Tir balistique

1) Système : {projectile}
Réf : terrestre supposé galiléen

Bdf : poids $m\vec{g}$

PPD : $m\vec{a} = m\vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

Projection dans $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$:

$\ddot{x}$	0
$\ddot{y}$	-g
$\ddot{z}$	0

CI: $\vec{v}(0) \left| \begin{array}{l} \dot{x}(0) = v_0 \cos \alpha \\ \dot{y}(0) = v_0 \sin \alpha \\ \dot{z}(0) = 0 \end{array} \right.$

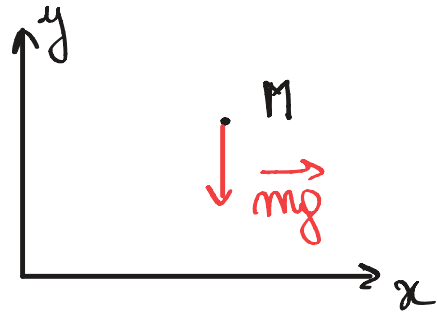
$\vec{OM}(0) \left| \begin{array}{l} x(0) = 0 \\ y(0) = h \\ z(0) = 0 \end{array} \right.$

$\ddot{x} = 0 \quad \dot{x} = Ct = v_0 \cos \alpha \quad x(t) = v_0 \cos \alpha t \quad (\alpha \neq 0)$

$\ddot{y} = -g \quad \dot{y} = -gt + Ct = -gt + v_0 \sin \alpha \quad y(t) = -g \frac{t^2}{2} + v_0 \sin \alpha t + Ct$

$y(t) = -g \frac{t^2}{2} + v_0 \sin \alpha t + h$

$\ddot{z} = 0 \quad \dot{z}(0) = 0 \text{ et } z(t) = 0 \quad \underline{\text{le mouvement est plan.}}$



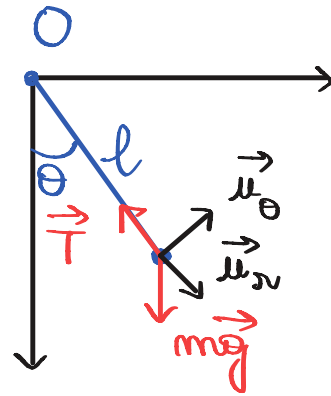
2) $x(t) = v_0 \cos \alpha \rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$ on injecte dans $y(t)$

$$y(x) = -g \frac{x^2}{2(v_0 \cos \alpha)^2} + \tan \alpha x + h$$

Exemple 2: le pendule simple

1) Système: { masse }
Réf: terrestre supposé galiléen

BdF: poids $m\vec{g}$
 tension du fil $\vec{T}$



PFD: $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T}$

Projection dans $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$: le mouvement est plan et circulaire

$-m l \dot{\theta}^2$	$- \ \vec{T}\ + mg \cos \theta$
$m l \ddot{\theta}$	$-mg \sin \theta$

$\|\vec{T}\|$ étant inconnue, on obtient l'équation différentielle vérifiée par θ en projetant selon $\vec{u}_\theta$.

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0 \quad \text{non linéaire}$$

On linéarise en faisant l'approximation des petits angles -

$$\sin \theta \simeq \theta$$

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \theta = 0$$

on reconnaît 1 O.H.N.A de
pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$

2) Solution de la forme $\theta(t) = \theta_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$$\text{C.I. : } \theta(0) = \theta_0 \rightarrow \theta_m \cos \varphi = \theta_0$$

$$\dot{\theta}(0) = 0 \rightarrow -\omega_0 \theta_m \sin \varphi = 0 \quad \text{on choisit } \varphi = 0$$

$$\Rightarrow \theta_m = \theta_0$$

$$\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega_0 t)$$