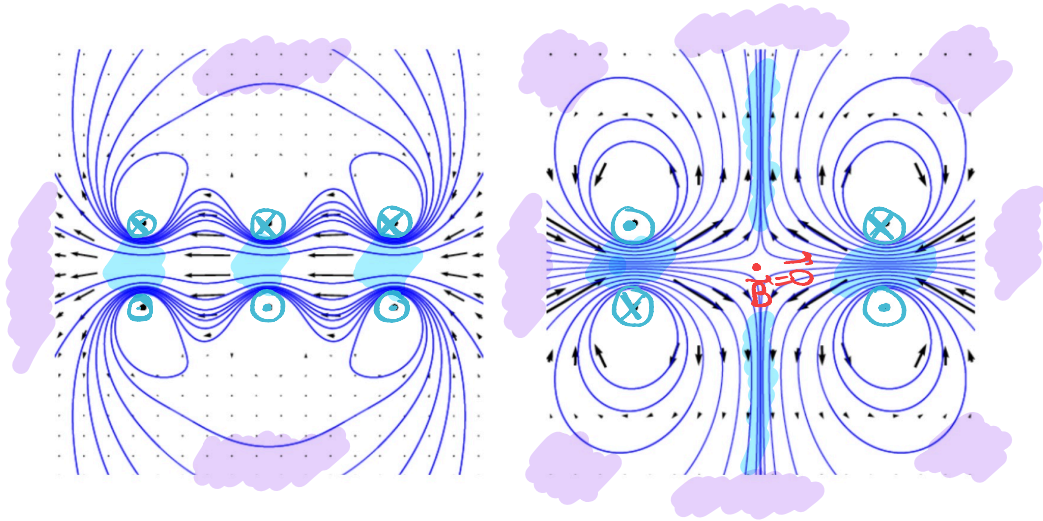


Correction TD23

Exercice 1

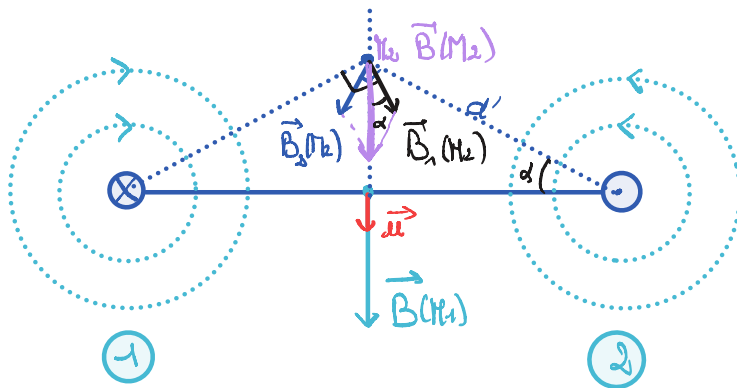


Zones de champ fort : où les lignes de champ se rejoignent.

Zones de champ faible : où les lignes de champ s'écartent.

Exercice 2

1)



$$\vec{B}(M) = \vec{B}_1(M) + \vec{B}_2(M)$$

$$\vec{B}(M_1) = \vec{B}_1(M_1) + \vec{B}_2(M_1)$$

$$\uparrow \quad \quad \quad \uparrow$$

$$\mu_0 \frac{I}{2\pi d/2} \vec{u} \quad \quad \quad \mu_0 \frac{I}{2\pi d/2} \vec{u}$$

en M_1 : \vec{B}_1 et \vec{B}_2 sont égaux.

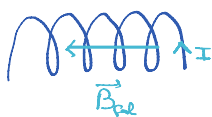
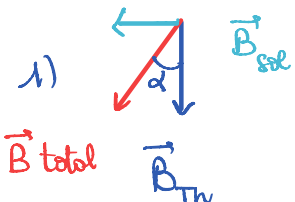
$$\vec{B}(M_1) = 2 \mu_0 \frac{I}{\pi d} \vec{u}$$

2) $\|\vec{B}(M_2)\| = 2 \|\vec{B}_1(M_2)\| \cos \alpha$
 $\hookrightarrow \mu_0 \frac{I}{2\pi d'}$

$$\cos \alpha = \frac{d/2}{d'} \rightarrow \vec{B}(M_2) = 2 \frac{\mu_0 I d}{2\pi d'^2} \vec{u}_0$$

$$\vec{B}(M_2) = \frac{\mu_0 I d}{(a^2 + d'^2)^{3/2}} \vec{u}_0$$

Exercice 3



2) $\tan \alpha = \frac{\|\vec{B}_{sol}\|}{\|\vec{B}_{TM}\|} \rightarrow \|\vec{B}_{TM}\| = \frac{\|\vec{B}_{sol}\|}{\tan \alpha} = 18 \mu T$

Exercice 4

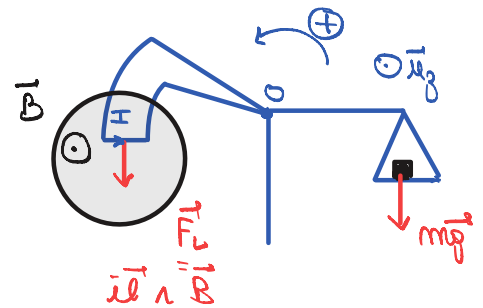
1) Système : { Balance } ← slide en rotation autour d'une axe fixe Oz

A l'équilibre : $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$ et $\Sigma \Pi_{Oz} = 0$ le bras de droite est à l'horizontale sous \vec{B} et sous m
 Avec \vec{B} : $\vec{F}_L \rightarrow$ moment que l'on compense avec m
 le bras droit est aussi horizontal avec \vec{B} et m .

- Bdf :
- poids de la balance
 - poids de la masse $m\vec{g}$ $\Pi_{Oz}(m\vec{g}) = -mga'$
 - force de Laplace : les composantes radiales ont $\Pi_{Oz} = 0$, seule la composante s'exerce sur la partie horizontale et $\Pi_{Oz} \neq 0$ $\Pi_{Oz}(\vec{F}_L) = I l B a$
 - \vec{R}_{axe}

leurs moments se compensent si équilibre sous \vec{B} et m

$$\Rightarrow I l B a = m g a'$$

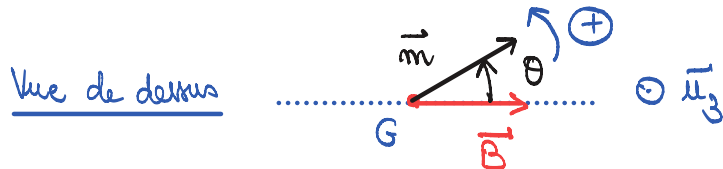
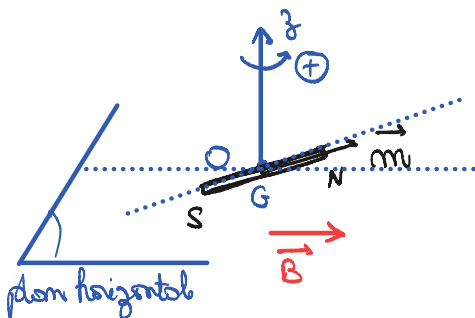


2) $B_{min} = \frac{8 m g a'}{I l a}$ $B_{min} = 0,98 \text{ mT}$

Exercice 5

1) Système : { aimant }

Pour étudier le mouvement de l'aimant en rotation on applique le TMC scalaire.



- Bdf :
- poids appliqué en G $\rightarrow \Pi_{Oz} = 0$
 - \vec{R}_{axe} : $\Pi_{Oz}(\vec{R}_{axe}) = 0$ (pas de frottements)
 - Couple de Laplace $\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B} = -mB \sin \theta \vec{u}_z$

TMC scalaire selon Gz : $J \ddot{\theta} = -mB \sin \theta$

$$\ddot{\theta} + \frac{m\omega B}{J} \sin \theta = 0$$

hyp: petites oscillations $\sin \theta \approx \theta$

$$\ddot{\theta} + \frac{m\omega B}{J} \theta = 0$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{m\omega B}}$$

$$2) m = 4\pi^2 \frac{J}{B_0 T_0^2} =$$

$$3) a) B_2 = B_{\text{ext}} + B_1 \rightarrow T_a = 2\pi \sqrt{\frac{J}{m\omega B_a}} \rightarrow B_a = 4\pi^2 \frac{J}{m\omega T_a^2}$$

$$b) B_b = |B_{\text{ext}} - B_1| \rightarrow T_b = 2\pi \sqrt{\frac{J}{m\omega B_b}} \rightarrow B_b = 4\pi^2 \frac{J}{m\omega T_b^2}$$

Posons ΔT tel que $T_b = T_a + \Delta T$

$$B_a = 4\pi^2 \frac{J}{m\omega T_a^2} = B_{\text{ext}} + B_1$$

$$B_b = 4\pi^2 \frac{J}{m\omega (T_a + \Delta T)^2} = 4\pi^2 \frac{J}{m\omega T_a^2 \left(1 + \frac{\Delta T}{T_a}\right)^2}$$

$$B_{\text{ext}} \ll B_1 \Rightarrow \Delta T \text{ très faible} \\ \Delta T \ll T_a$$

$$B_b \approx B_a \left(1 - 2 \frac{\Delta T}{T_a}\right)$$

$$B_b = B_a - 2 B_a \frac{\Delta T}{T_a}$$

$$B_1 - B_{\text{ext}} = B_1 + B_{\text{ext}} - 2 B_a \frac{\Delta T}{T_a}$$

$$B_{\text{ext}} = B_a \frac{\Delta T}{T_a}$$

$$\text{AN: } B_a \approx 1 \text{ mT} \rightarrow T_a \approx 1,6 \text{ s}$$

$$\Delta T \approx B_{\text{ext}} \frac{T_a}{B_a} \approx 32 \text{ ms}$$

Exercice 6

$$1) \alpha(t) = \omega t$$

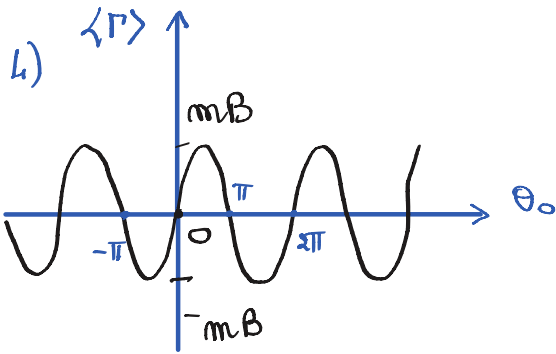
$$2) \vec{\Gamma}(t) = \vec{m} \wedge \vec{B} = m\omega B \sin(\theta - \alpha) \vec{e}_z = m\omega B \sin((\omega_0 - \omega)t + \theta_0) \vec{e}_z$$

$$3) \langle \vec{\Gamma}(t) \rangle = \vec{0} \text{ si } \omega_0 \neq \omega \text{ Du fait de l'inertie de la pièce métallique, elle ne tourne pas.}$$

$$\langle \vec{\Gamma}(t) \rangle = m\omega B \sin \theta_0 \vec{e}_z \text{ si } \omega = \omega_0$$

le moteur tourne si $\langle \Gamma \rangle \neq 0$ donc si \vec{B} et \vec{m} tournent à la même vitesse, d'où

le terme synchrone.



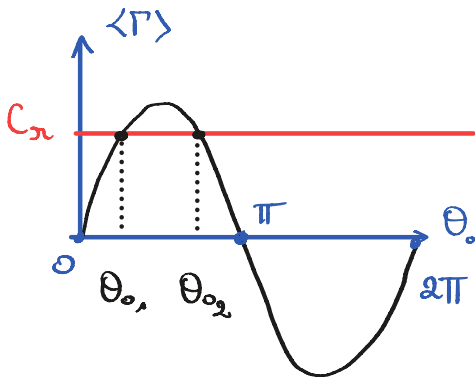
$$\langle \Gamma \rangle = mB \sin \theta_0 \quad \text{si } \omega = \omega_0$$

Reste à : $\langle \Gamma \rangle > 0$ donc $\theta_0 \in]0, \pi[$

Pour $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$: $\Gamma_n = mB$

le champ précède l'aimant

5) Vitesse angulaire constante : $\dot{\alpha} = \alpha_0 \Rightarrow \Sigma \Gamma_y = 0$: $C_n = mB \sin \theta_0$



Pour $C_n \leq mB$, \exists 2 valeurs de θ telles que

$$\sin \theta_{01,2} = \frac{C_n}{mB}$$

6) Etude de la stabilité de θ_{01} : TDC relative appliqué à l'aimant $J\ddot{\alpha} = mB \sin \theta_0 - C_n$

• θ_0 légèrement $\{ \theta_{01} \} \langle \Gamma \rangle < C_n$

$\rightarrow J\ddot{\alpha} < 0$ α ↓ l'aimant décélère $\rightarrow \theta_0 \uparrow$
il "revient vers θ_{01} "

• " $\{ \theta_{01} \} \langle \Gamma \rangle > C_n$

$\rightarrow J\ddot{\alpha} > 0$ α ↑ l'aimant accélère $\rightarrow \theta_0 \downarrow$
il "revient vers θ_{01} "

Si θ_0 diminue légèrement, il évolue vers la valeur θ_{01} : **STABLE**

Etude de la stabilité de θ_{02} : TDC relative appliqué à l'aimant $J\ddot{\alpha} = mB \sin \theta_0 - C_n$

• θ_0 légèrement $\{ \theta_{02} \} \langle \Gamma \rangle > C_n$

$\rightarrow J\ddot{\alpha} > 0$ α ↑ l'aimant accélère $\rightarrow \theta_0 \downarrow$
il s'écarte de θ_{02}

• " $\{ \theta_{02} \} \langle \Gamma \rangle < C_n$

$\rightarrow J\ddot{\alpha} < 0$ α ↓ l'aimant décélère $\rightarrow \theta_0 \uparrow$
il s'écarte de θ_{02}

A l'inverse de θ_{02} : θ_0 s'écarte de $\theta_{02} \rightarrow$ **INSTABLE**

Exercice 7

1) Lois des mailles: $\underline{u} = R \underline{i}_2 + jL\omega \underline{i}_2 \rightarrow \underline{i}_2 = \frac{\underline{u}}{R + jL\omega}$

$$\underline{u} = R \underline{i}_1 + jL\omega \underline{i}_1 + \frac{\underline{i}_1}{jC\omega} \rightarrow \underline{i}_1 = \frac{\underline{u}}{R + j(L\omega - \frac{1}{C\omega})}$$

$$I_{2m} = |\underline{i}_2| = \frac{U_m}{(R^2 + L^2\omega^2)^{1/2}}$$

$$\varphi_2 = \arctan\left(\frac{L\omega}{R}\right)$$

$$I_{1m} = |\underline{i}_1| = \frac{U_m}{(R^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2)^{1/2}}$$

$$\varphi_1 = \arctan\left(\frac{L\omega - 1/C\omega}{R}\right)$$

2) $L^2\omega^2 = (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2 \quad L\omega = \pm (L\omega - \frac{1}{C\omega})$

Seule solution possible: $L\omega = -L\omega + \frac{1}{C\omega} \rightarrow 2L\omega = \frac{1}{C\omega} \quad 2LC\omega^2 = 1$

$$\varphi_1 = -\varphi_2$$

$$\varphi_2 > 0 \text{ et } \varphi_1 < 0$$

3) $\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2} \quad \varphi_1 = -\varphi_2 \quad 2\varphi_2 = \frac{\pi}{2} \quad \varphi_2 = \frac{\pi}{4} \quad \varphi_1 = -\frac{\pi}{4}$

$$L\omega = R$$

$$I_{1m} = I_{2m} = \frac{U_m}{\sqrt{2}R}$$

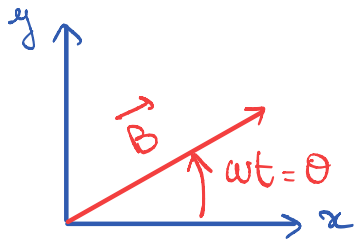
4) $B_1 = \frac{L}{\sqrt{2}R} \frac{U_m}{L} \cos\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{4}\right)$

$$B_0 = \frac{L U_m}{\sqrt{2}R}$$

$$B_2 = \frac{L}{\sqrt{2}R} \frac{U_m}{L} \cos\left(\omega t + \varphi_0 - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\varphi_0 = -\frac{\pi}{4} \Rightarrow B_1 = B_0 \cos(\omega t) \quad \text{et} \quad B_2 = B_0 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = B_0 \sin(\omega t)$$

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = B_0 \underbrace{(\cos(\omega t) \vec{e}_x + \sin(\omega t) \vec{e}_y)}_{\vec{u}_r}$$



$$\dot{\theta} = \omega$$

\vec{u}_r tourne dans (\vec{u}_x, \vec{u}_y) à la vitesse angulaire $\dot{\theta} = \omega$

↓
 \vec{B} est un champ tournant

5) l en $T \cdot A^{-1}$

$$B_0 = l \frac{U_{\text{eff}}}{R \sqrt{2}} = l \frac{U_{\text{eff}}}{L \omega} \leftarrow U_{\text{eff}} \times \sqrt{2}$$

AN : $B_0 = 7 \text{ mT}$