



# Système non linéaire du deuxième ordre

## Ce qu'il faut savoir et savoir faire

- A l'aide d'un langage de programmation, résoudre numériquement une équation différentielle du deuxième ordre non-linéaire et faire apparaître l'effet des termes non-linéaires.
- Utiliser la fonction **odeint** de la bibliothèque **scipy.integrate**

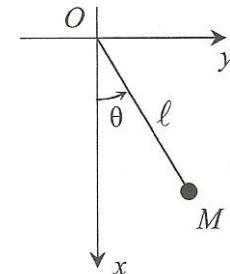
On considère une masse  $m = 100 \text{ g}$ , attachée à un fil inextensible, de poids négligeable et de longueur  $l$ . On note  $\theta$  l'angle entre le fil et la verticale.

On suppose l'existence d'un frottement fluide dont l'intensité est proportionnelle à la vitesse de la masse avec un coefficient  $\alpha = 0.1 \text{ kg.s}^{-1}$ .

L'équation différentielle du mouvement est la suivante :

$$ml\ddot{\theta} + \alpha l\dot{\theta} + mgsin(\theta) = 0.$$

On prendra :  $l = 1 \text{ m}$ ,  $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$ .



**Code Capytale : 6952-9417696**

## I. Etude du régime non amorti

Pour commencer, on néglige les frottements. On prendra un intervalle de temps compris entre 0 et 10 s, un nombre d'intervalle  $n = 10000$  ainsi que :  $\theta(0) = 0.1 \text{ rad}$  et  $\frac{d\theta}{dt}(0) = 0 \text{ rad.s}^{-1}$ .

- Q1.** Résoudre l'équation différentielle par la méthode de votre choix (Méthode d'Euler ou utilisation d'Odeint).
- Q2.** Tracer l'évolution de l'angle  $\theta$  en fonction du temps.
- Q3.** Recommencer pour des conditions initiales  $\theta(0) = 0.1 \text{ rad}$  et  $\frac{d\theta}{dt}(0) = 10 \text{ rad.s}^{-1}$  et commenter le tracé obtenu.
- Q4.** Vérifier l'isochronisme des petites oscillations.

## II. Etude du régime amorti

On tient maintenant compte des frottements. On prendra un intervalle de temps compris entre 0 et 10 s, un nombre d'intervalle  $n = 10000$  ainsi que :  $\theta(0) = 0 \text{ rad}$  et  $\frac{d\theta}{dt}(0) = 1 \text{ rad.s}^{-1}$

- Q5.** Résoudre l'équation différentielle par la méthode de votre choix (Méthode d'Euler ou utilisation d'Odeint).
- Q6.** Tracer l'évolution de l'angle  $\theta$  en fonction du temps.
- Q7.** Recommencer pour les conditions initiales  $\theta(0) = 0 \text{ rad}$  et  $\frac{d\theta}{dt}(0) = 10 \text{ rad.s}^{-1}$  et commenter le tracé obtenu.