



TD 24 – Induction électromagnétique

1^{ère} partie

Ce qu'il faut savoir et savoir faire

- Évaluer le flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté plan.
- Décrire, mettre en œuvre et interpréter des expériences illustrant les lois de Lenz et de Faraday.
- Utiliser la loi de modération de Lenz pour prédire ou interpréter les phénomènes physiques observés.
- Utiliser la loi de Faraday en précisant les conventions d'alébrisation.
- Différencier le flux propre des flux extérieurs.
- Evaluer et citer l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur.
- Réaliser un bilan de puissance et d'énergie dans un système siège d'un phénomène d'auto-induction en s'appuyant sur un schéma électrique équivalent.
- Déterminer l'inductance mutuelle entre deux bobines de même axe de grande longueur en « influence totale ».
- Circuits électriques à une maille couplés par le phénomène de mutuelle induction en régime sinusoïdal forcé.

J'apprends mon cours : Questions de cours, 1, 2, 3.

Questions de cours

- Q1.** Définir le flux du champ magnétique.
- Q2.** Enoncer la loi de Lenz.
- Q3.** Donner la loi de Faraday.
- Q4.** Décrire le phénomène d'auto-induction.
- Q5.** Etablir l'expression de l'inductance propre d'un solénoïde infini.
- Q6.** Déterminer l'inductance mutuelle entre deux bobines de même axe de grande longueur en « influence totale ».

Exercices

Exercice 1 : Freinage magnétique d'une luge ♥

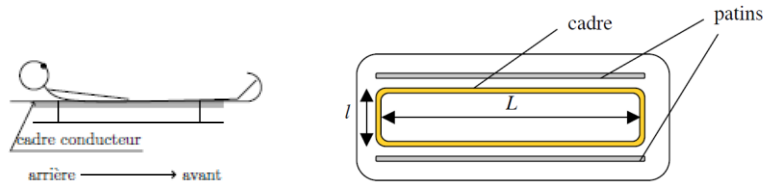
★★★

Ref. 0189

| ✓ *Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire*

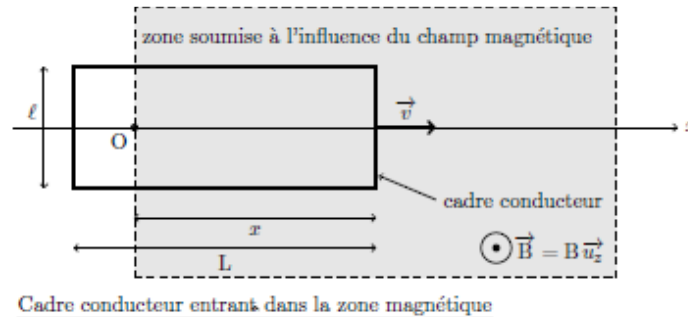
La luge et son passager, ensemble de masse totale $m = 100 \text{ kg}$, arrivent en fin de piste à une vitesse $v_0 = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Afin de freiner la luge, on imagine le dispositif suivant : on fixe un cadre métallique sous la luge et installe, en bout de piste (horizontale), un dispositif qui crée un champ magnétique stationnaire et perpendiculaire à la piste. Pour simplifier l'étude, on supposera le champ magnétique uniforme dans une zone de largeur d et d'intensité $B = 1,0 \text{ T}$.



Le cadre métallique est supposé rigide, conducteur, rectangulaire et de résistance totale $R = 10^{-3} \Omega$ et de côtés $l \times L$ ($l = 50,0 \text{ cm}$ et $L = 100 \text{ cm}$).

La piste est horizontale et le long de l'axe Ox , dont l'origine O est fixée sur la ligne d'arrivée, avant la zone de freinage. L'origine des temps est également fixée au passage de la ligne d'arrivée. L'axe Oz désigne la verticale ascendante.



- 1) Prévoir (sans calcul) les différentes phases du mouvement de la luge depuis la ligne d'arrivée jusqu'à ce qu'elle ait franchi complètement la zone soumise au champ magnétique, supposée ici d'une longueur supérieure à L .

Dans la suite, on s'intéresse à l'entrée de la luge dans la zone de champ magnétique.

- 2) Exprimer la force électromotrice $e(t)$ qui apparaît dans le cadre en fonction de la vitesse v du cadre, de sa largeur l et du champ magnétique B .
- 3) Exprimer l'intensité $i(t)$ induite dans le cadre en fonction de B, l, v et R .
- 4) En déduire la force de Laplace s'exerçant sur le cadre. Commenter le sens de cette force.
- 5) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v de la luge.
- 6) Exprimer la position $x(t)$ de la luge.
- 7) Calculer la durée T que met le cadre de longueur L pour pénétrer entièrement dans la zone magnétique et la vitesse de la luge correspondante
- 8) La zone soumise au champ magnétique n'occupe pas toute la piste de décélération. On installe une alternance de zones magnétiques et non magnétiques. Expliquer. En déduire la longueur idéale de la zone soumise au champ magnétique.

Exercice 2 : Rails de Laplace ♥

☆☆☆

Ref. 0190

✓ *Circuit déformable dans un champ magnétique stationnaire*

Une tige de masse m peut glisser sans frottements sur des rails parallèles horizontaux distants de a et disposés comme présenté ci-dessous. La tige est repérée par son abscisse x . L'ensemble des rails et de la tige forme un circuit fermé de résistance R supposée constante. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique \vec{B} vertical, stationnaire et uniforme.

Dans l'ensemble de ce problème, l'auto-inductance du circuit est supposée négligeable et on admet que la loi de Faraday reste applicable dans ce circuit déformable.

À l'instant initial $t = 0$, la tige est lancée avec une vitesse initiale v_0 dans le sens des x croissants.

- 1) Déterminer l'expression de la force électromotrice induite dans le circuit, puis, en vous appuyant sur un schéma électrique équivalent, en déduire l'expression de l'intensité $i(t)$ du courant induit dans le circuit.
- 2) Déterminer l'expression de la force de Laplace s'exerçant sur la tige et en déduire l'équation différentielle vérifiée par sa vitesse v . Mettre cette équation sous forme canonique et exprimer la constante de temps d'un tel système.
- 3) En déduire l'expression des variations de la vitesse v en fonction du temps t et donner l'allure des variations $v = v(t)$.
- 4) Déterminer l'expression des variations de l'intensité du courant i dans le circuit en fonction du temps t et donner l'allure de $i(t)$.
- 5) Rappeler l'énoncé de la loi de Lenz. Montrer l'accord du mouvement étudié ci-dessus avec cette loi.

Exercice 3 : Pince ampèremétrique ♥

★★★

Ref. 0191

✓ *Circuit fixe dans un champ magnétique variable*

Pour mesurer l'intensité efficace d'un courant alternatif dans une installation électrique, les électriciens utilisent couramment une pince ampèremétrique (voir photographie ci-dessous) particulièrement adaptée à la mesure de courants d'intensité élevée, les courants d'intérêt ont des intensités de l'ordre du kA .



L'ouverture de la pince ampèremétrique permet d'insérer dans sa boucle le fil parcouru par le courant dont l'intensité est à mesurer. Lorsque la pince est fermée, ses deux mâchoires constituent une bobine torique, voir figure 2 ci-dessous. Le phénomène d'induction magnétique permet d'obtenir aux bornes de cette bobine une tension directement liée à l'intensité à mesurer

On cherche à mesurer l'intensité du courant alternatif qui circule dans un fil rectiligne très long, supposé infini, confondu avec l'axe (Oz). L'intensité, qui circule dans le sens des z croissant, est de la forme $I(t) = I_m \cos(\omega t)$ qui crée un champ magnétique $\vec{B}_{fil}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_\theta$ en tout point situé à une distance r du fil.

On modélise la pince par un enroulement torique, de rayon moyen r_0 , constitué de N spires carrées de côté $a \ll r_0$. Ce bobinage est fermé sur un ampèremètre, le circuit ainsi réalisé a une résistance totale R et est parcouru par induction par un courant $i(t) = i_m \cos(\omega t + \varphi)$ qui crée un champ magnétique $\vec{B}_{Tore}(M) = \frac{\mu_0 N i}{2\pi r} \vec{e}_\theta$ à l'intérieur du tore.

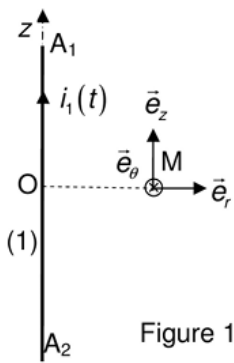


Figure 1

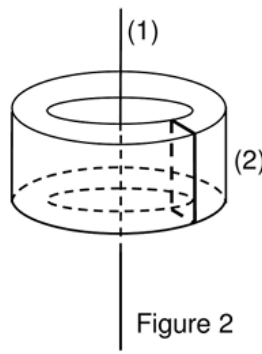


Figure 2

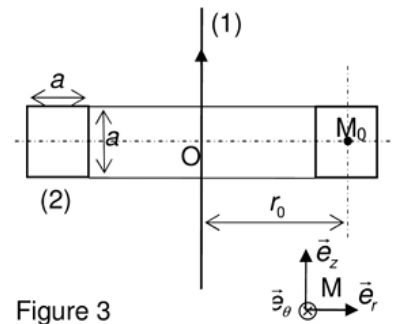


Figure 3

- 1) Exprimer le champ magnétique total en un point M situé à l'intérieur du tore. Ce champ est-il uniforme sur la surface délimitée par chaque spire ?
- 2) Calculer le flux de ce champ au travers d'une spire. En déduire le flux total au travers du tore. Commenter son expression.
- 3) Exprimer la force électromotrice e développée aux bornes du circuit constitué par les N spires.
- 4) Déterminer l'expression du rapport i_m/I_m . L'exprimer simplement en fonction de N en supposant qu'on peut négliger R .
- 5) Ce dispositif peut-il être utilisé pour mesurer un courant continu ?

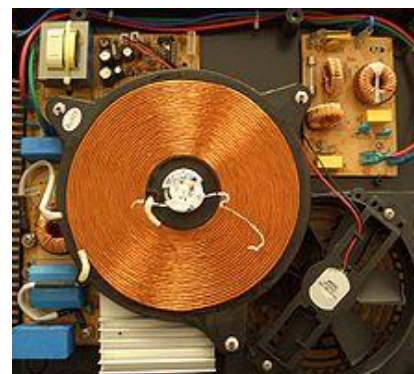
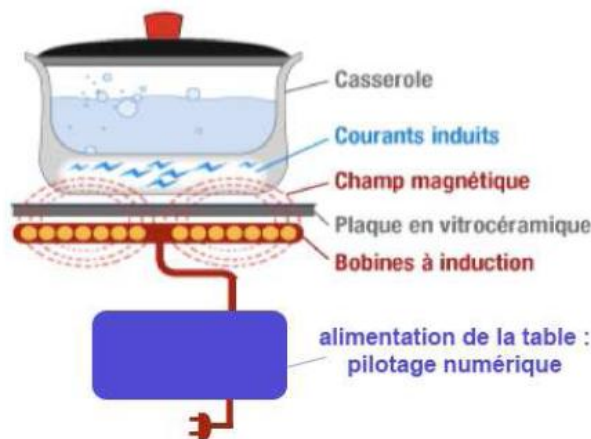
Exercice 4 : Plaques à induction

★★★

Ref. 0192

- ✓ Circuit fixe dans un champ magnétique variable
- ✓ Inductance propre et inductance mutuelle

Le chauffage du fond métallique des récipients de cuisson peut être directement réalisé au moyen de courants de Foucault induits par un champ magnétique variable. Logé dans une table en céramique, un bobinage appelé *inducteur*, alimenté en courant sinusoïdal génère ce champ. Le transfert d'énergie électrique s'effectue par induction mutuelle entre ce bobinage et le fond de casserole circulaire assimilé, pour simplifier, à une spire unique fermée sur elle-même.



L'inducteur comporte 20 spires de cuivre de résistance électrique totale $R_1 = 1,8 \cdot 10^{-2} \Omega$ et d'auto-inductance $L_1 = 30 \mu H$.

Le fond de casserole, de résistance $R_2 = 8,3 m\Omega$ et d'auto-inductance $L_2 = 0,24 \mu H$ est appelée *induit* ; elle est assimilable à une spire unique refermée sur elle-même. L'inducteur est alimenté par une tension $v_1(t)$ de valeur efficace 130 V et de fréquence $f = 25 kHz$.

L'ensemble induit – inducteur se comporte comme deux circuits couplés par une inductance mutuelle M estimée à $2 \mu H$.

- 1) Proposer un schéma électrique équivalent.
- 2) Écrire les équations électriques relatives aux deux circuits.
- 3) En déduire l'expression littérale du rapport des grandeurs complexe $\frac{i_2}{i_1}$.
- 4) En déduire l'expression littérale de l'impédance d'entrée complexe du système : $\underline{Z}_e = \frac{v_1}{i_1}$.
- 5) On suppose que la pulsation choisie est telle que $R_1 \ll L_1\omega$ et $R_1 \ll L_2\omega$ Justifier que \underline{Z}_e peut alors être supposée imaginaire pure.
- 6) Déterminer dans ce cas la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans les 2 circuits.

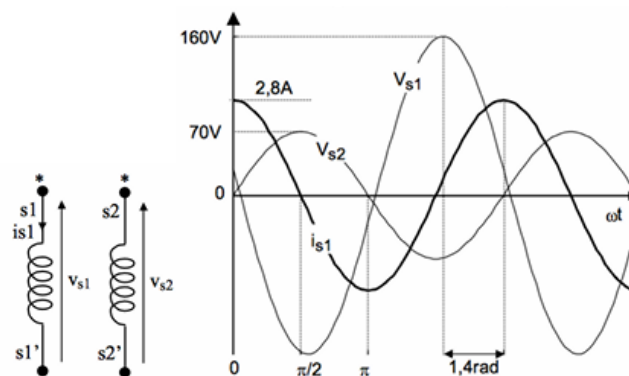
Exercice 5 : Mesure d'une inductance mutuelle

★★★

Ref. 0193

- ✓ Circuit fixe dans un champ magnétique variable
- ✓ Couplage inductif

On considère une première bobine d'inductance propre L_1 et de résistance interne r_1 ; elle est alimentée sous une tension sinusoïdale de fréquence $f = 50 \text{ Hz}$. On place à côté une seconde bobine d'inductance propre L_2 et de résistance interne r_2 ; elle n'est branchée à aucun composant, elle est seulement placée tout à côté de la première. On a relevé les oscillogrammes suivants indiquant la tension V_{s1} aux bornes de la bobine 1, la tension V_{s2} aux bornes de la bobine 2 et le courant i_{s1} traversant la bobine 1.



Déterminer la résistance interne r_1 et l'inductance propre L_1 du bobinage 1 ainsi que l'inductance mutuelle M entre les deux circuits.

Exercice 6 : Circuits LC couplés par mutuelle induction ♥

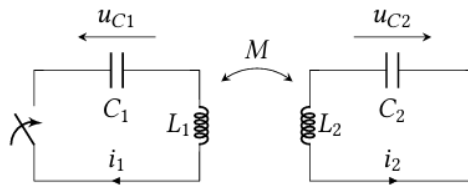
★★★

Ref. 0194

- ✓ Circuit fixe dans un champ magnétique variable
- ✓ Couplage inductif
- ✓ Oscillateur harmonique

Un circuit LC oscille naturellement à la pulsation $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Cette pulsation est modifiée lorsqu'on approche un autre circuit LC , identique au premier, mais dans une configuration telle que les deux circuits sont couplés par

mutuelle induction. Dans cet exercice, on se propose de décrire l'incidence du couplage sur les oscillations de ces circuits.



Dans le circuit présenté ci-dessus, le condensateur de capacité C_1 est initialement sous la tension E . Le condensateur de capacité C_2 est quant à lui initialement déchargé.

À $t = 0$, l'interrupteur K est fermé. On considèrera dans toute la suite que $C_1 = C_2 = C$ et $L_1 = L_2 = L$.

- 1) Etablir les deux équations différentielles couplées vérifiées par les tensions $u_{C1}(t)$ et $u_{C2}(t)$.
- 2) Découpler ces équations en déterminant les équations vérifiées par les fonctions somme $u_{C+} = u_{C1} + u_{C2}$ et différence $u_{C-} = u_{C1} - u_{C2}$. Les intégrer et en déduire les expressions des tensions $u_{C1}(t)$ et $u_{C2}(t)$. On posera $\omega_+ = 1/\sqrt{(L + M)C}$ et $\omega_- = 1/\sqrt{(L - M)C}$.
- 3) Dans le cas où $M \ll L$, en effectuant un développement limité au premier ordre, montrer que ω_+ et ω_- s'écrivent :

$$\omega_+ = \omega_0 \left(1 - \frac{M}{nL} \right) \quad \text{et} \quad \omega_- = \omega_0 \left(1 + \frac{M}{nL} \right)$$

où n est un entier à préciser.

- 4) En déduire l'expression de $u_{C1}(t)$ sous la forme d'un produit de cosinus. Quelle est alors l'allure des variations $u_{C1}(t)$? Comment s'appelle le phénomène observé? En déduire une méthode qui permette de mesurer expérimentalement le rapport M/L à l'oscilloscope, à partir des mesures des périodes des phénomènes observés.

Résolution de problème

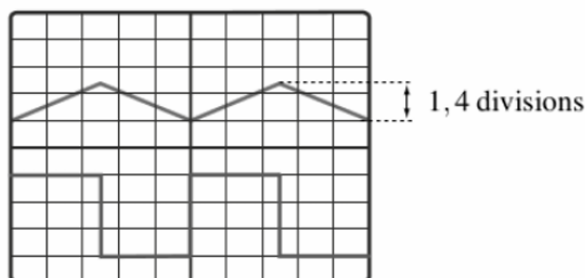
Exercice 7 : Mesure d'une inductance mutuelle (bis)

★★★

Ref. 0195

On considère deux bobines identiques, de résistances faibles, que l'on place face à face. On alimente la première, branchée en série avec une résistance de 100Ω , avec un générateur délivrant un signal triangulaire.

On observe la tension aux bornes des deux bobines. On obtient l'oscillogramme suivant, avec les réglages $0,2 \text{ ms/div}$ et 1 V/div .



Déterminer la valeur de l'inductance mutuelle entre les deux circuits.