

Devoir surveillé n° 9

Durée : 2 heures

- ✓ *La calculatrice est autorisée*
- ✓ *Les réponses doivent être **justifiées**.*
- ✓ *Toute application numérique sans unité ne donnera aucun point.*
- ✓ *Toute réponse non homogène ne sera pas corrigée.*
- ✓ **Critères de présentation** : un malus sera attribué à la copie sur le total selon la règle suivante, -1 si 1 ou 2 critères non respectés, -2 si 3 ou 4, -3 si 5 ou 6.

Critère	Indicateur
<i>Lisibilité de l'écriture</i>	<i>L'écriture ne ralentit pas la lecture.</i>
<i>Respect de la langue</i>	<i>La copie ne comporte pas (ou très peu) de fautes d'orthographe ou de grammaire.</i>
<i>Clarté de l'expression</i>	<i>Le raisonnement de l'élève est compréhensible dès la 1^{ère} lecture</i>
<i>Propreté de la copie</i>	<i>La copie comporte peu de ratures, les parties à ne pas prendre en compte sont soigneusement barrées.</i>
<i>Mise en évidence des résultats</i>	<i>Résultats encadrés ou soulignés</i>
<i>Identification des questions et pagination</i>	<i>Les différentes parties du sujet sont bien identifiées et les réponses sont numérotées avec le numéro de la question. La pagination est correctement effectuée.</i>

Exercice 1 : Fuites thermiques par une vitre

Soit une pièce d'habitation de capacité thermique totale C , de température (à l'instant t) $T(t)$ supposée uniforme en tout point de la pièce. Les fuites thermiques se font uniquement par l'intermédiaire d'une fenêtre simple vitrée de surface S . La température de l'extérieur est constante de valeur $T_0 = 273 \text{ K}$.

On suppose que la puissance P_{th} des fuites thermiques est proportionnelle à la surface de la vitre S et à l'écart de température entre la pièce et l'extérieur (loi de Newton). On appellera k le coefficient de proportionnalité. En valeur absolue, la loi de Newton s'exprime donc par la relation : $|P_{th}| = kS|T_0 - T|$, avec $k > 0$.

La pièce est chauffée par un radiateur électrique de résistance R alimenté par le secteur EDF (qui délivre une tension efficace $U = 220 \text{ V}$). Initialement la pièce est à une température $T(0) = 283 \text{ K}$. On met en route le chauffage à la date $t = 0$.

- Q1.** Préciser l'unité de k .
- Q2.** Quelle est l'expression littérale de la puissance thermique $P_{th,pièce}$ algébriquement reçue par la pièce ? Justifier à l'aide d'un argument physique simple.
- Q3.** Quelle valeur faut-il donner à R pour qu'en régime permanent la température de la pièce soit de $T_1 = 293 \text{ K}$? Pour l'application numérique, on prendra $S = 1 \text{ m}^2$ et $k = 5.6 \text{ SI}$.

On souhaite déterminer l'évolution de la température de la pièce au cours du temps. Pour cela on réalise un bilan d'énergie sur un intervalle de temps infinitésimal dt , pour le système $\{pièce\}$.

- Q4.** En appliquant le premier principe de la thermodynamique sous forme infinitésimale, établir l'équation différentielle dont $T(t)$ est solution.
- Q5.** Identifier une constante de temps τ . Faire l'application numérique pour $C = 100 \text{ kJ/K}$. Quelle est sa signification physique ?
- Q6.** En déduire l'expression de $T(t)$ pour tout instant $t \geq 0$.
- Q7.** On propose en annexe (à rendre avec la copie) un programme python permettant de tracer l'allure de T pendant une journée. On résout pour cela l'équation différentielle obtenue **Q7** par la méthode d'Euler. Compléter les lignes en gras.

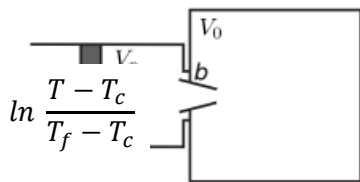
Exercice 2 : Façon optimale de pomper

On s'intéresse au gonflage d'un pneu de vélo à l'aide d'une pompe manuelle. On s'intéresse ici uniquement au premier coup de pompe, décrit ci-dessous, pendant lequel la soupape (b) reste toujours ouverte.

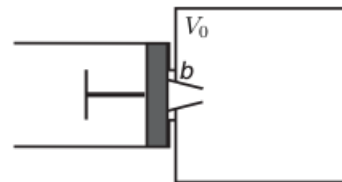
Le volume de la pompe est $V_p = 2.0 \text{ L}$, celui de la chambre à air, constant, est $V_0 = 6.0 \text{ L}$.

L'ensemble est en contact thermique avec l'atmosphère à $T_0 = 300 \text{ K}$. On étudie les n moles de gaz contenues dans la pompe et la chambre à air.

L'état initial, noté état 1, correspond à un volume $V_1 = V_p + V_0$ et à une température T_0 . On note 2 l'état final. Il correspond à un volume $V_2 = V_0$.



État initial : $V_1 = V_0 + V_p$, $P_1 = 1 \text{ bar}$



État final : $V_2 = V_0$, P_2

On envisage deux moyens de réaliser cette compression :

- **Méthode A** : le gaz est comprimé de façon très lente. Dans ce cas les échanges thermiques ont le temps de s'établir et la température reste constante et égale à T_0 ;
- **Méthode B** : le gaz est comprimé de façon plus rapide. Dans ce cas la température du gaz va d'abord augmenter et puis, après la compression, redescendre à T_0 .

On néglige les frottements. On suppose alors dans les deux cas que la compression est mécaniquement réversible, et l'air est assimilé à un gaz parfait de coefficient adiabatique $\gamma = 1.4$.

- Q8.** Calculer la quantité de matière contenue dans le système {pompe + chambre à air} dans l'état initial en considérant que le gaz est à pression atmosphérique.
- Q9.** Exprimer la pression finale P_2 en fonction de la pression initiale P_1 et de $\alpha = \frac{V_p}{V_0}$. Faire l'application numérique.
- Q10.** Dans le cas de la méthode A, donner l'expression du travail reçu par le gaz entre l'état initial et l'état final (noté W_A) en fonction de P_1 , V_1 et α .

Dans le cas de la méthode B, il faut décomposer la transformation en deux étapes :

- De l'état 1 à l'état 1' : il s'agit de la compression où le volume passe de $V_1 = V_0 + V_p$ à $V_2 = V_0$.
- De l'état 1' à l'état 2 : le volume ne change plus et le gaz se refroidit jusqu'à T_0 .

- Q11.** Expliquer pourquoi l'étape $1 \rightarrow 1'$ peut être supposée adiabatique.
- Q12.** On suppose que l'étape $1 \rightarrow 1'$ est réversible. Exprimer la température T_1' atteinte en $1'$ en fonction de T_0 , α et γ .
- Q13.** Exprimer le travail à fournir au gaz durant l'évolution $1 \rightarrow 1'$ (noté $W_{1 \rightarrow 1'}$), puis durant $1 \rightarrow 2$ par la méthode B (noté W_B) en fonction de P_1 , V_1 , γ et α .
- Q14.** Comparer la pente des courbes des transformations $1 \rightarrow 1'$ (méthode B) et $1 \rightarrow 2$ de la méthode A dans un diagramme de $P(V)$.
- Q15.** Tracer sur un même diagramme $P(V)$ les transformations A et B.

Ce qui précède a des conséquences pratiques importantes à l'échelle industrielle. Il existe en effet des stations qui stockent de l'air comprimé dans d'immenses réservoirs (souvent des cavités géologiques) et qui réutilisent ensuite cet air pour faire tourner une turbine et produire de l'électricité. La phase de compression de l'air doit consommer le moins possible d'énergie.

- Q16.** Dans quel cas le travail à fournir est-il le plus important ? Conclure quant au choix de la méthode. On s'intéresse maintenant à la réversibilité des deux processus.

- Q17.** Exprimer la variation d'entropie entre les états 1 et 2 en fonction de n , R , et α . Faire l'application numérique.
- Q18.** Quelle est l'entropie créée dans le cas de la méthode A ?

On cherche maintenant à exprimer l'entropie créée cours de la transformation $1 \rightarrow 2$ par la méthode B.

- Q19.** Exprimer le transfert thermique reçu par le gaz au cours de la transformation $1 \rightarrow 2$. Faire l'application numérique et commenter son signe.
- Q20.** En déduire l'entropie créée au cours de la transformation $1 \rightarrow 2$. Faire l'application numérique et conclure sur la réversibilité de la méthode B. Si cette méthode n'est pas réversible, quelle est la cause de l'irréversibilité ?

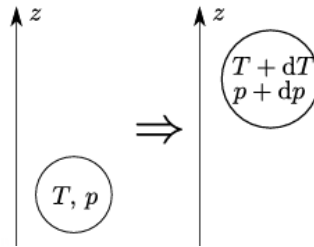
Exercice 3 : Effet de foehn (Concours ATS)

Lorsqu'un courant aérien rencontre un relief large, il s'élève, se détend et se refroidit. Puis en redescendant sur l'autre versant il est comprimé et se réchauffe. Dans certaines conditions qui brisent la symétrie (formation de nuages ou précipitations sur un des versants seulement), l'air redescendant peut arriver en bas avec une température significativement plus élevée qu'elle ne l'était en bas de l'autre versant : ce vent chaud et sec est appelé foehn. Il est très courant dans les vallées alpines, ainsi que dans d'autres régions du monde où il est nommé différemment.

On en propose une étude dans cette partie. Dans toute cette partie, on modélise l'air comme un gaz parfait de masse molaire $M = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et d'indice adiabatique (rapport des capacités thermiques à pression constante et à volume constant) $\gamma = 1,4$. On note $R = 8,3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ la constante des gaz parfaits, et $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ l'intensité de la pesanteur

Gradient adiabatique sec

On s'intéresse d'abord aux variations de température subies par un volume d'air ascendant. On considère un axe z orienté vers le haut, $z = 0$ étant au niveau du sol. On considère un volume élémentaire de fluide qui consiste en un volume fermé V d'air, situé à l'altitude z . Ce volume d'air est initialement à l'équilibre mécanique et thermique avec le reste de l'atmosphère, et on note $\rho(z)$, $P(z)$ et $T(z)$ sa masse volumique, pression et température. On suppose que le volume d'air s'élève brusquement d'une très petite hauteur dz . On note dP et dT les variations de pression et de température associées. On suppose cette transformation adiabatique et réversible.



- Q21. Quelle est la caractéristique de la transformation qui permet de la supposer adiabatique ?
- Q22. Indiquer les conditions d'application de la loi de Laplace.
- Q23. Etablir la relation de Laplace liant volume et température et en déduire la relation suivante entre variation de pression et de température pour le mouvement considéré : $(1 - \gamma) \frac{dP}{P} + \gamma \frac{dT}{T} = 0$.
- Q24. Exprimer la masse volumique d'un gaz parfait en fonction de T, M, P et R .
- Q25. En déduire une expression de $\frac{dT}{dz}$ en fonction de $\frac{dP}{dz}, \gamma, M, \rho$ et R .
- Q26. L'évolution de la pression de l'air de l'atmosphère obéit à la loi $\frac{dP}{dz} = -\rho g$. En déduire une expression de $\frac{dT}{dz}$ uniquement en fonction de γ, M, g et R . Faire l'application numérique et l'exprimer en kelvins par kilomètre.

La valeur obtenue est appelée "gradient adiabatique sec", et donne la variation de température par kilomètre d'altitude lorsqu'une masse d'air s'élève de façon adiabatique et réversible.

Effet des précipitations

On suppose maintenant que la masse d'air possède une certaine humidité lorsqu'elle est au niveau du sol, et qu'en s'élevant la vapeur d'eau contenue dans l'air va se condenser sous forme liquide. On souhaite évaluer l'effet thermique de cette liquéfaction.

On donne :

- L'enthalpie massique de vaporisation de l'eau : $\Delta_{vap}h = 2,3 \times 10^6 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$, supposée indépendante de la température,
- La capacité thermique massique à pression constante de l'air dans les conditions considérées ici : $c_p = 1,0 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$.

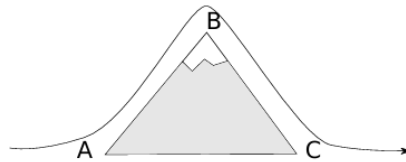
On considère le système isolé constitué d'une masse m_{air} d'air et d'une masse m_{vap} de vapeur d'eau, très petite devant m_{air} .

- Q27. On suppose que la masse m_{vap} de vapeur d'eau se liquéfie, à température et pression constantes, et que les seuls échanges thermiques qui ont lieu prennent place entre l'eau et l'air du système. En effectuant un bilan sur le système $\{eau\}$, donner l'expression du transfert thermique reçu par la masse d'air lors de cette transformation.
- Q28. En supposant que l'air reçoit le transfert thermique précédent, de façon isobare, en déduire l'expression de son élévation de température ΔT en fonction de $\frac{m_{vap}}{m_{air}}, \Delta_{vap}h$ et c_p .
- Q29. Faire l'application numérique pour $\frac{m_{vap}}{m_{air}} = 10^{-2}$.

Effet de foehn

On s'intéresse enfin à l'effet de foehn.

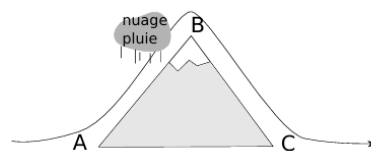
À cause du vent, une parcelle d'air s'élève le long d'une montagne dont le sommet est à l'altitude $h = 1000 \text{ m}$. La parcelle d'air redescend ensuite sur l'autre flanc de la montagne et retourne en $z = 0$ (point C, de même altitude que A)



On considère d'abord un cas où l'atmosphère est sèche. La température évolue avec l'altitude avec un gradient $\frac{dT}{dz}$ constant. On modélise cette élévation comme étant adiabatique et réversible. On prend par exemple $T_A = 20^\circ\text{C}$.

Q30. Quelle est la valeur de la température de la parcelle d'air en B ? en C ?

On se place ensuite dans un cas où l'air en A est humide. En montant sur le flanc de la montagne, sa température chute et la vapeur d'eau qu'il contient se liquéfie. On suppose qu'une fois en B, cette vapeur d'eau s'est totalement liquéfiée et a été évacuée sous forme de nuage ou de pluie. L'air est alors sec au point B et effectue sa descente jusqu'en C



Q31. Estimer la valeur de la température en C. Commenter.



Annexe
(à rendre avec la copie)

```
import matplotlib.pyplot as plt

# Entrée des paramètres
T0 = 273
C = 100000
k = 5.6
S = 1
U = 220
R =.....

# Résolution par La méthode d'Euler, pas de La méthode h = 1s.
h = 1
t =.....
T =.....
for k in range.....:
    t.append.....
    T.append .....

# Tracer un graphe
plt.plot(t,T)
plt.xlabel("t(s)")
plt.ylabel("T(K)")
```