# TD 20 – L'entropie – 2ème principe de la thermodynamique

## Ce qu'il faut savoir et savoir faire

→ Faire un bilan entropique pour un système fermé
→ Utiliser l'expression de la fonction entropie dans le cas d'un gaz parfait ou d'une phase condensée indilatable et incompressible
→ Connaître et utiliser les lois de Laplace et connaître ses conditions d'application

***J'apprends mon cours :*** *Questions de cours, 2, 3 et 4.*

## Questions de cours

**Q1.** Enoncer le 2ème principe de la thermodynamique.
**Q2.** Citer des causes d'irréversibilités.
**Q3.** Etablir l'expression de la variation d'entropie d'un gaz parfait ou d'une PCII.
**Q4.** Etablir les lois de Laplace.

## Exercices

### Exercice 1 : Effet Joule

★☆☆
*Ref. 0159*

✓ *Travail électrique*

Considérons une masse $m = 100\ g$ d'eau dans laquelle plonge un conducteur de résistance $R = 20\ \Omega$. L'ensemble $\{eau + résistance\}$ forme un système noté $S$, de température initiale égale à la température extérieure, $T_0 = 20°C$. On impose au travers de la résistance un courant $I = 1\ A$ pendant une durée $\Delta t = 10\ s$.

<u>*Données*</u> *:*

*Capacité thermique de la résistance :* $C_R = 8\ J.K^{-1}$
*Capacité thermique massique de l'eau :* $c_{eau} = 4.18\ J.g^{-1}.K^{-1}$

1) La température de l'ensemble est maintenue constante. Quelle est la variation d'entropie du système $S$ ?
2) Quelle est l'entropie créée ? Commenter son signe.
3) Le même courant passe dans le même conducteur pendant la même durée, mais cette fois $S$ est isolé thermiquement. Exprimer la température finale puis calculer la variation d'entropie de $S$ et l'entropie créée.

## Exercice 2 : Etude d'un cycle

★☆☆
*Ref. 0160*

- ✓ *Cycle thermodynamique*
- ✓ *Lois de Laplace*

Un gaz parfait de quantité de matière constante et caractérisé par un rapport $\gamma$= 1,4 parcourt le cycle constitué des transformations suivantes :

- $AB$ : compression adiabatique réversible ;
- $BC$ : détente isotherme réversible ;
- $CA$ : évolution isochore et monotherme (température extérieure $T_{ext} = T_A$**)**.

On donne $P_A$ = 1,0 bar, $V_A$ = 500 cm$^3$, $T_A$= 100 K, $T_B$ = 300 K.

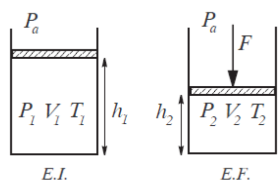
1) Calculer $P_B, V_B$ *et* $P_C$.
2) Représenter le cycle en coordonnées de Clapeyron.
3) Calculer les variations d'entropie $\Delta S_{BC}$, $\Delta S_{CA}$ ainsi que l'entropie créée $S_{CA}^c$ au cours de la transformation CA. Commenter.

## Exercice 3 : Transformation monotherme d'un gaz parfait ♥

★☆☆
*Ref. 0161*

- ✓ *Transformation monotherme*

Un cylindre vertical de section $S$ est fermé par un piston horizontal de masse négligeable, mobile sans frottement. Une masse $m$ d'air (considéré comme un gaz parfait de masse molaire $M$) est enfermée dans le cylindre, à la température initiale $T_1$ et la pression initiale $P_1 = P_a$ ($P_a$ est la pression ambiante supposée constante). Les parois du cylindre ainsi que le piston sont diathermanes. L'ensemble du dispositif se trouve dans une atmosphère maintenue à la température $T_a = T_1 = 300\ K$.




$R$ est la constante des gaz parfaits et on note $\gamma$ le rapport des capacités thermiques à pression et à volume constant.

*Données* : $S = 100\ cm^2$ ; $m = 7{,}25\ g$ ; $M = 29\ g.mol^{-1}$ ; $R = 8{,}314\ J.K^{-1}.mol^{-1}$ ; $T_1 = 300\ K$ ; $P_a = 1\ bar$ ; $\gamma = 1{,}4$.

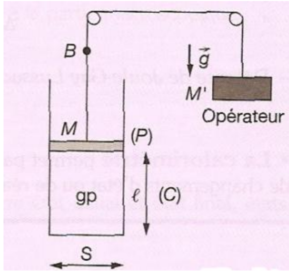
1) Calculer $V_1$, le volume initial de l'air, et la hauteur $h_1$.
2) On applique brutalement la force $F = 1\ 000\ N$ sur le piston. On appelle $P_2$ et $V_2$ la pression et le volume de l'air lorsque celui-ci atteint l'équilibre thermique avec le milieu extérieur.
   a) Calculer le taux de compression $\frac{P_2}{P_1}$ et la hauteur $h_2$ finale.
   b) Calculer le travail $W_{1-2}$ reçu par l'air au cours de l'évolution $1-2$.
   c) Calculer la variation d'entropie $\Delta S_{1-2}$ de l'air pour cette évolution.
   d) Calculer l'entropie créée. Commenter.

3) On change la façon de procéder. On applique maintenant, très lentement, l'effort $F$ jusqu'à atteindre la pression $P_2$.
   a) Préciser le nouvel état final (2').
   b) Calculer le travail $W_{1-2'}$ reçu par l'air au cours de l'évolution $1-2'$.
   c) Faire le bilan d'entropie pour l'air contenu dans le cylindre au cours de l'évolution $1-2'$.

## Exercice 4 : Transformation adiabatique d'un gaz parfait ♥

★★☆
*Ref. 0161*

- ✓ *Transformation adiabatique*
- ✓ *Lois de Laplace*




On place une certaine masse de gaz parfait dans un cylindre $C$ d'axe vertical, de section droite constante $S = 16\ cm^2$, comme représenté sur la figure ci-contre. Un piston $P$ de masse $M = 48\ kg$, mobile sans frottement, enferme ce gaz dans une colonne cylindrique de longueur $L$. $C$ et $P$ sont isolés thermiquement. La masse $M$ est reliée à une autre masse $M'$ de valeur variable à l'aide d'une corde passant par 2 poulies.

Ce système mécanique est sans frottements. Pour le gaz parfait étudié, on a le rapport $\gamma = \frac{7}{5}$.

A l'état initial, on donne $l = l_1 = 1\ m, T_1 = 300K$. On prend pour valeur $P_0 = 1\ bar$.

1) A l'état initial $M' = M$, que vaut la pression $P_1$ du gaz ?
2) Quel est le volume du gaz contenu dans le cylindre ?
3) Pour diminuer progressivement la masse $M'$ de $M$ à 0, l'opérateur soulève $M'$ et réalise une compression adiabatique infiniment lente de ce gaz qui atteint un nouvel état d'équilibre $(P_2, V_2, T_2)$.
   a) Calculer les valeurs de $P_2, V_2, T_2$. ($g = 9{,}81\ m.s^{-2}$)
   b) Faire le bilan énergétique de cette compression.
   c) Faire le bilan entropique de cette compression.
4) On remet le gaz dans les conditions de l'équilibre 1 $(P_1, V_1, T_1)$, avec les masses précédentes $M$ et $M'$ à l'équilibre. On coupe alors le fil. Après quelques oscillations négligeables du piston, un nouvel état d'équilibre 3 s'établit : $(P_3, V_3, T_3)$.
   a) Calculer les valeurs de $P_3, V_3, T_3$.
   b) Faire le bilan énergétique de cette compression.
   c) Faire le bilan entropique de cette compression.

## Exercice 5 : Echauffement d'un solide ♥

★★☆
*Ref. 0163*

- ✓ *Contact avec un thermostat*
- ✓ *Evolution réversible*

On considère un solide de masse $m = 1{,}00\ kg$, de capacité thermique massique $c = 10{,}0\ J.kg^{-1}.K^{-1}$, se trouvant initialement à la température $T_1 = 273\ K$, placé dans une grande quantité d'eau (constituant un thermostat) à la température $T_2 = 373$ K.

1) Quelle est la température du solide lorsque l'équilibre thermodynamique est atteint ? Exprimer puis calculer la variation d'entropie $\Delta S_{Solide}$ du solide lors de cette transformation.
2) Exprimer puis calculer l'entropie échangée par le solide lors de ce processus, puis l'entropie créée.
3) Comment évolue l'entropie créée si on réduit l'écart entre les températures du solide et du thermostat ?
4) Pour tendre vers la réversibilité, on découpe le processus précédent en une infinité de petits processus au cours desquels on élève très progressivement la température du solide de $T$ à $T + \Delta T$ (avec $\Delta T << T$) par contact avec une infinité de thermostats de températures infiniment proches les unes des autres. Montrer que, pour une étape intermédiaire, on peut écrire : $S^C = mc\left(ln\left(1 + \frac{\Delta T}{T}\right) - \frac{\Delta T}{T + \Delta T}\right)$.

5) On pose $x = \frac{\Delta T}{T}$. En développant ce résultat au deuxième ordre en $x$, montrer que $S^c$ est proportionnelle à $x^2$. En déduire que ce processus peut être rendu réversible à la limite où la variation de température $\Delta T$ entre deux thermostats successifs tend vers zéro.

On rappelle que, lorsque $x \ll 1$ : $ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$ et $(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2}x^2 + o(x^2)$

## Exercice 6 : Détente de Joule Gay-Lussac d'un gaz réel

★★☆
*Ref. 0164*

- ✓ *Equation d'état de Van der Waals*
- ✓ *Détente de Joule Gay-Lussac*

Une mole de gaz subit une détente de Joule - Gay-Lussac d'un volume $V_1$ = 1 L à l'état initial à un volume $2V_1$ à l'état final. Le gaz est initialement à la température $T_1$ = 300 K.

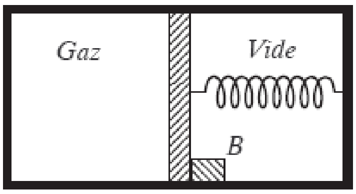
1) Montrer que la variation d'entropie du gaz s'identifie à l'entropie créée, $S^c$, au cours de la transformation.
2) Le gaz est supposé parfait. Établir l'expression de $S^c$. Commenter son signe.
3) Le gaz est réel et suit l'équation d'état de Van der Waals : $\left(P + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$. L'énergie interne d'un tel gaz est $U = nC_{V,m}T - \frac{n^2 a}{V} + U_0$. Exprimer la variation d'entropie $\Delta S$ du gaz. *Données :* $a = 0{,}135\ J.m^3.mol^{-2}$ ; $b = 3{,}2.10^{-5}\ m^3.mol^{-1}$ ; $R = 8{,}314\ J.K^{-1}.mol^{-1}$ ; $C_{V,m} = 12{,}5\ J.K^{-1}.mol^{-1}$.

## Exercice 7 : Détente dans le vide avec un piston

★★★
*Ref. 0165*

- ✓ *Force de rappel élastique*

On considère un piston calorifugé mobile dans un cylindre calorifugé horizontal de section $S = 500\ cm^2$. Le compartiment de gauche contient $n = 0{,}01\ mole$ d'un gaz parfait de coefficient $\gamma = 7/5$ et le compartiment de droite est soumis à un vide poussé. Le piston est relié par un ressort de raideur $k = 10^4\ N.m^{-1}$.




1) Initialement, le piston est coincé par une butée $B$, le ressort n'est pas tendu, la pression du gaz vaut $P_0 = 0{,}241\ bar$ et sa température $T_0 = 290\ K$. Calculer le volume $V_0$ occupé initialement par le gaz.

On supprime la butée $B$. Le système évolue vers un nouvel état d'équilibre. On cherche à déterminer le déplacement du piston $x_F$, le volume final du gaz $V_F$ , sa pression finale $P_F$ et sa température finale $T_F$.

2) Montrer que la pression $P_F$ est solution de l'équation : $P_F^2 + \frac{5}{6}\frac{kV_0}{S^2}P_F - \frac{5}{6}\frac{knRT_0}{S^2} = 0$
3) En déduire les valeurs des grandeurs recherchées.
4) Calculer l'entropie créée. Commenter.