



## TD 23 – Le champ magnétique

### Ce qu'il faut savoir et savoir faire

- Exploiter une représentation graphique d'un champ vectoriel, identifier les zones de champ uniforme, champ faible et l'emplacement des sources
- Tracer l'allure des cartes de champs magnétiques pour un aimant droit, une spire circulaire et une bobine longue.
- Décrire un dispositif permettant de réaliser un champ magnétique quasi uniforme.
- Définir le moment magnétique associé à une boucle de courant plane
- Associer à un aimant un moment magnétique par analogie avec une boucle de courant.
- Résultante et puissance des forces de Laplace dans le cas d'une barre conductrice placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire.
- Etablir et exploiter l'expression du moment du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique.

*J'apprends mon cours : Questions de cours, 1, 2 3, 4.*

### Questions de cours

- Q1.** Décrire le champ magnétique produit par un fil infini, une spire et un solénoïde infini.
- Q2.** Citer au moins deux dispositifs permettant de produire un champ magnétique uniforme.
- Q3.** Donner l'expression de la force de Laplace s'exerçant sur une portion de fil conducteur placé dans un champ magnétique uniforme.
- Q4.** Exprimer le moment magnétique d'une spire plane.
- Q5.** Décrire l'action d'un champ magnétique sur un moment magnétique (couple de Laplace, positions d'équilibre stable et instable)

### Exercices

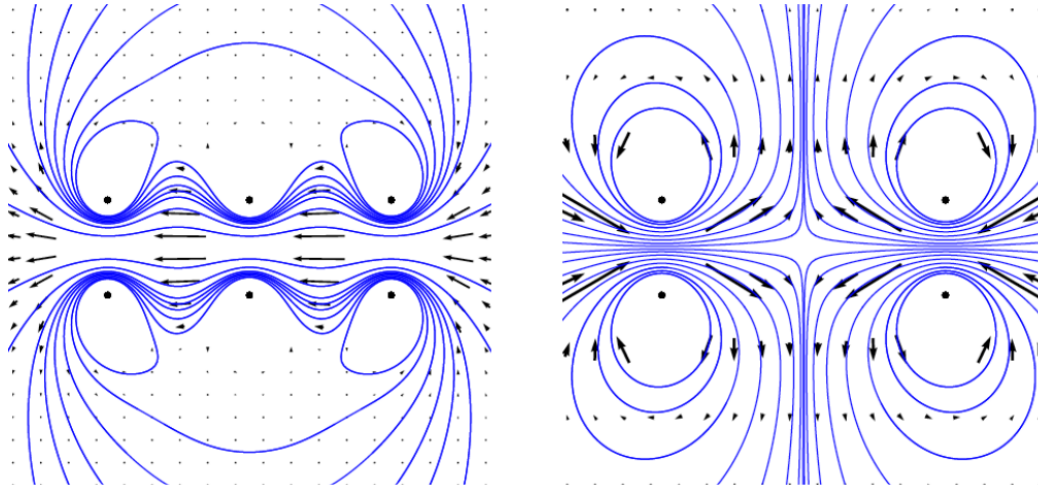
#### Exercice 1 : Carte de champ ♥

★★★  
Ref. 0182

✓ *Direction et sens d'un champ magnétique*

Les cartes de champ magnétique ci-dessous sont des vues en coupe du champ produit par des spires de courant circulaires.

Dans chaque cas, indiquer la position des sources, le sens du courant, les zones de champ fort et faible, et le cas échéant s'il existe une zone de l'espace où le champ magnétique est nul.

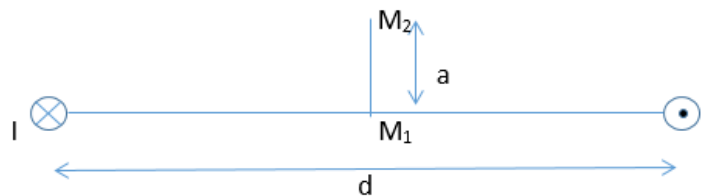


**Exercice 2 : Champ créé par deux fils infinis**

☆☆☆  
Ref. 0183

✓ Direction et sens d'un champ magnétique

On considère deux fils infinis, parallèles, distants de  $d$ , parcourus par des courants de même intensité mais de sens contraire.



On donne l'expression du champ magnétique créé par un fil infini à une distance  $r$  de celui-ci :  $\|\vec{B}\| = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

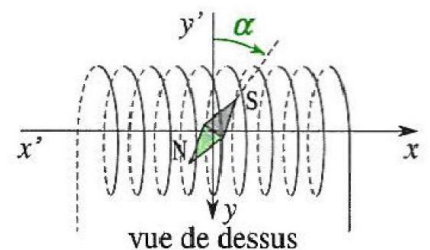
- 1) Dessiner puis déterminer le champ magnétique en  $M_1$ , situé juste au milieu des deux fils.
- 2) Même question en  $M_2$ , situé sur la médiatrice des deux fils à une distance  $a$  de  $M_1$ .

**Exercice 3 : Composante horizontale du champ magnétique terrestre**

☆☆☆  
Ref. 0184

✓ Solénoïde infini  
✓ Direction et sens d'un champ magnétique

On dispose une aiguille aimantée à l'intérieur d'un solénoïde supposé infini, de  $n = 150$  spires par unité de longueur. En l'absence de courant et sous l'action du champ magnétique terrestre cette aiguille prend une direction horizontale perpendiculairement à l'axe  $x'x$  de la bobine, lui aussi horizontal. On fait passer un courant d'intensité  $I = 100 \text{ mA}$  dans la bobine, l'aiguille dévie d'un angle  $\alpha = 47,0^\circ$ .



- 1) Déterminer le sens du champ magnétique créé par le solénoïde. En déduire le sens du courant de la bobine.
- 2) Calculer la valeur de la composante horizontale du champ terrestre. On donne  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$ .

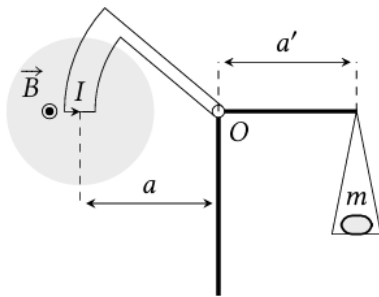
**Exercice 4 : Balance de Cotton ♥**

★★★  
Ref. 0185

- ✓ Force de Laplace
- ✓ Théorème du moment cinétique scalaire

La balance de Cotton est un dispositif qui permet de déterminer le champ magnétique en mesurant la force de Laplace qui s'exerce sur un circuit filiforme parcouru par un courant d'intensité connue  $I$ .

Elle est constituée de deux bras rigidement liés l'un à l'autre en  $O$ . La partie de gauche comprend sur sa périphérie un conducteur métallique qui est parcouru par un courant et dont une partie est placée dans le champ magnétique uniforme et permanent à mesurer, représenté par la zone grisée. Le circuit comporte un segment horizontal de longueur  $l$  et deux arcs de cercle centrés sur le pivot  $O$  de la balance. La partie droite comporte un plateau sur lequel est déposée une masse  $m$  afin d'équilibrer la balance.



La balance peut tourner sans frottement dans le plan de la figure autour du point  $O$ . En l'absence de champ magnétique et de masse  $m$ , la position du plateau est ajustée afin que la balance soit à l'équilibre avec le bras de droite parfaitement horizontal.

- 1) Dédire de l'équilibre de la balance une relation entre la norme  $B$  du champ, l'intensité  $I$ , la masse  $m$ , l'accélération de pesanteur  $g$  et les dimensions de la balance.
- 2) La sensibilité de la balance étant égale à  $\delta m = 0,05 \text{ g}$ , déterminer la plus petite valeur de  $B$  mesurable pour  $I = 10 \text{ A}$ ,  $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ ,  $l = 5 \text{ cm}$  et  $a = a' = 10 \text{ cm}$ . Commenter.

**Exercice 5 : Petites oscillations d'un aimant dans un champ magnétique uniforme**

★★★  
Ref. 0186

- ✓ Couple de Laplace
- ✓ Théorème du moment cinétique scalaire

Un aimant homogène de moment magnétique  $\vec{m}$ , de moment d'inertie  $J$  par rapport à un axe vertical passant par son centre d'inertie  $G$ , est libre de tourner sans frottements autour de l'axe ( $Gz$ ), en restant horizontal. Il est placé dans un champ magnétique uniforme horizontal  $\vec{B}$ .

- 1) On écarte légèrement l'aimant par rapport à sa position d'équilibre, puis on le lâche. Etablir l'équation différentielle du mouvement de l'aimant. En déduire la période des petites oscillations.
- 2) Une expérience préalable a donné des oscillations de période  $T_0 = 0,50 \text{ s}$  en appliquant un champ uniforme de valeur  $B_0 = 10 \text{ mT}$ . On donne  $J = ML^2/12$  avec une masse de l'aiguille  $M = 0,35 \text{ g}$  et une longueur  $L = 3,0 \text{ cm}$ . Estimer le moment magnétique de l'aiguille.

- 3) On réalise ensuite deux expériences successives en produisant un champ de norme  $B_1 = 1,0 \text{ mT}$  au moyen d'un dispositif adéquat en imposant ce champ d'abord dans le sens du champ magnétique terrestre puis dans un sens opposé. Le champ magnétique terrestre étant de l'ordre de  $20 \mu\text{T}$ , estimer l'écart de valeur  $\Delta T$  attendu entre les périodes  $T_a$  et  $T_b$ .

**Exercice 6 : Moteur synchrone ♥**

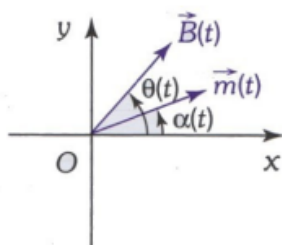
★★★

Ref. 0187

- ✓ Couple de Laplace
- ✓ Théorème du moment cinétique scalaire
- ✓ Stabilité d'un équilibre

Un système de bobines (le stator) parcourues par des courants alternatifs de pulsation  $\omega_0$  produit dans un certain volume un champ magnétique  $\vec{B}$  supposé de norme  $B_0$ , qui tourne dans le plan  $xOy$  autour de l'axe  $Oz$  avec la pulsation  $\omega_0$  constante. Ainsi,  $\theta(t) = \omega_0 t + \theta_0$ .

D'autre part, une pièce mobile autour de l'axe  $Oz$  (le rotor) constituée d'un petit aimant portant un moment magnétique permanent  $\vec{m}$ , orthogonal à  $Oz$ , peut tourner dans le plan  $xOy$ . On suppose un mouvement de rotation uniforme de pulsation  $\omega$ .



- 1) Exprimer l'angle  $\alpha(t)$  en supposant sa valeur initiale nulle.
- 2) Calculer la valeur du couple de Laplace  $\vec{\Gamma}(t)$  exercé par le champ  $\vec{B}$  sur la pièce mobile.
- 3) Etudier sa valeur moyenne au cours du temps en distinguant le cas  $\omega = \omega_0$  du cas  $\omega \neq \omega_0$ . Commenter et justifier la terminologie de « moteur synchrone ».
- 4) Etudier les variations du couple de Laplace moyen, lorsque celui-ci est non nul, en fonction de l'angle  $\theta_0$ . Quelle est sa valeur maximale  $\Gamma_M$  ? Pour quelles valeurs de  $\theta_0$  ce dispositif fonctionne-t-il en moteur ? L'aimant suit-il ou précède-t-il alors le champ magnétique dans son mouvement ?
- 5) Le rotor entraînant une charge, celle-ci exerce un couple résistant de moment  $-C_r \vec{u}_z$ . A quelle condition le moteur peut-il entraîner une charge à vitesse constante ? Combien de valeurs de  $\theta_0$  sont possibles (on pourra s'aider un graphe  $\Gamma(\theta_0)$  ?
- 6) Discuter de la stabilité du fonctionnement du moteur dans chaque cas.

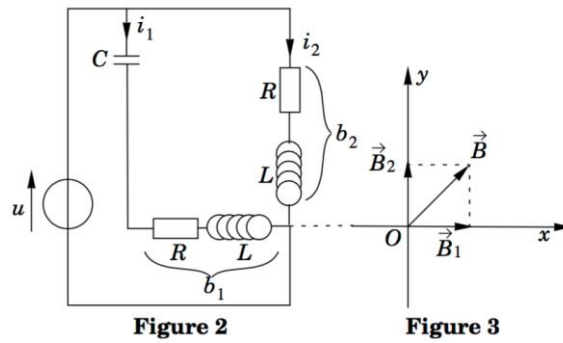
**Exercice 7 : Production d'un champ tournant ♥**

★★★

Ref. 0188

- ✓ Champ tournant
- ✓ Circuit en régime sinusoïdal forcé

On considère le circuit électrique présenté ci-dessous (figure 2). Il comporte un générateur idéal de tension sinusoïdale  $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_0)$ , un condensateur de capacité  $C$  et deux bobines identiques ( $b_1$ ) et ( $b_2$ ), d'inductance propre  $L$  et de résistance interne  $R$ .



Les bobines ( $b_1$ ) et ( $b_2$ ), sont disposées de manière à ce que leurs axes soient perpendiculaires en  $O$  : on admet que la bobine ( $b_1$ ) crée en  $O$  un champ magnétique colinéaire à l'axe ( $Ox$ ), soit  $\vec{B}_1 = B_1 \vec{e}_x$ , et ( $b_2$ ) un champ colinéaire à l'axe ( $Oy$ ), soit  $\vec{B}_2 = B_2 \vec{e}_y$  (voir figure 3). Les mesures algébriques  $B_1$  et  $B_2$  des champs sont proportionnelles aux intensités qui traversent chaque bobine :  $B_1(t) = k i_1(t)$  et  $B_2(t) = k i_2(t)$  ( $k$  constante positive donnée).

- 1) Déterminer les intensités  $i_1(t)$  et  $i_2(t)$ , les mettre sous la forme :  $i_1(t) = I_{1m} \cos(\omega t + \varphi_0 - \varphi_1)$  et  $i_2(t) = I_{2m} \cos(\omega t + \varphi_0 - \varphi_2)$ . Exprimer  $I_{1m}, I_{2m}, \varphi_1, \varphi_2$  en fonction de  $R, L, C$  et  $\omega$  (on suppose  $\varphi_1, \varphi_2 \in [-\pi/2 ; +\pi/2]$ ).
- 2) Quelle doit être la relation entre  $L, C$  et  $\omega$  pour que les amplitudes  $I_{1m}, I_{2m}$  des courants soient égales ? Quelle relation lie alors les déphasages  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  ? Quel est le signe de  $\varphi_1$  ? Quel est celui de  $\varphi_2$  ?
- 3) Quelle doit être la relation entre  $R, L$  et  $\omega$  si l'on souhaite en outre que  $\varphi_2 - \varphi_1 = +\pi/2$  ?
- 4) Les deux conditions précédentes étant réunies, montrer que par un choix judicieux de  $\varphi_0$  que l'on précisera,  $B_1$  et  $B_2$  peuvent se mettre sous la forme  $B_1 = B_0 \cos(\omega t)$  et  $B_2 = B_0 \sin(\omega t)$ . Exprimer  $B_0$  en fonction de  $k, U_m$  et  $R$ . Montrer que le champ magnétique résultant  $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$  créé par les deux bobines en  $O$  est un champ tournant à une vitesse angulaire que l'on précisera.
- 5) *Application numérique* : quelle est l'unité de  $k$  ? On donne  $k = 10^{-3} \text{ SI}, L = 100 \text{ mH}, \omega = 100\pi \text{ rad. s}^{-1}$  et  $U = 220 \text{ V}$  (tension efficace). Calculer  $B_0$ .