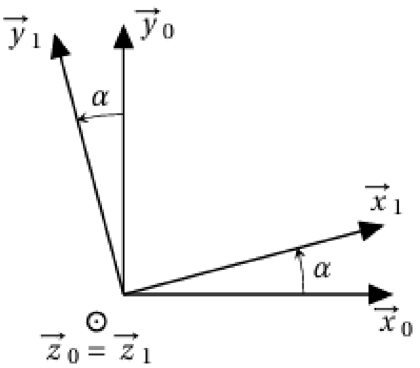
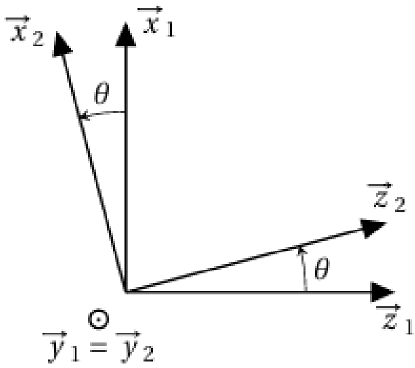
Calcul vectoriel

Exercice 1 : Calculs de produits scalaires et produits vectoriels ★☆☆

✓ *Calcul vectoriel*

On considère les vecteurs unitaires suivants.





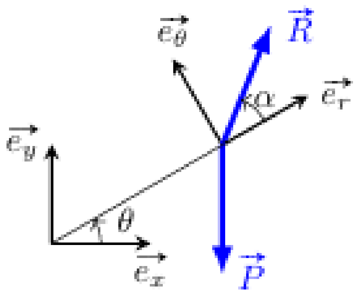
1) Calculer : $\overrightarrow{x_0} \cdot \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_1} \cdot \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{z_1} \cdot \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{x_1} \cdot \overrightarrow{y_0}$
2) Calculer : $\overrightarrow{x_0} \wedge \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{x_2} \wedge \overrightarrow{z_1}, \overrightarrow{y_0} \wedge \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{z_2} \wedge \overrightarrow{x_1}$

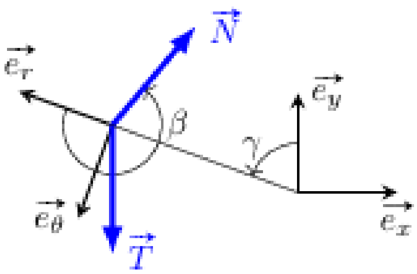
Exercice 2 : Calculs de produits produits vectoriels à partir de décompositions ★★☆

✓ *Produit vectoriel*

Extrait du cahier d'entraînement

On considère les vecteurs suivants où $\vec{P}$ et $\vec{T}$ sont verticaux.





Calculer : $\vec{P} \wedge \vec{R}, \vec{T} \wedge \overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_x} \wedge \vec{N}$

Exercice 3 : Calculs de produits produits vectoriels à partir de coordonnées ★☆☆

✓ *Produit vectoriel*

Extrait du cahier d'entraînement

On donne les quatre vecteurs suivants de $\mathbb{R}^3$ définis de manière numérique :

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{B} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \vec{C} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{e_x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Calculer les produits vectoriels et produits scalaires suivant :

a) $\vec{A} \wedge \vec{B}$ ....

b) $(\vec{B} + \vec{A}) \wedge \vec{A}$ ....

c) $\vec{e_x} \cdot (\vec{A} \wedge \vec{B})$ ....

d) $\vec{A} \cdot (\vec{B} \wedge \vec{e_x})$ ....

e) $\vec{A} \wedge (\vec{B} \wedge \vec{C})$ ....

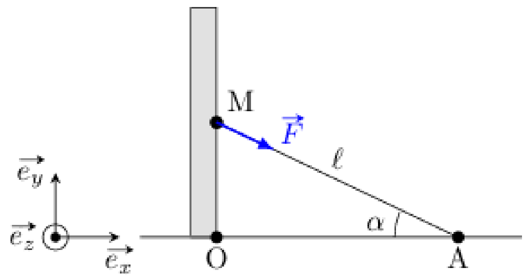
f) $(\vec{A} \cdot \vec{C})\,\vec{B} - (\vec{A} \cdot \vec{B})\,\vec{C}$ ....

Exercice 4 : Moment d'une force par rapport à un axe ★☆☆

✓ *Bras de levier*

Extrait du cahier d'entraînement

On considère un mur auquel est accroché un filin qu'on tire depuis un point A. Il s'agit de trouver le moment de la force $\vec{F}$ par rapport aux axes $(\mathrm{O}z)$ et $(\mathrm{A}z)$ en fonction de F, ℓ et α.



Calculer :

a) $\mathcal{M}_{\mathrm{O}z}(\vec{F})$ ....

b) $\mathcal{M}_{\mathrm{A}z}(\vec{F})$ ....

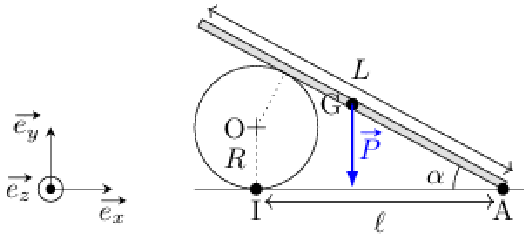
Exercice 5 : Moment d'une force en un point ★★☆

✓ *Produit vectoriel*

Extrait du cahier d'entraînement

On considère une planche homogène de masse m appuyée sur un cylindre.

Calculer le moment du poids de cette planche par rapport aux divers points intéressants du système.



a) $\overrightarrow{\mathcal{M}_A}(\vec{P})$ ......

b) $\overrightarrow{\mathcal{M}_O}(\vec{P})$ ......

c) $\overrightarrow{\mathcal{M}_I}(\vec{P})$ ....

Exercice 6 : Moment d'une force en un point (bis) ★★☆

✓ *Produit vectoriel*

Extrait du cahier d'entraînement

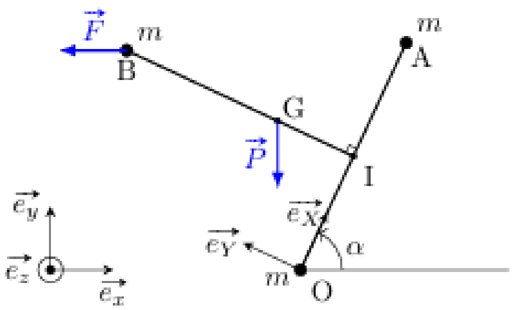
On considère trois masses m réparties aux trois sommets d'un triangle OAB isocèle en B et reliées par des tiges sans masse vérifiant :

$$OA = IB = a.$$

On note I le milieu du segment [OA].

On note G le centre de gravité des trois masses, qui est situé sur le segment [IB] de sorte que $GB = \dfrac{2}{3}a$.

On notera P et F les normes des deux forces représentées sur le schéma.



a) Écrire le vecteur $\overrightarrow{OB}$ dans la base $(\vec{e_X}, \vec{e_Y})$ ....

b) Écrire le vecteur $\overrightarrow{OG}$ dans la base $(\vec{e_X}, \vec{e_Y})$ ....

c) Écrire le vecteur $\vec{P}$ dans la base $(\vec{e_X}, \vec{e_Y})$ ....

d) Écrire le vecteur $\vec{F}$ dans la base $(\vec{e_X}, \vec{e_Y})$ ....

e) Calculer $\overrightarrow{\mathcal{M}_O}(\vec{F})$ ....

f) Calculer $\overrightarrow{\mathcal{M}_O}(\vec{P})$ ....

g) En supposant qu'il y ait équilibre entre les deux moments, déterminer l'expression $\tan(\alpha)$ dans ce cas.

....