

Exercices sur la récursivité

MP2I Lycée Pierre de Fermat

On rappelle l'existence de la fonction `List.rev` qui permet de renverser une liste.

Exercice 1.

Récursivité terminale

Écrire les fonctions suivantes en récursif terminal :

Q1. Une fonction calculant la somme d'une liste d'entiers.

Q2. Une fonction calculant le maximum d'une liste non vide.

Q3. Une fonction `filter: ('a -> bool) -> 'a list -> 'a list` telle que `filter p l` renvoie la liste des éléments x de `l` vérifiant $p(x)$.

Q4. La fonction de fusion du tri fusion.

Q5. La fonction de partition du tri rapide :

```
1 (* partition p l renvoie un couple de listes l_a, l_b
2    formant une partition de l, avec l_a contenant les
3    éléments de l inférieurs ou égaux à p, et l_b les
4    autres éléments de l *)
5 partition: 'a -> 'a list -> ('a list * 'a list)
```

Exercice 2.

Correction du tri fusion

On considère la fonction de fusion utilisée dans le tri fusion :

```
1 (* fusion l1 l2 est une liste triée contenant les éléments de l1 et l2
2    Précondition: l1 et l2 sont triées *)
3 let rec fusion (l1: 'a list) (l2: 'a list) : 'a list =
4   match (l1, l2) with
5   | [], _ -> l2
6   | _, [] -> l1
7   | x1 :: q1, x2 :: q2 ->
8     if x1 < x2 then
9       x1 :: fusion q1 l2
10    else
11      x2 :: fusion l1 q2
```

Q1. Proposer une propriété à montrer par récurrence concernant cette fonction. On réfléchira bien à la quantité sur laquelle porte la récurrence.

Q2. Montrer la propriété proposée.