

TD 18

Exercice 1

1) A chaque refoulement au travers de la soupape (b) on ajoute une quantité d'air constante : $m_A = \frac{P_0 V_0}{RT_0}$.

Dans la chambre : $m_B = (m_B)_0 + k m_A$

$$\frac{P_k V_B}{RT_0} = \frac{P_0 V_0}{RT_0} + k \frac{P_0 V_0}{RT_0} \rightarrow P_k = P_0 \left(1 + k \frac{V_0}{V_B}\right)$$

2) $k = \frac{V_B}{V_0} \left(\frac{P_k}{P_0} - 1\right)$ $P_f = 5 \text{ bar} : k = 192$

Exercice 2

On mesure P la pression relative et P' la pression absolue telle $P' = \frac{mRT}{V} = P + P_{atm}$

1)

fermé ↓

Etat 1

Etat 2

ouvert
 $m \downarrow$

Etat 3

fermé ↓

Etat 4

Etat 1: $\left(\frac{P'_1 V}{T_1 m_1} \right)$ $T_{ext} = T_1$ $m_1 = \frac{P'_1 V}{RT_1}$ où $P'_1 = P_{atm} + P_1 = 3 \text{ bar}$

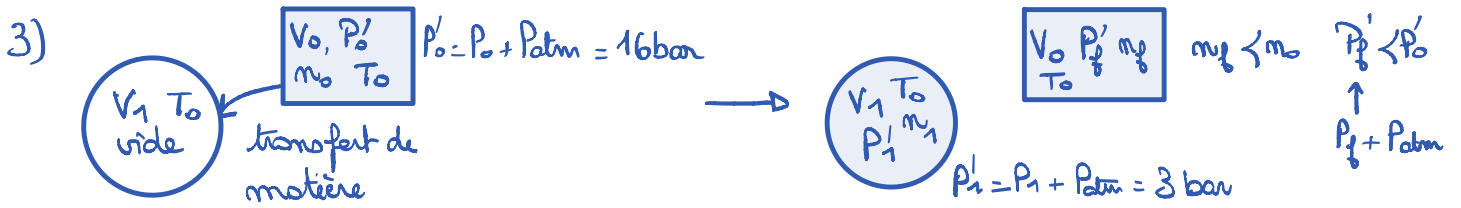
Etat 2: $\left(\frac{P'_2 V}{T_2 m_2} \right)$ $T_{ext} = T_2$ $m_2 = m_1$ donc $P'_2 = P_{atm} + P_2 = \frac{m_1 RT_2}{V} = \frac{P'_1 T_2}{T_1}$

Etat 3: $\left(\frac{P'_3 V}{T_2 m_3} \right)$ $T_{ext} = T_1$ $m_3 \neq m_1$, $m \downarrow$ quand on \downarrow la pression $m_3 = \frac{P'_3 V}{RT_2}$

Etat 4: $\left(\frac{P'_4 V}{T_1 m_4} \right)$ $T_{ext} = T_1$ équilibre thermique $T_4 = T_1$ $P'_4 = \frac{m_3 RT_1}{V} = \frac{P'_3 T_1}{T_2}$

Etat 2: $P_2 = \frac{P'_2 T_2}{T_1} - P_{atm}$ $P_2 = 2,7 \text{ bar}$

Etat 4: $P_3 = \frac{P'_4 T_1}{T_2} - P_{atm}$ $P_3 = 1,4 \text{ bar}$



$$P_f' = \frac{m_f R T_0}{V_0} \quad m_f = m_0 - m_1 = m_0 - \frac{P_1' V_1}{R T_0} \rightarrow P_f' = P_0' - \frac{P_1' V_1}{V_0}$$

$$P_f = P_0 - \frac{P_1 V_1}{V_0} = 13 \text{ bar}$$

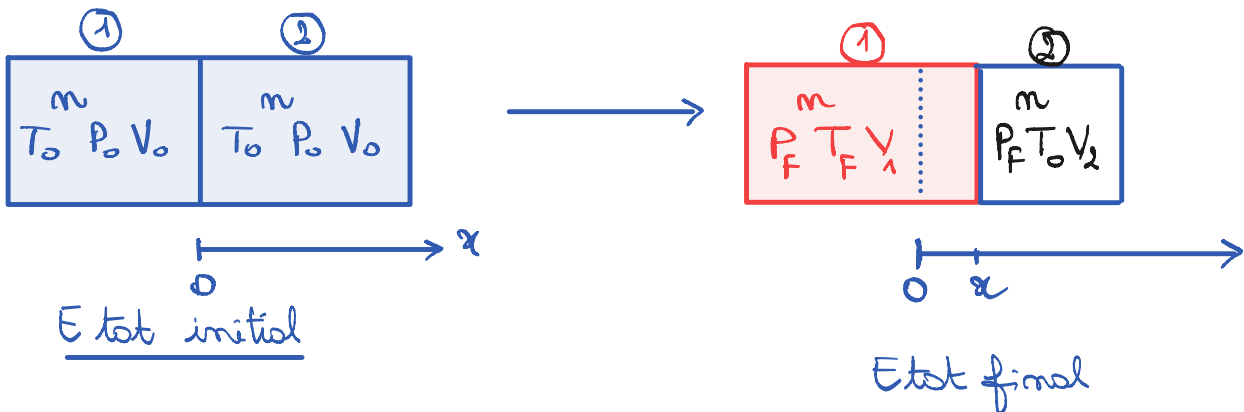
Soit N le nombre de pneus à gonfler : chaque gonflage prélève m_1 mol du gaz

$$m(\text{bouteille}) = m_0 - N m_1 \Rightarrow \frac{P'(\text{bouteille}) R T_0}{V_0} = \frac{P_0' R T_0}{V_0} - N \frac{P_1' R T_0}{V_0}$$

$$P(\text{bouteille}) = P_0 - N \frac{P_1 V_1}{V_0} \geq P_1$$

$$N \leq \frac{P_0 - P_1}{P_1} \frac{V_0}{V_1} = 6,93 \quad N_{\text{max}} = 6$$

Exercice 3



Equilibre mécanique du piston \Rightarrow égalité des pressions $P_1 = P_2 = P_f$

Conservation du volume : $V_1 + V_2 = 2V_0$ $V_1 = V_0 + Sx$ $V_2 = V_0 - Sx$

Gaz parfait $P_f V_1 = m R T_f$ $P_f V_2 = m R T_0$

$$\frac{V_1}{T_f} = \frac{V_2}{T_0}$$

$$\frac{V_0 + Sx}{T_f} = \frac{V_0 - Sx}{T_0}$$

$$x = \frac{V_0 \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_f} \right)}{S \left(\frac{1}{T_0} + \frac{1}{T_f} \right)}$$

$$x = \frac{V_0}{S} \frac{T_f - T_0}{T_f + T_0} = 3,8 \text{ cm}$$

Exercice 4

1) Vitesse de libération : $v_{lib} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

• Mercure : $4,2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$

• Terre : $11,2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$

• Vénus : $10,1 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$

• Mars : $5,02 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$

2) Vitesse quadratique moyenne : $u = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$ $m = \frac{M}{N_A}$ $u = 0,52 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$

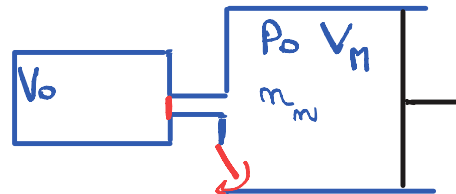
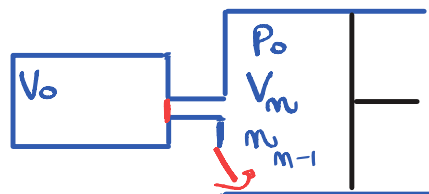
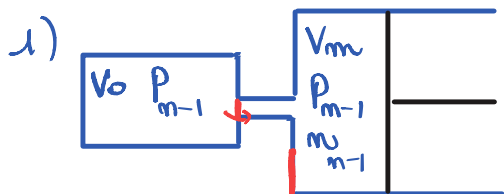
$u > v_{lib}$ le gaz échappe à l'attraction gravitationnelle.

La Terre et Vénus possèdent une "vraie" atmosphère, Mars en possède une très fine et celle de Mercure est quasi inexistante.

3) $T = m u \frac{v_{lib}^2}{3k_B} = 141 \times 10^3 \text{ K}$

Exercice 5

$T = \text{cte} \rightarrow \text{si } m = \text{cte } PV = \text{cte}$



① Début du cycle

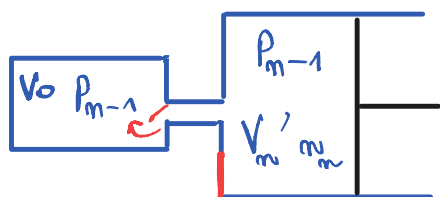
② ouverture de (a)

③ fin admission

(a) fermé et fermeture de (a) sans l'effet de l'aspiration

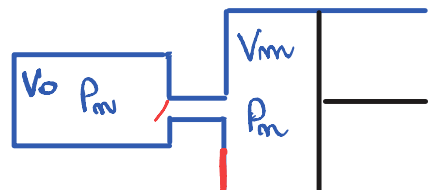
$P_{m-1} V_m = P_o V_m \rightarrow V_m = P_{m-1} \frac{V_m}{P_o}$

puis fermeture de (a) sans l'effet de la compression



$P_o V_m = P_{m-1} V_m'$

$V_m' = V_m \frac{P_o}{P_{m-1}}$



④ Compression jusqu'à ouverture de (a)

$P_m = \nu_{tot} \frac{RT}{V_o + V_m}$

$\frac{P_{m-1} V_o}{RT} + \frac{P_o V_m}{RT}$

⑤ Soupapes fermées

Fin du cycle

$$P_m = \frac{P_{m-1} V_0 + P_0 V_H}{V_0 + V_m}$$

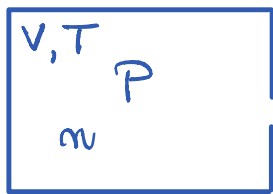
$$2) \quad P_{m-1} = \frac{P_{m-2} V_0 + P_0 V_H}{V_0 + V_m} \quad P_m = P_{m-2} \left(\frac{V_0}{V_0 + V_m} \right)^2 + \frac{P_0 V_H}{V_0 + V_m} \left(\frac{V_0}{V_0 + V_m} + 1 \right)$$

$$P_m = P_0 \left(\frac{V_0}{V_0 + V_m} \right)^m + \frac{P_0 V_H}{V_0 + V_m} \underbrace{\sum_{k=0}^{m-1} \left(\frac{V_0}{V_0 + V_m} \right)^k}_{\text{suite géométrique}} \frac{1 - \left(\frac{V_0}{V_0 + V_m} \right)^m}{1 - \frac{V_0}{V_0 + V_m}}$$

$$P_m = P_0 \left(\frac{V_0}{V_0 + V_m} \right)^m + \frac{P_0 V_H}{V_m} \left(1 - \left(\frac{V_0}{V_0 + V_m} \right)^m \right)$$

$$3) \quad \frac{V_0}{V_0 + V_m} \ll 1 \quad \left(\frac{V_0}{V_0 + V_m} \right)^m \rightarrow 0 \text{ quand } m \rightarrow \infty \quad P_m \rightarrow \frac{P_0 V_H}{V_m}$$

Exercice 6



trou de surface S

$$P(t=0) = P_0 \quad n = n_{N_2} + n_{O_2}$$

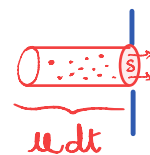
$$P = \frac{nRT}{V} \quad \text{car mélange de GP}$$

1) Hyp : • toutes les particules possèdent la même vitesse moyenne = vitesse quadratique u .

• chaque particule se déplace selon $\pm \vec{u}_x$ ou $\pm \vec{u}_y$ ou $\pm \vec{u}_z$

• chaque direction est équiprobable.

• les particules qui partent pendant dt sont contenues dans 1 cylindre de section S et de longueur $u dt$



$$dN_{O_2} = \frac{1}{6} N_{O_2} \frac{u S dt}{V}$$

$$2) \downarrow N_{O_2} = - \delta N_{O_2} \quad \text{solvent} \quad \frac{dN_{O_2}}{dt} + \frac{\mu S}{6V} N_{O_2} = 0$$

$$3) \text{ env. pure } \bar{c} = \frac{6V}{\mu S} \quad N_{O_2}(t) = N_{O_2}(0) \exp(-t/\bar{c})$$

$$P_{O_2} = \frac{N_{O_2}}{c_A V} \frac{RT}{V} = \frac{N_{O_2}(0)}{c_A V} \frac{RT}{V} \exp(-t/\bar{c})$$

$$4) \mu_{O_2} = \sqrt{\frac{5RT}{\gamma_{O_2}}} = 0,62 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \quad \mu_{N_2} = \sqrt{\frac{5RT}{\gamma_{N_2}}} = 0,66 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$N_{O_2}(0)/N_{N_2}(0)$$

$$5) P = P_{O_2} + P_{N_2} \quad N_{N_2}(0) = 4 N_{O_2}(0)$$

$$P = \frac{AT}{c_A V} N_{O_2}(0) \left(\exp(-t/\bar{c}_{O_2}) + 4 \exp(-t/\bar{c}_{N_2}) \right)$$

$$\frac{N_{O_2}(t)}{N_{N_2}(t)} = \frac{1}{4} \left(\exp\left(\left(\frac{1}{\bar{c}_{N_2}} - \frac{1}{\bar{c}_{O_2}}\right)t\right) \right)$$

20% P.

$$P(t) = 0,2 P_0 \left(\exp\left(-\frac{t}{\bar{c}_{O_2}}\right) + 4 \exp\left(-\frac{t}{\bar{c}_{N_2}}\right) \right)$$

$$\text{Au bout de } 100 \text{ h} : P(100 \text{ h}) = 0,46 \text{ bar}$$

$$\frac{N_{O_2}(100 \text{ h})}{N_{N_2}} = 0,26$$