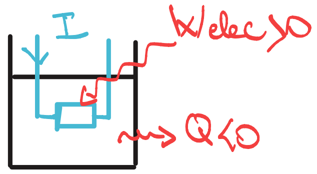
TD 20

Exercice 1

Système : { eau + résistance } Etat initial : $T_i = T_0$

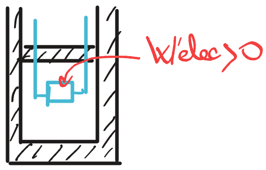
1) $T = C^{te}$ $V = C^{te}$ $\Rightarrow \Delta S = (m c_{eau} + C_R) \ln \frac{T_0}{T_0} = 0$ $\Delta S = 0$

2) 

1er principe : $\Delta U = Q + W_{élec} = 0$ car $\Delta T = 0$

$-Q = W_{élec} = R I^2 \Delta t$

$S^c = -S^e = -\frac{Q}{T_0}$ $S^c = \frac{R I^2 \Delta T}{T_0}$ AN : $S^c = 0{,}68\ J.K^{-1}$

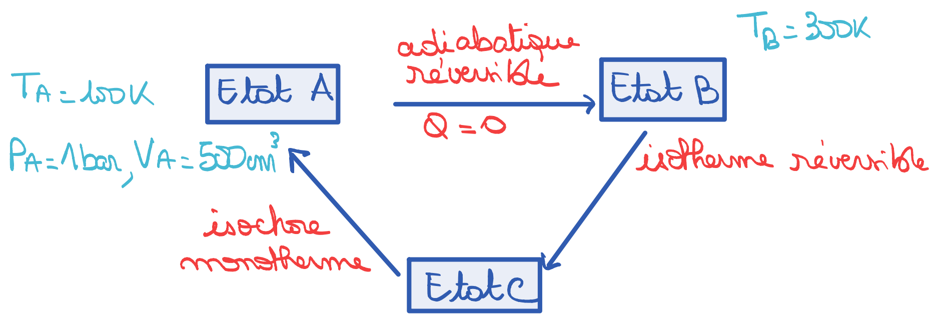
3) $Q = 0$ donc $\Delta U = W_{élec}$ 

$\downarrow$

$S^e = 0$ $(m c_{eau} + C_R)(T_f - T_0) = R I^2 \Delta t \Rightarrow T_f = 293{,}5K$

$\Delta S = S^c = (m c_{eau} + C_R) \ln \frac{T_f}{T_0} \Rightarrow \Delta S = S^c = 0{,}68\ J.K^{-1}$

Exercice 2



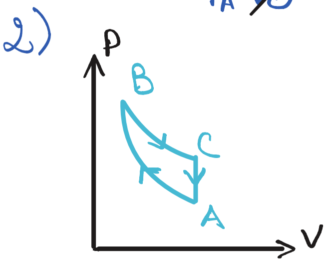
Système : { n mol de GP }

1) A→B : isentropique d'1 GP $\Rightarrow$ lois de Laplace $T_C = T_B = 300K$ $V_A = V_C = 500\ cm^3$

$T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$

$V_B = \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^{1/\gamma-1} V_A = 32\ cm^3$ GP $\Rightarrow P_B = \frac{nRT_B}{V_B} = \frac{P_A V_A T_B}{T_A V_B} = 47\ bar$

GP $\Rightarrow P_C = \frac{P_A \cancel{V_A} T_B}{T_A \cancel{V_C}} = 3\ bar$

2) 

3) $\Delta S_{AB} = 0$ car isentropique $\Delta S_{BC} = nR \ln \frac{V_C}{V_B} = \frac{P_A V_A}{T_A} \ln \frac{V_C}{V_B} = 1{,}4\ JK^{-1}$

$\Delta S_{cycle} = 0 \Rightarrow \Delta S_{CA} = -\Delta S_{BC} = -1{,}4\ J.K^{-1}$ $S^c = \Delta S_{CA} - S^e_{CA}$

ou $\Delta S_{CA} = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \frac{T_A}{T_C} \ldots$

$S^e_{CA} = \frac{Q_{CA}}{T_A}$ 1er principe $\Rightarrow Q_{CA} = \Delta U_{CA}$ (isochore)

$$\Delta U_{CA} = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_A - T_C) = \frac{P_AV_A - P_CV_C}{\gamma - 1} \rightarrow S^c_{CA} = \Delta S_{CA} - \frac{1}{T_A}\left(\frac{P_AV_A - P_CV_C}{\gamma - 1}\right) = 1,1\ J.K^{-1} > 0$$

irréversible

(évolution spontanée au contact d'un thermostat)

Exercice 3

Système : {n mol de GP} $n = \frac{m}{M} = 0,25$ mol

1) $V_1 = \frac{nRT_1}{P_1} = 6,2\ L$ $h_1 = \frac{V_1}{S} = 62$ cm

2) a) équilibre mécanique du piston à l'état final : $P_2 = P_1 + \frac{F}{S}$ $P_2 = 2$ bar

$V_2 = \frac{nRT_2}{P_2}$ équilibre thermique à l'état final $T_2 = T_1 = T_a$, $V_2 = \frac{nRT_a}{P_2} = \frac{V_1}{2}$, $h_2 = \frac{h_1}{2} = 31$ cm

b) Transformation monobare : $W_{1-2} = -P_{ext}(V_2 - V_1) = -P_2(V_2 - V_1) = \frac{P_2V_1}{2} = 620\ J$

c) $\Delta S_{1-2} = nR\ln\frac{V_2}{V_1} = -nR\ln 2 = -1,44\ J.K^{-1}$

d) $S^c = \Delta S_{1-2} - S^e_{1-2} = -nR\ln 2 + \frac{P_2V_1}{2T_a} = \frac{P_1V_1}{T_a}(-\ln 2 + 1) = 0,63\ J.K^{-1}$ $S^c > 0$: irréversible

$S^e_{1-2} = \frac{Q}{T_a} = \frac{-W_p}{T_a}$ ($\Delta U = 0$ car $\Delta T = 0$)

3) a) P_2, T_2 et donc V_2 inchangés car on a toujours les mêmes équilibres mécanique et thermique.

très lent + au contact d'1 thermostat (monotherme)

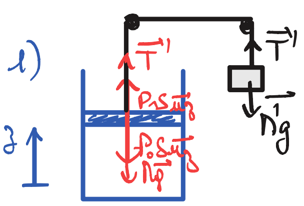
b) la transformation n'est plus monobare mais peut être supposée réversible isotherme. $W_{1-2'} = -nRT_a\ln\frac{V_2}{V_1} = nRT_a\ln 2$

c) $\Delta S_{1-2'} = S^e + S^c$ $\Delta S_{1-2'} = \Delta S_{1-2} = -1,44\ J.K^{-1}$ $S^e = \frac{Q}{T_a} = -\frac{W_{1-2'}}{T_a} = -1,44\ J.K^{-1}$ $\Rightarrow$ $S^c = 0$ (hyp. réversible)

Exercice 4

Système : {GP}

1)



équilibre du piston : $P_1S + \|\vec T\| = P_0S + \|m\vec g\|$ } $m = m' \Rightarrow P_1 = P_0$

équilibre de m' : $\|\vec{T'}\| = \|m'\vec g\|$

2) $V_1 = l_1 S = 16 \times 10^{-4}\,m^3$ $\leftarrow 1{,}6\,L$

3) a) équilibre mécanique du piston : $P_2 = P_1 + \frac{Mg}{S}$ $P_2 = 3{,}9$ bars

hyp : réversible + adiabatique + GP

↳ On peut appliquer les lois de Laplace $P_2 V_2^\gamma = P_1 V_1^\gamma \rightarrow V_2 = V_1 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1/\gamma} = 0{,}6\,L$ $T_2 = \frac{P_2 V_2}{nR} = \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} T_1 = 439\,K$

b) $Q = 0$ $\Delta U = W_p = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma - 1} = 185\,J$

c) ↳ $S^e = 0$ $\Delta S = 0$

$S^c = 0$

4) La transformation n'est plus réversible mais monobare : $P_{ext} = Cte = P_1 + \frac{Mg}{S}$ Equilibre méca. : $P_3 = P_2$

a) On ne peut plus appliquer les lois de Laplace donc $V_3 \neq V_2$ et $T_3 \neq T_2$!

$\Delta U = W_p = -P_3 (V_3 - V_1)$ ↳ $P_3 V_3 - P_1 V_1 = -(\gamma-1) P_3 V_3 + (\gamma - 1) P_3 V_1$

$\frac{nR}{\gamma-1}(T_3 - T_1) = \frac{P_3 V_3 - P_1 V_1}{\gamma - 1}$

$V_3 = \frac{(\gamma-1) P_3 V_1 + P_1 V_1}{\gamma P_3} = 0{,}75\,L$ $T_3 = \frac{P_3 V_3}{P_1 V_1} T_1 = 548\,K$

b) $Q = 0$ $\Delta U = W_p = \frac{P_3 V_3 - P_1 V_1}{\gamma - 1} = 331\,J$

c) ↳ $S^e = 0$ $S^c = \Delta S = \frac{P_1 V_1}{T_1(\gamma-1)} \ln \frac{T_3}{T_1} + \frac{P_1 V_1}{T_1} \ln \frac{V_3}{V_1} = 0{,}40\,J.K^{-1}$

Exercice 5

1) Equilibre thermique : $T_f = T_2$ à l'état final. $\Delta S_{solide} = mc \ln \frac{T_2}{T_1}$ $\Delta S_{solide} = 3{,}18\,J.K^{-1}$

2) $S^e = \frac{Q}{T_2} = \frac{mc(T_2 - T_1)}{T_2}$ $S^c = \Delta S_{solide} - S^e = mc\left(\ln \frac{T_2}{T_1} - 1 + \frac{T_1}{T_2}\right) = 0{,}44\,J.K^{-1}$

3) Si on réduit l'écart entre T_1 et T_2 : $\frac{T_1}{T_2}$ et $\frac{T_2}{T_1} \to 1$ et $S^c \to 0$ On tend vers la réversibilité.

4) Au contact d'1 thermostat de température $T+\Delta T$, le système passe de T à $T+\Delta T$

$$S^c = mc\left(\ln\left(\frac{T+\Delta T}{T}\right) - \frac{T+\Delta T - T}{T+\Delta T}\right) \quad S^c = mc\left(\ln\left(1+\frac{\Delta T}{T}\right) - \frac{\Delta T}{T+\Delta T}\right)$$

5) $\frac{\Delta T}{T+\Delta T} = \frac{x}{1+x} = 1 - \frac{1}{1+x}$ $\quad S^c = mc\left(\ln(1+x) - 1 + (1+x)^{-1}\right) \simeq mc\left(x - \frac{x^2}{2} - 1 + 1 - x + x^2\right) \simeq mc\frac{x^2}{2}$

Si $x \to 0$ $S^c \to 0$. ($\forall$ le signe de x $S^c > 0$!) On tend vers la réversibilité.

Exercice 6

1) Détente de Joule Gay-Lussac : système calorifugé donc $S^e = 0$ $\quad \Delta S = S^c$

2) Système aussi indéformable donc $\Delta U = 0$ pour 1 GP $\Delta T = 0$ $\Rightarrow \Delta S = nR\ln\frac{V_f}{V_i} = nR\ln 2$

$$S^c = 5{,}76\ J.K^{-1}$$

3) $\Delta U = 0$ $\quad n\,C_{v,m}(T_2 - T_1) - n^2 a\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_1}\right) = 0$

$$T_2 = T_1 - \frac{n\ a}{2C_{v,m}V_1} \qquad T_2 = 295\,K$$

$$P = \frac{nRT}{V-nb} - \frac{n^2 a}{V^2}$$

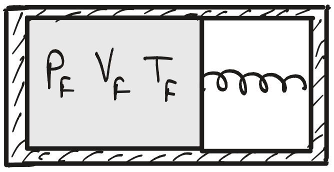
$$dS = \frac{dU}{T} + \frac{P}{T}dV = \frac{nC_{v,m}dT}{T} + \cancel{\frac{n^2 a}{V^2 T}dV} + \frac{nR}{V-nb}dV + \cancel{\frac{n^2 a}{V^2 T}dV}$$

$$\Delta S = nC_{v,m}\ln\frac{T_2}{T_1} + nR\ln\frac{V_2 - nb}{V_1 - nb} \qquad \Delta S = 5{,}7\ J.K^{-1}$$

Exercice 7

1) $V_0 = \dfrac{nRT_0}{P_0} = 10^{-3}\,m^3$

2)



• équilibre mécanique du piston : $P_F S = k x_F \qquad (x_F = l_{eq} - l_0)$

• GP : $P_F (V_0 + S x_F) = nRT_F$

Système : {intérieur de l'enceinte}

• 1^{er} principe : $\Delta(U_{GP} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{ressort}}}{E_{p_e}}) = \underset{0}{W_p} + \underset{0}{Q} = 0$

$$\frac{nR}{\gamma - 1}(T_F - T_0) + \frac{1}{2} k x_F^2 = 0$$

$$\frac{P_F(V_0 + S x_F)}{\gamma - 1} - \frac{nRT_0}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} k x_F^2 = 0 \qquad x_F = \frac{P_F S}{k} \qquad \gamma = \frac{7}{5}$$

$$\frac{P_F(V_0 + P_F S^2 / k)}{2/5} - \frac{nRT_0}{2/5} + \frac{1}{2}\frac{P_F^2 S^2}{k} = 0$$

$$3 P_F^2 \frac{S^2}{k} + \frac{5}{2} P_F V_0 - \frac{5}{2} nRT_0 = 0 \qquad P_F^2 + \frac{5}{6}\frac{k V_0}{S^2} P_F - \frac{5}{6}\frac{k}{S^2} nRT_0 = 0$$

3) $P_F = 7{,}45 \times 10^3\,Pa$ $\quad x_F = 3{,}73\,cm$ $\quad V_F = 2{,}86\,L$ $\quad T_F = 256\,K$

4) $\Delta S = nR \ln \dfrac{V_F}{V_0} + n\dfrac{R}{\gamma - 1} \ln \dfrac{T_F}{T_0} \qquad (\Delta S = \Delta S_{GP})$

$S^e = 0$ car $Q = 0 \qquad S^c = \Delta S$