

Chapitre 15

Introduction à la mécanique quantique

I. La lumière : onde ou corpuscule ?

1. Historique
2. Nature corpusculaire de la lumière :
découverte du photon
 - 2.1 Rayonnement du corps noir
 - 2.2 L'effet photoélectrique
3. Relations de Planck-Einstein
4. Interaction matière rayonnement
 - 4.1 Spectres d'émission et d'absorption des atomes
 - 4.2 Modèle de Bohr de l'atome et quantification de l'énergie
 - 4.3 Spectroscopie IR

II. Dualité onde corpuscule

1. L'hypothèse De Broglie
2. La confirmation expérimentale

III. Interprétation probabiliste : la fonction d'onde

1. Expérience des fentes d'Young
2. Notion de probabilité de présence
3. Interprétation probabiliste de l'expérience des fentes d'Young

IV. Inégalité de Heisenberg spatiale

1. Interprétation quantique de la diffraction par une fente
2. Inégalité d'Heisenberg

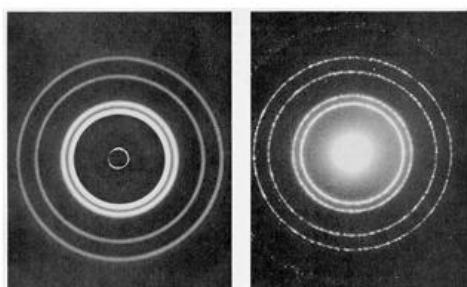


Figure de diffraction avec des rayons X (à gauche)
et des électrons (à droite)

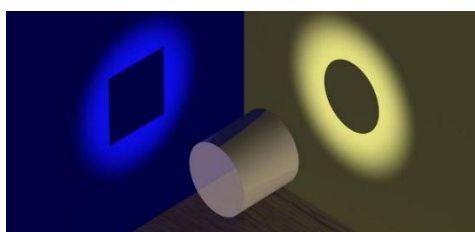
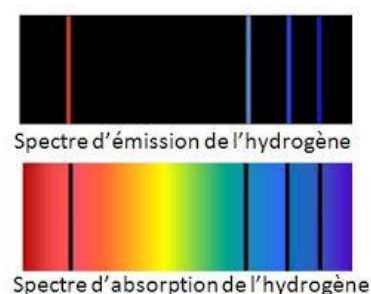


Illustration de la dualité quantique.
Ce cylindre est soit carré soit circulaire selon la façon dont on l'observe.

« Peu de gens ont de l'imagination pour la réalité » Goethe
« Si vous croyez comprendre la mécanique quantique c'est que vous ne la comprenez pas ». Feynman

Le cours

A la fin du XIX^e siècle, on distinguait dans les phénomènes physiques 2 entités : matière et rayonnement, pour lesquelles on disposait de lois complètement différentes. Pour prédire le mouvement de corps matériels, on utilisait la mécanique de Newton (1687) et en ce concerne le rayonnement, la théorie de l'électromagnétisme de de Maxwell (1864) avait permis de comprendre des phénomènes qui relevaient autrefois de domaines différents : électricité, magnétisme et optique.

Dans ce cadre, les particules matérielles sont localisées, c.à.d. qu'à chaque instant, on peut déterminer précisément leurs positions et leurs vitesses. De plus, si on connaît la position et la vitesse initiale d'une particule à un instant t , la mécanique newtonienne nous permet de connaître la position et la vitesse de la particule à tout instant. **Il n'y a qu'une évolution possible à partir de conditions initiales données : son mouvement futur est parfaitement déterminé. Les lois de la mécanique classique sont dites déterministes.**

Les ondes électromagnétiques, quant à elles, sont bien différentes car elles occupent une partie étendue de l'espace et lorsqu'on tente de limiter l'étendue spatiale d'une onde, celle-ci a tendance à s'étaler : c'est le phénomène de diffraction. **Les phénomènes électromagnétiques sont décrits par les équations de Maxwell et la théorie de l'électromagnétisme.**

Les interactions entre matière et rayonnement s'interprétaient bien avec la force de Lorentz.

A la fin du 19^{ème} siècle, l'observation de phénomènes comme l'effet photoélectrique, le rayonnement du corps noir ou le spectre d'émission des éléments, invariance de la vitesse de la lumière par changement de référentiel, impossibles à expliquer par ces deux théories, va bouleverser cet ordre établi et ouvrir la voie à une vision toute nouvelle des particules.

Ces expériences vont alors donner naissance à des théories physiques radicalement différentes : la mécanique relativiste et la mécanique quantique. La physique classique apparaît cependant comme une approximation de ces nouvelles théories, valable pour la plupart des phénomènes à l'échelle courante.

Dans ce cours, nous n'aborderons pas le domaine relativiste mais nous allons nous concentrer sur le domaine quantique.

Trois contributions majeures autour de 1925 ont bouleversé la représentation du monde physique :

- ✓ **Louis de Broglie** : dualité onde-corpuscule.
- ✓ **Schrödinger** : attribution d'une fonction d'onde, dépendant de la position et du temps, à toute particule. La fonction d'onde est solution d'une équation aux dérivées partielles, nommée équation de Schrödinger.
- ✓ **Heisenberg** : introduit des inégalités qui ont permis de définir une frontière entre physique classique et physique quantique. Ces inégalités ouvrent la voie à une description probabiliste de la matière.

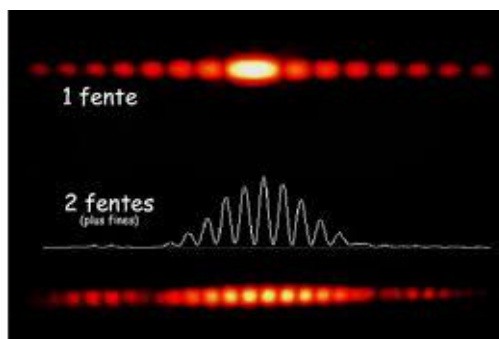
I. La lumière : onde ou corpuscule ?

1. Historique

En essayant de comprendre la nature de la lumière, la physique allait être bouleversée. En effet, au départ, les deux théories citées en introduction s'opposaient.

- **Newton** (1642–1727) défendit une théorie corpusculaire de la lumière où il affirmait que celle-ci était composée de corpuscules qui se déplaçaient comme de petites billes. Sa théorie s'appuyait sur le fait que l'ombre projetée par la lumière avait des contours nets et que la lumière se déplaçait en ligne droite. Cette théorie décrivait très bien des phénomènes comme la réflexion et la réfraction, mais ne pouvait expliquer les phénomènes de diffraction et les interférences.
- **Huygens** (1629–1695) défendit quant à lui la notion d'onde lumineuse et parvint à expliquer la réflexion et la réfraction avec la notion d'onde. C'est **Young** (1773–1829) qui fit pencher la balance en faveur de la théorie ondulatoire de la lumière grâce à sa fameuse expérience où il fit passer de la lumière entre deux fentes étroites et où il obtint alors une figure d'interférence propre aux ondes (**1801**).

***Expérience des fentes d'Young** : La lumière est envoyée sur deux fentes fines et on observe alors sur l'écran une figure d'interférence.*



- **Fresnel** (1788–1827) est celui qui a complètement rénové l'optique. Ne sachant rien des idées de Young, il retrouva par lui-même les principes énoncés par celui-ci et refit l'expérience sur les franges d'interférence. En **1819**, Fresnel obtint le prix de l'Académie des sciences grâce à son mémoire sur les phénomènes de diffraction. Là, il affirme que la lumière n'est pas corpusculaire, qu'elle doit être comprise comme une vibration du milieu, transversale à sa direction de propagation. Il reformule le principe de Huygens en combinaison avec le Principe de superposition.
- **Maxwell** (1831-1879) établit une théorie unifiée de l'électromagnétisme (**1864**) qui le conduisit à considérer la lumière comme une onde due aux vibrations d'un champ électrique associé à un champ magnétique perpendiculaire, l'ensemble de ces deux champs constituant l'onde électromagnétique. Il intégra à sa théorie notamment l'optique géométrique (on peut montrer que l'optique géométrique est une approximation de la théorie électromagnétique dans le cadre des "faibles" longueurs d'onde).

La théorie ondulatoire de la lumière semblait bien établie, jusqu'à ce que l'on s'intéresse de plus près au rayonnement du corps noir.

2. Nature corpusculaire de la lumière : découverte du photon

2.1 Rayonnement du corps noir

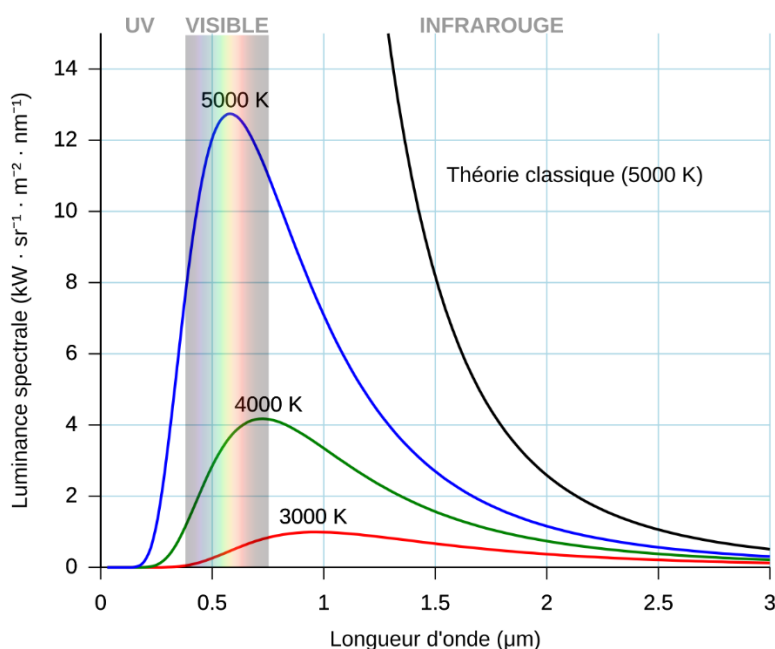
Un corps porté à une certaine température émet un rayonnement qu'on appelle rayonnement thermique et dont les caractéristiques dépendent de la température et des propriétés du corps en question.

À partir des équations de l'électromagnétisme, il est possible de démontrer que **toute particule chargée qui accélère émet des ondes électromagnétiques et rayonne de l'énergie**. D'un point de vue classique, lorsqu'un corps est porté à une certaine température, les particules qui le composent accélèrent continuellement sous des changements de direction. Le rayonnement thermique résulte donc de l'accélération des particules chargées.

Vers la fin du 19^{ème} siècle, les physiciens se sont intéressés au cas particulier du corps noir. **Un corps noir est un objet idéal qui absorbe toute l'énergie électromagnétique qu'il reçoit**, sans la réfléchir ni la diffuser. *Une boîte avec une toute petite ouverture est généralement une bonne approximation d'un corps noir.*

Un corps noir en équilibre thermique réémet toute l'énergie reçue sous la forme d'un rayonnement électromagnétique, dit rayonnement du corps noir, dont le spectre est continu et qui ne dépend que de sa température.

Les physiciens ont calculé, en vertu des lois de la physique classique, la densité d'énergie rayonnée dans chaque gamme de longueur d'onde. La figure ci-dessous représente le tracé expérimental du spectre du rayonnement d'un corps noir avec la courbe prévue par la théorie classique.



Alors que les courbes théoriques et expérimentales correspondent raisonnablement bien pour les grandes longueurs d'onde, pour les courtes longueurs d'onde, nous observons un écart considérable entre la courbe théorique et la courbe expérimentale. Cette contradiction est appelée "catastrophe ultraviolette".

La théorie de Maxwell s'est avérée incapable de résoudre le problème du rayonnement du corps noir.

Devant cet échec, **Max Planck** produisit, en 1900, une expression de la distribution dans laquelle il utilisa un artifice de calcul qui s'avéra génial. **Il supposa que les échanges d'énergie s'opéraient par**

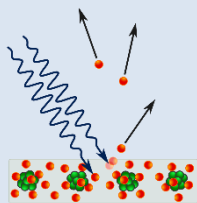
quantités finies (quanta d'énergie). Ainsi l'énergie était quantifiée : l'énergie électromagnétique, au lieu d'être continue comme dans la théorie classique, **ne pouvait prendre que des valeurs discrètes multiples de $\frac{hc}{\lambda}$** , où c est la vitesse de la lumière dans le vide, et h , la constante de Planck, vaut $h = 6,625 \times 10^{-34} \text{ J.s}$. Un corps noir se devait de perdre de l'énergie par rayonnement uniquement par quanta. La découverte de cette quantification des échanges d'énergie fut un des fondements de la physique quantique.

L'avènement de la physique quantique a donné plus tard un sens à cet « artifice de calcul » des premiers temps.

2.2 L'effet photoélectrique

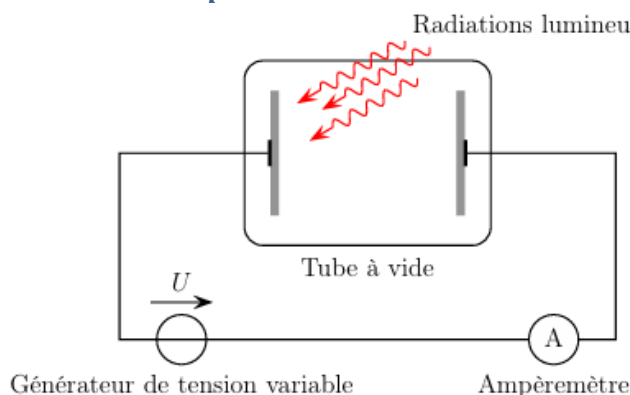
- 1887 : **Heinrich Hertz** observe l'effet photoélectrique "accidentellement" alors qu'il s'intéressait à la production d'ondes électromagnétiques. Peu après, d'autres physiciens montrent, très clairement qu'une plaque de zinc soumise à des rayons UV se charge positivement.

L'effet photoélectrique est l'émission d'électrons par un matériau lorsque celui-ci est exposé à un rayonnement électromagnétique de fréquence suffisamment élevée, qui dépend du matériau.



- 1902 : **Léonard**, grâce à l'expérience décrite ci-dessous, observe que l'énergie cinétique des électrons individuels émis par effet photoélectrique augmente avec la fréquence de la lumière utilisée, ce qui est en contradiction avec la théorie ondulatoire de la lumière qui prédirait que l'énergie des électrons serait proportionnelle à l'intensité de la lumière.

Expérience de Lenard :



On place deux plaques métalliques (électrodes) face à face dans un tube à vide. On éclaire une des deux électrodes avec une source lumineuse de fréquence et d'intensité réglable. Un ampèremètre permet de mesurer le courant qui circule dans le circuit. Grâce à une source de tension, on peut aussi appliquer une tension réglable U entre les deux électrodes.

Intérêt du montage : si on observe un courant, c'est que des électrons se déplacent dans le vide de l'électrode de gauche vers celle de droite. Ces électrons auront nécessairement été arrachés par la lumière à l'électrode

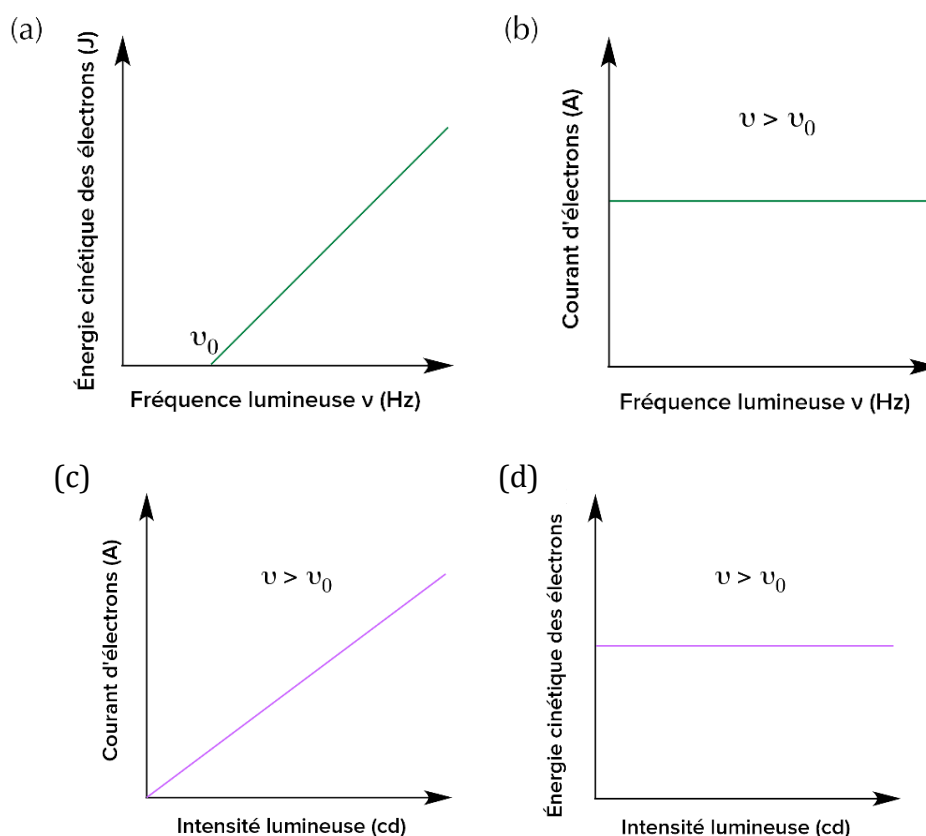
de gauche. De plus, quand on applique une tension U négative, ces électrons ont tendance à être repoussés par l'électrode de droite. Donc, pour qu'ils arrivent à traverser le tube à vide (et que l'on observe un courant), il faudra qu'ils aient acquis initialement une énergie cinétique suffisante. Pour une fréquence fixée, on peut mesurer le potentiel d'arrêt, c'est-à-dire la valeur du potentiel de l'anode nécessaire pour arrêter ces photoélectrons, et donc annuler le courant I dans le circuit.

Cet appareil permet donc non seulement de savoir si la lumière est capable d'arracher des électrons à la plaque métallique, mais aussi de savoir quelle est l'énergie cinétique des électrons après avoir été arrachés.

Observations : Pour un métal donné, il existe une fréquence minimale (ou "fréquence seuil", notée ν_0) de la lumière en dessous de laquelle aucun électron n'est émis par la plaque. En dessous de la fréquence seuil, quelle que soit l'intensité de la lumière utilisée, aucun électron ne sera arraché.

Si on augmente la fréquence de la lumière au-delà de la fréquence seuil, l'énergie cinétique des électrons arrachés augmente (a) mais ne dépend pas de l'intensité lumineuse (d).

Le courant alors mesuré ne dépend pas de la fréquence (b) mais augmente proportionnellement avec l'intensité lumineuse (c).



Lien : <http://phet.colorado.edu/en/simulation/photoelectric>

Ce comportement est très surprenant car on sait que l'énergie totale transportée par une onde lumineuse ne dépend que de son amplitude et donc de son intensité. En augmentant l'intensité, on devrait pouvoir apporter suffisamment d'énergie au matériau pour en libérer les électrons et cela indépendamment de la fréquence, et l'énergie cinétique des électrons arrachés devrait croître avec l'intensité lumineuse.

- **Albert Einstein** fut le premier, en 1905, à en proposer une explication, en utilisant le concept de particule de lumière, appelé aujourd'hui **photon**, et celle du **quantum d'énergie** initialement introduit par Max Planck, ce qui lui valut le prix Nobel.

Il invente le **concept dualité onde-corpuscule** pour le photon lors d'une conférence en 1909.

Dans un modèle corpusculaire de la lumière, celle-ci peut être considérée comme un flux de petits « grains d'énergie » (quantum), appelés photons, transportant chacun une énergie proportionnelle à la fréquence ν de la radiation : $E_\gamma = h\nu$.

Il a fallu attendre presque 20 ans pour que le photon soit mis en évidence en tant que corpuscule individualisé par l'effet Compton (1924).

3. Relations de Planck-Einstein

Ces résultats conduisirent donc à la conclusion suivante : l'interaction d'une onde électromagnétique avec la matière se fait par processus élémentaires indivisibles, où le rayonnement apparaît comme constitué de corpuscules, les photons.

Paramètres corpusculaires, énergie E_γ et quantité de mouvement p (ou impulsion) et paramètres ondulatoires, fréquence ν et une longueur d'onde λ sont liés les relations de Planck - Einstein :

$$E_\gamma = h\nu \qquad p = \frac{h}{\lambda}$$

Application 1 : un laser hélium-néon émet un faisceau de lumière de 0,1 watt dont la longueur d'onde est égale à 633 nm. Déterminer le nombre de photons émis par le laser à chaque minute.

Remarques : Dans le cas du photon, la formule classique de la quantité de mouvement $\vec{p} = m\vec{v}$ ne s'applique pas, puisqu'il est de masse nulle ! L'énergie et la quantité de mouvement d'un photon sont liées par la relation : $E_\gamma = pc$.

On pose la constante de Planck réduite $\hbar = \frac{h}{2\pi}$. Autres formes des relations de Planck Einstein :

$$\vec{p} = \hbar \vec{k} \qquad E_\gamma = \hbar\omega$$

Explications de l'effet photoélectrique :

Afin d'éjecter un électron d'une structure, il faut lui fournir une énergie supérieure ou égale au travail d'extraction W_0 .

- *Si un électron du matériau absorbe un photon dont l'énergie est suffisante, $E_\gamma \geq W_0$: l'électron est éjecté avec une vitesse telle que $E_c = E_\gamma - W_0$.*
- *Si non l'électron ne peut s'échapper du matériau.*

L'existence d'une fréquence de seuil montre l'indépendance des photons : ils ne peuvent pas cumuler leurs énergies pour arracher un électron, un photon, et un seul, interagit avec un électron.

Augmenter l'intensité de la source lumineuse ne change pas l'énergie des photons mais seulement leur nombre, on comprend alors que l'énergie des électrons émis par le matériau ne dépende pas de l'intensité de la source lumineuse et que le nombre d'électrons émis et donc l'intensité électrique soient proportionnels à l'intensité.

Application : Fonctionnement d'une cellule photoélectrique

Une cellule photoélectrique est un capteur d'intensité lumineuse. Une enceinte à vide contient deux plaques de métal ; un générateur de tension crée une tension électrique entre celles-ci. Lorsqu'on éclaire la plaque au potentiel négatif avec une fréquence suffisante, des électrons sont arrachés (effet photoélectrique) puis attirés par l'électrode au potentiel positif, un courant proportionnel à l'intensité lumineuse circule alors dans le circuit. Le nombre d'électrons émis est nettement plus petit que le nombre de photons reçus par l'électrode. On appelle **rendement quantique** la probabilité qu'un photon d'énergie suffisante, arrive à arracher un électron du matériau (le rendement quantique est de l'ordre de 10^{-3}).

On pose la constante de Planck réduite $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, on peut écrire : $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ et $E_\gamma = \hbar\omega$.

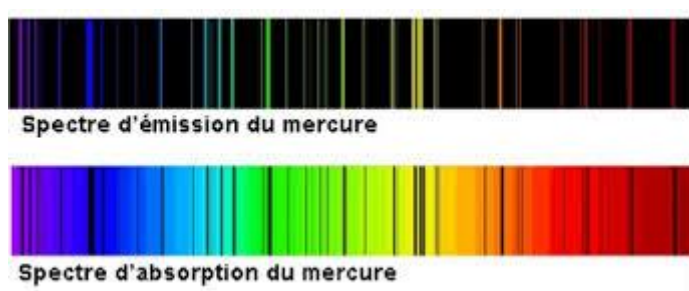
4. Interaction matière rayonnement

4.1 Spectres d'émission et d'absorption des atomes

Nous appelons spectre d'émission de l'atome l'ensemble des ondes électromagnétiques pouvant être émises par un atome excité (c'est-à-dire ayant reçu un excédent d'énergie). Celui-ci est obtenu expérimentalement dans un tube à décharge contenant du gaz de l'élément considéré) et muni de deux électrodes métalliques.

Le tube contient du gaz sous faible pression (de l'ordre de 10^{-3} bar), une décharge est opérée et l'ionise partiellement. Les ions générés sont accélérés par la différence de potentiel régnant entre les deux électrodes et percutent à grande vitesse les molécules de gaz en provoquant la dissociation en atomes d'hydrogène, ainsi que l'excitation des atomes formes. Les atomes ne gardent que très peu de temps cet excédent d'énergie, ils le libèrent sous forme de lumière (on dit qu'ils se désexcitent).

Pour obtenir le spectre d'absorption d'un atome, un échantillon de cet élément à l'état gazeux est soumis à un rayonnement de spectre continu. Le rayonnement est analyse après son passage dans l'échantillon ; il ne contient plus les longueurs d'onde qui ont été absorbées.



En pratique, un spectre d'émission atomique se présente sous forme d'un spectre de raies colorés sur fond noir : seules certaines radiations sont émises. Un spectre d'absorption atomique se présente, quant à lui, sous forme d'un spectre continu dont certaines radiations sont manquantes car absorbées. Les radiations absorbées apparaissent sous forme de fines raies noires.

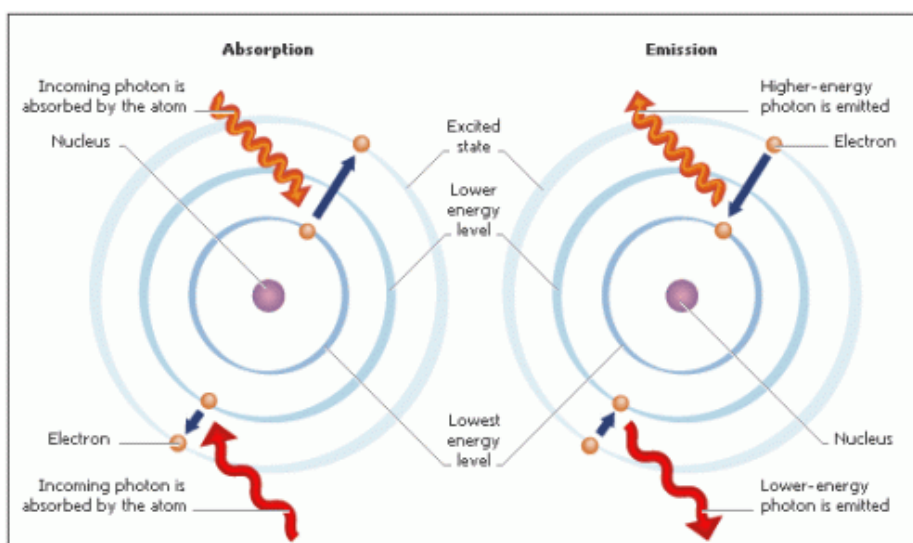
Les longueurs d'onde absorbées sont les exactement les mêmes que celles émises lors de l'émission atomique du même élément.

4.2 Modèle de Bohr de l'atome et quantification de l'énergie

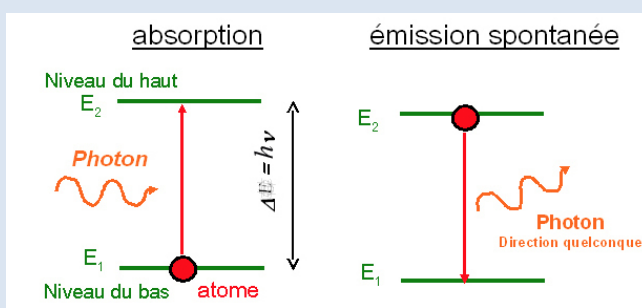
Ernest Rutherford avait avancé l'idée selon laquelle l'atome est composé principalement de vide. Sa masse se situe en grande partie dans un noyau central chargé positivement, qui est 10 000 fois plus petit que l'atome. Le noyau, dense, est entouré d'un essaim d'électrons minuscules chargés négativement. Selon les lois de la physique classique, les électrons devraient suivre un mouvement en spirale et finir par rencontrer le noyau et causer l'effondrement de l'atome. En 1913, Niels Bohr introduit l'idée que l'énergie des électrons dans un atome ne peut prendre que certaines valeurs particulières, appelées niveau d'énergie. (Prix Nobel en 1922)

Modèle de Bohr : les électrons d'un atome se déplacent autour du noyau sur des orbites circulaires auxquelles correspondent une valeur particulière de l'énergie : l'énergie d'un atome est quantifiée.

Selon cette théorie semi classique, l'électron ne rayonne aucune énergie lorsqu'il se trouve sur une orbite « autorisée » (orbite dite stable ou stationnaire). Il ne rayonne ou n'absorbe de l'énergie que lors d'un changement d'orbite.



Schématisation :



Absorption

Pour passer d'un niveau d'énergie inférieur 1 à un niveau d'énergie supérieur 2, l'atome doit absorber exactement la quantité $E_2 - E_1$. La radiation absorbée est de fréquence ν telle que : $h\nu = E_2 - E_1$.

Emission

Lorsque l'atome passe d'un niveau d'énergie supérieur 2 à un niveau d'énergie inférieur 1, il y a émission d'un photon d'énergie : $E_2 - E_1$. La radiation émise est de fréquence ν telle que $h\nu = E_2 - E_1$.

La transition entre 2 niveaux 1 et 2 tels que $E_2 > E_1$ fait intervenir un photon tel que :

$$E_\gamma = h\nu = E_2 - E_1$$

De cette manière, Niels Bohr a été en mesure d'expliquer le spectre de lumière émise (ou absorbée) par l'hydrogène, le plus simple de tous les atomes.

Malheureusement, ce modèle ne permettait pas d'expliquer la structure électronique des systèmes possédant plus d'un électron.

4.3 Spectroscopie IR

La spectroscopie mesure les échanges énergétiques au sein de la matière.

La spectroscopie IR repose en particulier sur l'interaction entre un rayonnement de longueur d'onde donnée, comprise entre 3 μm et 5 mm) et la matière. Chaque liaison d'une molécule se comporte comme un petit ressort qui a une certaine fréquence de vibration caractéristique des atomes en présence et du nombre d'électrons mis en commun (liaison simple, double, triple) (*exemple : molécule CO TD 12 et 13*). Le rayonnement électromagnétique donne de l'énergie à ces électrons ; si la fréquence du rayonnement correspond à celle de la liaison chimique, il y a résonance, les atomes vont vibrer de manière notable en absorbant le rayonnement électromagnétique.

En examinant la quantité d'énergie lumineuse transmise, on déterminera les longueurs d'onde pour lesquelles de l'énergie a été absorbée, cela correspond aux fréquences de résonance et permet de déterminer la nature des liaisons chimiques au sein de la matière.

Ainsi la spectroscopie IR permet de déterminer les groupes fonctionnels présents dans les molécules.

II. Dualité onde corpuscule

1. L'hypothèse De Broglie

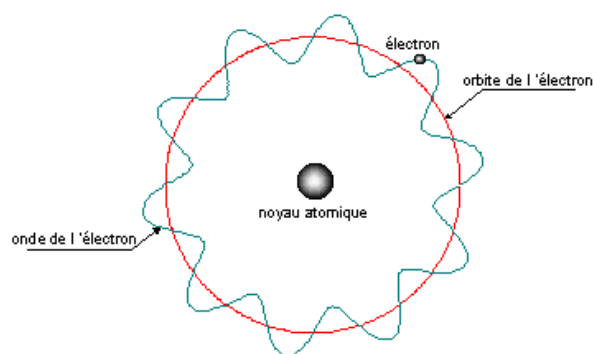
En 1923, Louis de Broglie propose de généraliser la dualité onde-corpuscule, admise pour la lumière, à la matière.

À chaque particule non relativiste d'énergie E et de masse m et en mouvement est associée une onde de matière de longueur d'onde caractéristique λ_{DB} , liée à la quantité de mouvement p de la particule par la relation de De Broglie : $\lambda_{DB} = \frac{h}{p}$.

L'un des arguments du physicien français en faveur de la nature ondulatoire des électrons était que cette hypothèse permettait d'expliquer la théorie de l'atome d'hydrogène de Bohr.

De Broglie suggéra que chaque orbite électronique dans l'atome était une onde stationnaire. Si on admet que les électrons sur leur orbite sont également des ondes, il faut que l'onde « reboucle sur elle-même » (sinon du fait d'interférences destructives, l'onde finirait par disparaître...) implique que le périmètre de l'orbite est un multiple entier de la longueur d'onde :

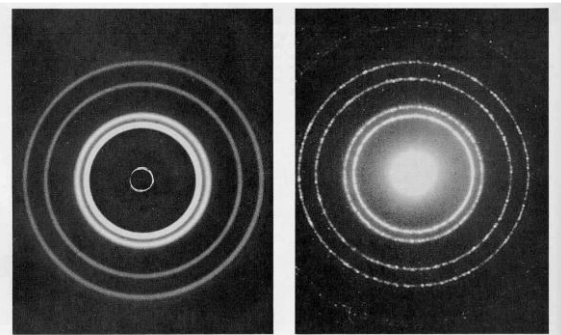
$$2\pi r_n = \frac{nh}{mv} \rightarrow mvr_n = n\hbar. \text{ (Cf TD 16).}$$



Ceci est exactement la condition quantique proposée par Bohr de façon empirique. C'est de cette équation que Bohr a tiré ses orbites et ses niveaux d'énergie discrets. Ceci suppose que la dualité onde-corpuscule est à la base de la structure de l'atome.

2. La confirmation expérimentale

La confirmation expérimentale de cette dualité arrivera en 1927 avec les premières expériences de diffraction d'électrons de Davisson et Germer.



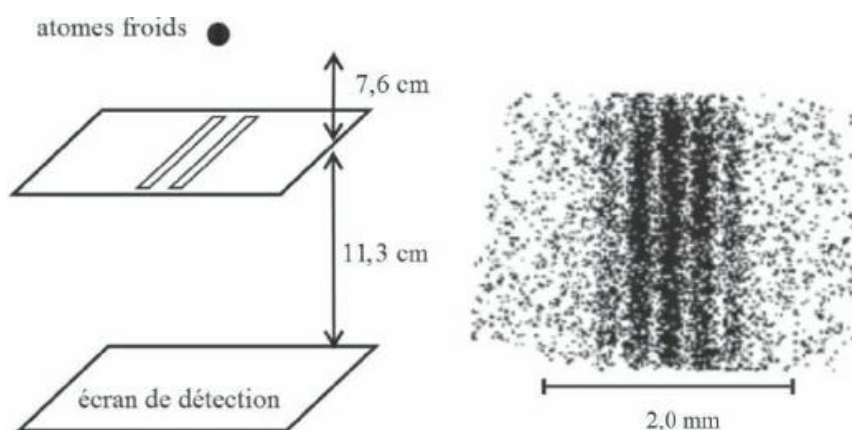
Figures de diffraction produites par une mince couche métallique.

À gauche : diffraction d'un faisceau de rayons X.

À droite : diffraction d'un faisceau d'électrons.

La grande similarité des deux figures prouve le caractère ondulatoire des électrons.

Parmi les autres confirmations expérimentales, on peut citer celle effectuée en 1992 par les physiciens japonais Shimizu et Takuma. Ils ont réalisé une expérience d'interférences avec des atomes dans un dispositif de fentes d'Young représenté ci-dessous.



Un nuage de quelques millions d'atomes de néon est d'abord capturé et refroidi au millikelvin dans un piège laser. Il est ensuite lâché, sans vitesse initiale, au-dessus d'un écran percé de deux fentes parallèles espacées de $a = 6 \mu\text{m}$. Les atomes sont détectés lorsqu'ils frappent une plaque sous le plan des deux fentes à une distance D . La plaque détectrice enregistre l'impact de chaque atome, un impact étant représenté par un point sur la figure. **On observe que ces impacts se distribuent suivant un système de franges parfaitement semblable à celui obtenu dans des interférences lumineuses ou acoustiques.** Il y a des zones sombres (beaucoup d'impacts ; flux d'atomes intense) parallèles à la direction des fentes, qui alternent avec des zones claires (peu ou pas d'impacts, flux d'atomes faible). L'expérience a été reproduite avec d'autres particules : électrons, neutrons, molécules. Dans tous les cas, la distribution des impacts sur l'écran révèle une figure d'interférences.

La lumière et la matière présentent des comportements analogues, ce qui confirme l'hypothèse de L. De Broglie.

Application 2 : Expérience de fentes d'Young avec des atomes froids

1. Comment se manifestent respectivement les caractères corpusculaire et ondulatoire des atomes de néon dans cette expérience ?
2. Déterminer l'ordre de grandeur de la longueur d'onde de De Broglie des atomes de néon dans ce dispositif interférentiel.
3. En déduire un ordre de grandeur de la vitesse v des atomes de néon ($M = 20 \text{ g.mol}^{-1}$) au cours de leur chute. Comparer cette valeur à la vitesse d'un point matériel chutant d'une hauteur $h = 7.6 \text{ cm}$. Nombre d'Avogadro $N_A = 6,0. 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

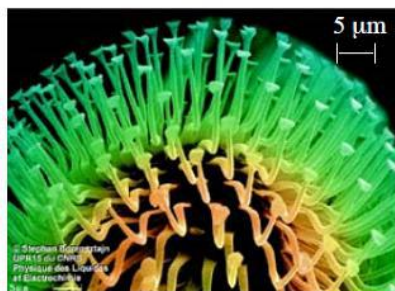
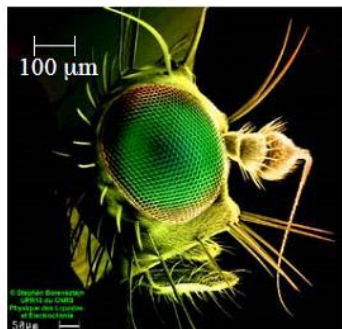
Le comportement ondulatoire de la matière est significatif lorsque la dimension de l'obstacle ou de l'ouverture est comparable à la longueur d'onde de matière λ_{DB} .

- Prenons une voiture d'une tonne se déplaçant à la vitesse $v = 10 \text{ m.s}^{-1}$. Les dimensions du milieu sont de l'ordre du m. La longueur d'onde de la voiture est de l'ordre 10^{-37} m . Le caractère ondulatoire de la voiture est donc négligeable, ce qui était prévisible. La mécanique classique est donc bien suffisante pour traiter le déplacement de la voiture.
- Prenons un électron ($m \approx 10^{-30} \text{ kg}$ de vitesse $v = 0,1 \text{ c}$). Les dimensions du milieu sont de d'ordre de la taille d'un atome soit environ 10^{-10} m . La longueur d'onde de l'électron est de l'ordre de 10^{-10} m . Ce qui n'est pas négligeable à l'échelle de l'atome. La mécanique quantique est donc nécessaire pour étudier cet électron.

Application 3 : Calculer la longueur d'onde associée à un élève qui marche. Conclure.

Application : microscope électronique

Le pouvoir de résolution d'un microscope est limité par la longueur d'onde qu'on utilise, soit une fraction de micromètre en lumière visible. En microscopie électronique : avec des rayons « électroniques » de longueur d'onde beaucoup plus courte ; on peut voir des détails beaucoup plus fins qu'avec un microscope optique.



S. Borensztajn, CNRS

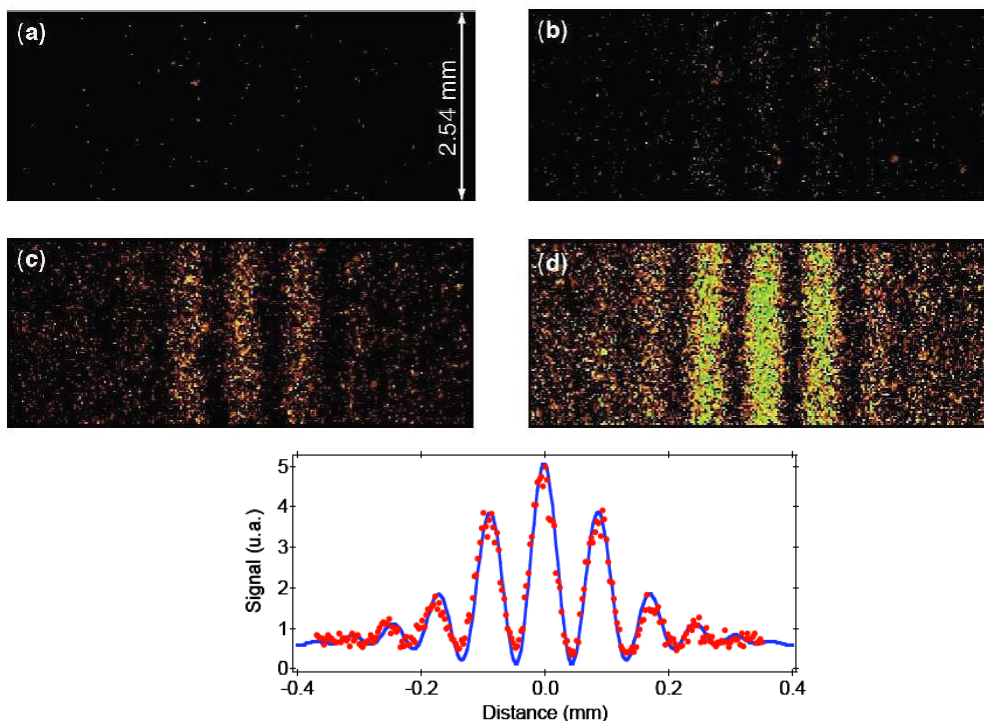
Tête de mouche

III. Interprétation probabiliste : la fonction d'onde

1. Expérience des fentes d'Young

On envoie maintenant les particules **une par une**, aussi bien avec des photons qu'avec des électrons (technologie au point depuis quelques dizaines d'années).

Observons les figures d'interférences obtenues par accumulation de N prises de vues successives de durée égales à 1s. Les images a, b, c et d correspondant respectivement à $N = 10$, $N = 100$, $N = 500$ et $N = 2000$.



- Les interférences observées montrent que le phénomène présente résolument un caractère ondulatoire. Une théorie ondulatoire est cependant impuissante à expliquer l'activation du détecteur en des points bien localisés. **Et surtout, on observe la même figure d'interférences que si on envoyait les photons simultanément !**

Ainsi ce ne sont pas les particules qui interfèrent entre elles, mais chaque particule qui semble « interférer avec elle-même ». On peut imaginer que l'onde associée à chaque objet quantique ou quanton passe simultanément par les deux fentes et que l'on observe les interférences des ondes issues de chaque fente.

La particule a une probabilité non nulle de passer par la fente 1 et la fente 2, c'est ce qui permet d'obtenir des interférences. **La probabilité d'être détecté à tel ou tel endroit a la forme d'une onde ! Il s'agit d'une onde de probabilité.**

- L'activation du détecteur en des points bien localisés montre que le phénomène présente un caractère résolument corpusculaire. Les points d'impact sur les détecteurs apparaissent aléatoirement. Peu à peu, on décèle cependant leur tendance à privilégier certaines zones qui formeront finalement les franges brillantes. Une théorie corpusculaire est cependant impuissante à expliquer les franges d'interférences.

- **Un objet quantique ou quanton n'est ni une onde ni un corpuscule.**

Le comportement observé est celui qui est mis en évidence par les expériences. Certaines expériences mettent en évidence son comportement corpusculaire, d'autres son comportement ondulatoire mais ces deux comportements ne sont que deux visions complémentaires du même objet.

Pour savoir par quelle fente est passée la particule, **on place un détecteur au niveau d'une des fentes.** En réalisant cette manipulation, on constate qu'une particule sur deux passent par la fente 1 et une particule sur deux par la fente 2. Mais le plus étrange est que la figure d'interférence disparaît. **Ainsi, le simple fait de savoir par quelle fente passe les particules fait disparaître les interférences.**

Il est donc impossible de visualiser la figure d'interférence et de savoir à travers quelle fente les particules passent.

On aboutit à une caractéristique très singulière de la mécanique quantique : effectuer une mesure sur un système, le perturbe. Il s'agit d'une différence importante avec la mécanique classique où nous sommes capables de mesurer une grandeur sans la perturber (si on mesure la vitesse d'une voiture par exemple, on ne perturbe pas la voiture). On est donc obligé d'abandonner l'idée qu'une particule passe par une fente déterminée. On remet ainsi en cause la notion même de trajectoire, alors que pourtant les particules sont émises dans les mêmes conditions !

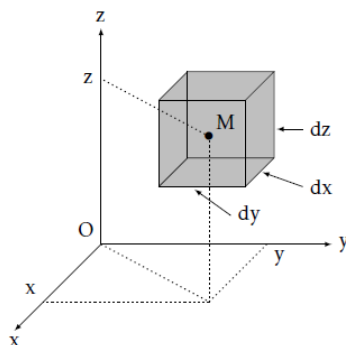
La fonction d'onde

2. Notion de probabilité de présence

Nous venons de voir qu'il n'est pas possible de connaître exactement la position d'une particule : il est seulement possible de connaître la probabilité de présence d'une particule dans une zone de l'espace.

Tout objet quantique (ou quanton) peut être décrit par une fonction d'onde complexe $\underline{\psi}(M, t)$, représentant une « amplitude de probabilité ».

Pour définir proprement cette notion, considérons un point M de l'espace. Le voisinage de M est le volume $dV = dx dy dz$ représenté ci-dessous. Il s'agit d'un volume infinitésimal.



La densité de probabilité de présence est le carré du module de la fonction d'onde $\underline{\psi}(M, t)\underline{\psi}^*(M, t) = |\underline{\psi}(M, t)|^2$.

La probabilité $dP(M, t)$ de trouver une particule au voisinage de M à l'instant t est donc $dP(M, t) = |\underline{\psi}(M, t)|^2 dV$

La probabilité P de trouver la particule dans un volume V est : $P(M \in V, t) = \iiint_V |\underline{\psi}(M, t)|^2 dV$

La probabilité P de trouver le quanton dans tout l'espace disponible (noté E) vaut 1 :

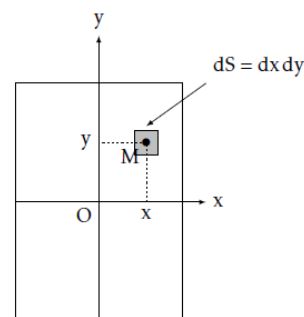
$\iiint_E |\underline{\psi}(M, t)|^2 dV = 1$, on appelle cette relation **condition de normalisation**.

3. Interprétation probabiliste de l'expérience des fentes d'Young

Un des principes les plus importants de la théorie quantique est le **principe de superposition**.

On note $dP(M, t)$ la probabilité d'obtenir un impact au voisinage d'un point M de l'écran (c.à.d dans une surface dS autour de M.) lorsque les deux fentes sont ouvertes.

- ✓ **Si la fente 2 est fermée et la fente 1 ouverte**, la probabilité d'avoir un impact au voisinage de M est : $dP_1(M, t) = |\underline{\psi}_1(M, t)|^2 dS$. On observe une figure de diffraction.
- ✓ **De même, si la fente 1 est fermée et la fente 2 ouverte**, la probabilité d'avoir un impact au voisinage de M est : $dP_2(M, t) = |\underline{\psi}_2(M, t)|^2 dS$. On observe une figure similaire à la précédente.
- ✓ **En présence des deux fentes**, une particule décrite par la cinématique classique franchit soit la première fente, soit la seconde. Avec une composition classique des probabilités, on devrait donc observer une densité de probabilité de détection somme de $dP_1(M, t)$ et de $dP_2(M, t)$. On devrait voir la juxtaposition des 2 figures de diffractions de chaque fente. Or ce n'est pas du tout ce qu'on observe puisque la densité avec deux fentes présente des variations périodiques (des franges d'interférence) : $dP(M, t) \neq dP_1(M, t) + dP_2(M, t)$.



Les résultats expérimentaux s'expliquent en appliquant le principe de superposition non pas aux densités de probabilité mais aux fonctions d'onde. Le principe de superposition est un des principes les plus importants de la théorie quantique.

L'interférence observée dans un dispositif des fentes d'Young, s'interprète en disant que la particule est dans un état qui est la superposition du passage par la fente 1 et du passage par la fente 2.

$$\underline{\psi}(M, t) = \underline{\psi}_1(M, t) + \underline{\psi}_2(M, t)$$

$$|\underline{\psi}(M, t)|^2 \neq |\underline{\psi}_1(M, t)|^2 + |\underline{\psi}_2(M, t)|^2 \quad \text{ce qui explique} \quad dP(M, t) \neq dP_1(M, t) + dP_2(M, t)$$

$$|\underline{\psi}(M, t)|^2 = |\underline{\psi}_1(M, t) + \underline{\psi}_2(M, t)|^2 = (\underline{\psi}_1(M, t) + \underline{\psi}_2(M, t)) (\underline{\psi}_1(M, t) + \underline{\psi}_2(M, t))^*$$

$$|\underline{\psi}(M, t)|^2 = |\underline{\psi}_1(M, t)|^2 + |\underline{\psi}_2(M, t)|^2 + (\underline{\psi}_1(M, t)\underline{\psi}_2^*(M, t) + \underline{\psi}_2(M, t)\underline{\psi}_1^*(M, t))$$

$$\underline{\psi}_1(M, t)\underline{\psi}_2^*(M, t) + \underline{\psi}_2(M, t)\underline{\psi}_1^*(M, t) \text{ est le terme d'interférence.}$$

$$\text{On pose } \underline{\psi}_1(M, t) = A_1 e^{j\varphi_1} \text{ et } \underline{\psi}_2(M, t) = A_2 e^{j\varphi_2}.$$

$$\underline{\psi}_1(M, t)\underline{\psi}_2^*(M, t) + \underline{\psi}_2(M, t)\underline{\psi}_1^*(M, t) = A_1 e^{j\varphi_1} A_2 e^{-j\varphi_2} + A_1 e^{-j\varphi_1} A_2 e^{j\varphi_2} = A_1 A_2 (e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} + e^{-j(\varphi_1 - \varphi_2)})$$

$$|\underline{\psi}(M, t)|^2 = |\underline{\psi}_1(M, t)|^2 + |\underline{\psi}_2(M, t)|^2 + 2 |\underline{\psi}_1(M, t)| |\underline{\psi}_2(M, t)| \cos \Delta\varphi$$

$$dP(M, t) = dP_1(M, t) + dP_2(M, t) + 2 \sqrt{dP_1(M, t) dP_2(M, t)} \cos \Delta\varphi$$

On retrouve donc une formule analogue à celle établie Chapitre 10 mais avec les probabilités de présence sur l'écran (probabilités d'impacts) au lieu de l'intensité lumineuse. Lorsque le quanton arrive sur l'écran, il laisse une trace sur celui-ci et se localise dans une position précise. Cet endroit est aléatoire mais il obéit à une règle : le quanton se localise préférentiellement où la probabilité de présence est forte. Plus la trace est intense et plus la probabilité que le quanton arrive là est grande. On ne peut pas savoir exactement où passera le quanton et où il marquera l'écran ; cependant il y a des zones de plus forte probabilité (franges brillantes) et de zones moins probables (franges sombres).

IV. Inégalité de Heisenberg spatiale

1. Interprétation quantique de la diffraction par une fente

Revenons à l'expérience de diffraction par une fente fine de largeur a citée en optique. Considérons cette expérience pas nécessairement réalisée avec des photons mais avec toutes particules auxquelles on associe une onde de longueur d'onde λ . Plus la fente est fine, plus la tache de diffraction est large.

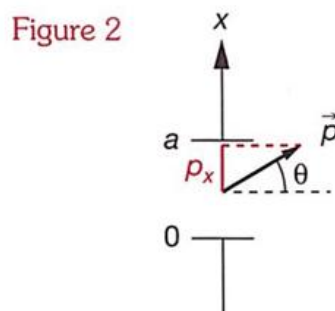
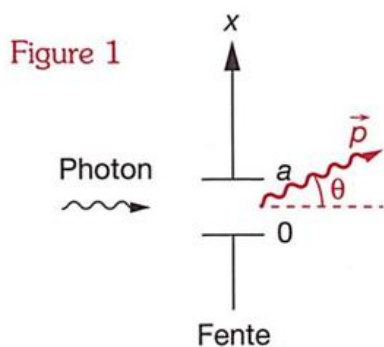
On note θ la demi-largeur angulaire de la tache centrale de diffraction.

Interprétation quantique :

Une particule passe au travers de la fente si elle est localisée entre $x = 0$ et $x = a$ et donc sa position est mesurée avec l'incertitude $\Delta x = a / 2$.

Travaillant en ordre de grandeur, on pose $\Delta x = a$.

En considérant la largeur angulaire de la tache centrale où se concentre la majorité des particules diffractées, on peut écrire que la composante $p_x = \vec{p} \cdot \vec{u}_x$ de la quantité de mouvement de la particule considérée varie entre $-p \sin \theta$ et $p \sin \theta$. Or, $\sin \theta \approx \frac{\lambda}{a}$



L'ordre de grandeur de l'incertitude sur la mesure de p_x est donc de l'ordre de $\Delta p_x \approx p \sin \theta = p \frac{\lambda}{a}$.

D'après la relation de Louis De Broglie $p = \frac{h}{\lambda}$ d'ou $\Delta p_x \approx \frac{h}{a}$

On trouve : $\Delta x \Delta p_x \approx h$

Conclusion : Plus la fente est fine, plus la tache de diffraction est large.

On a raisonné sur des ordres de grandeur. Cette égalité vérifie une relation plus générale connue sous le nom d'inégalité d'Heisenberg.

2. Inégalité d'Heisenberg

La relation d'indétermination d'Heisenberg s'écrit sous la forme : $\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$.

Cette relation s'applique aux autres directions de l'espace : $\Delta y \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2}$ et $\Delta z \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2}$.

On ne peut donc pas mesurer simultanément la position et la quantité de mouvement (donc la vitesse) avec une précision arbitrairement grande.

Le principe de Heisenberg permet de déterminer si les effets quantiques sont perceptibles ou pas. On a un comportement quantique si on se rapproche de l'égalité.

Il faut insister sur le fait que l'inégalité de Heisenberg n'est pas liée à la précision des appareils de mesure, mais elle représente une propriété fondamentale de la mécanique quantique. Elle traduit une limite physique et non une limite technique.

Signalons aussi que le principe de Heisenberg se généralise à tout couple de quantités que l'on souhaiterait mesurer simultanément avec une précision infinie, en particulier l'énergie et le temps, de sorte que l'incertitude sur l'énergie augmente lorsque celle sur la durée diminue. Ainsi pendant un temps très court, la particule dispose d'une « réserve » d'énergie qui peut lui permettre de franchir une barrière de potentiel plus haute que son énergie et se retrouver de l'autre côté, comme si « elle était passée dans un tunnel », d'où le nom donné à ce phénomène : **effet tunnel**, dont une des applications est le **microscope à effet tunnel**.

La physique quantique est certes étrange mais pas irrationnelle !

Elle est effectivement connue pour être **contre-intuitive** et nécessiter un formalisme mathématique complexe. La raison principale de ces difficultés est que le monde de l'infiniment petit n'est pas facilement accessible et qu'il se comporte très différemment de l'environnement macroscopique auquel nous sommes habitués. Aucune image simple ne permet de représenter ce formalisme dans notre espace habituel !

Pourtant, elle permet de décrire parfaitement des faits observés, incompréhensibles en physique classique, tels que la stabilité de la matière, la liaison chimique, les interactions lumière-matière... et **n'a jamais été mise en défaut** jusqu'à ce jour !

Elle est en soi une révolution scientifique mais aussi une révolution technologique qui a radicalement transformé notre société avec l'invention d'objets tels que le LASER, les transistors, les circuits intégrés...