

## Devoir surveillé n° 10

*Durée : 4 heures*

- ✓ *La calculatrice est autorisée*
- ✓ *Les réponses doivent être justifiées.*
- ✓ ***Toute application numérique sans unité ne donnera aucun point.***
- ✓ ***Toute réponse non homogène ne sera pas corrigée.***
- ✓ ***Critères de présentation : un malus sera attribué à la copie sur le total selon la règle suivante, -1 si 1 ou 2 critères non respectés, -2 si 3 ou 4, -3 si 5 ou 6.***

<i>Critère</i>	<i>Indicateur</i>
<i>Lisibilité de l'écriture</i>	<i>L'écriture ne ralentit pas la lecture.</i>
<i>Respect de la langue</i>	<i>La copie ne comporte pas (ou très peu) de fautes d'orthographe ou de grammaire.</i>
<i>Clarté de l'expression</i>	<i>Le raisonnement de l'élève est compréhensible dès la 1<sup>ère</sup> lecture</i>
<i>Propreté de la copie</i>	<i>La copie comporte peu de ratures, les parties à ne pas prendre en compte sont soigneusement barrées.</i>
<i>Mise en évidence des résultats</i>	<i>Résultats encadrés ou soulignés</i>
<i>Identification des questions et pagination</i>	<i>Les différentes parties du sujet sont bien identifiées et les réponses sont numérotées avec le numéro de la question. La pagination est correctement effectuée.</i>

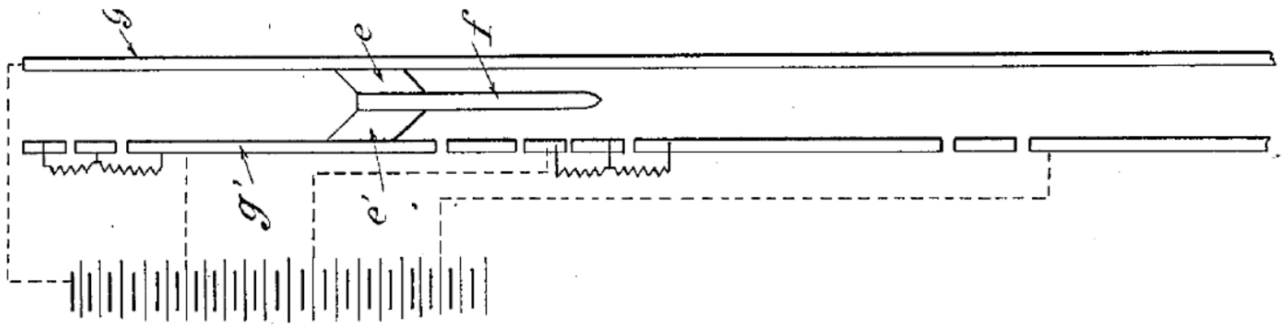
### Exercice 1 : Canon fournisseur d'impulsion (Mines 2025)

L'*impulsion* désigne, dans le langage général, l'élan initial qu'on donne à un objet (projectile) qui poursuit ensuite son mouvement.

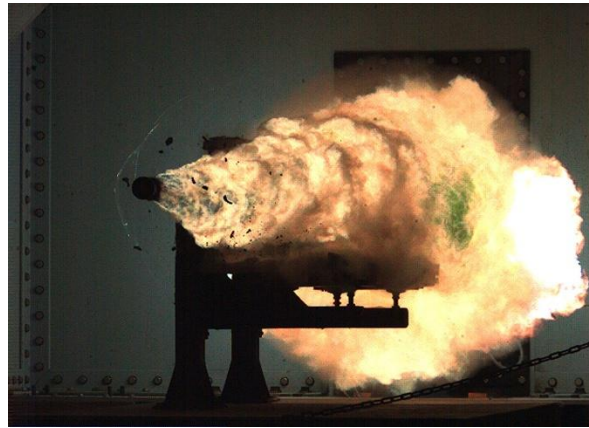
En physique, l'impulsion est communément appelée quantité de mouvement, pour un point matériel de masse  $m$  et de vitesse  $\vec{v}$  :  $\vec{p} = m \vec{v}$ . Un système étendu de masse  $M$  et de barycentre  $C$  a pour **impulsion**  $\vec{p} = m \vec{v}_C$ . Cette grandeur joue par ailleurs un rôle essentiel en physique microscopique, quantique et relativiste. L'acquisition d'impulsion pour un projectile est le but d'un *canon*.

Depuis la découverte des phénomènes d'induction, l'utilisation des forces électromagnétiques pour la mise en mouvement de projectiles a été souvent évoquée.

Dès 1917, le français Fauchon-Villeplée réalise un prototype (cf. figure suivante) et dépose un brevet aux États-Unis pour un tel canon : **le projectile (f) est en contact électrique (e et e') avec deux rails conducteurs parallèles (g et g') qui permettent le passage du courant électrique généré par des batteries.**



Prototype de Fauchon-Villeplée, figure extraite du brevet déposé



Test d'un canon électro-magnétique de la marine américaine en janvier 2008.

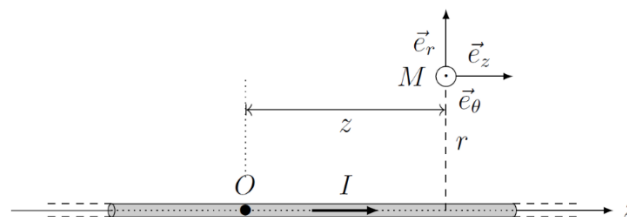
Nous nous contenterons ici d'une étude de principe.

Le canon électromagnétique repose sur la production d'un champ magnétique  $\vec{B}$  par un courant électrique  $I$  circulant dans un circuit fermé. Pour cela, les deux rails sont connectés à un générateur électrique, le projectile, conducteur, est inséré entre les rails et ferme le circuit. Le courant pouvant alors circuler génère un champ magnétique.

## Préliminaires

On considère un fil infini, cylindrique, confondu avec l'axe  $(Oz)$ , parcouru par un courant  $I$  (**figure 1**). On caractérise un point  $M$  extérieur au fil par ses coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ .

On note  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$  la perméabilité magnétique du vide.



Fil infini créant en  $M$  un champ magnétique

**Figure 1**

**Q1.** A l'aide d'un schéma, décrire les lignes de champ magnétique  $\vec{B}_{fil}$  créé par le fil infini.

- Q2.** Sachant que la norme du champ magnétique en un point  $M$  vaut  $\mu_0|I|/(2\pi r)$ , en déduire l'expression complète du champ  $\vec{B}_{fil}$  en un point  $M$  dans la base locale cylindrique.

## Ordres de grandeur

Dans l'expérience de 1917, un projectile, initialement immobile, de masse  $m = 50 \text{ g}$ , est accéléré par un canon électromagnétique de longueur  $\ell = 25 \text{ m}$  et atteint à sa sortie l'impulsion  $p_s = 10 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

- Q3.** En supposant l'accélération  $a$  constante à l'intérieur du canon, exprimer puis calculer la durée  $\Delta t$  du tir en fonction de  $\ell$  et  $a$  puis  $a$  en fonction de  $m$ ,  $p_s$  et  $\ell$ . Dans le cas d'un tir en direction non horizontale, est-il légitime de négliger le poids du projectile ?

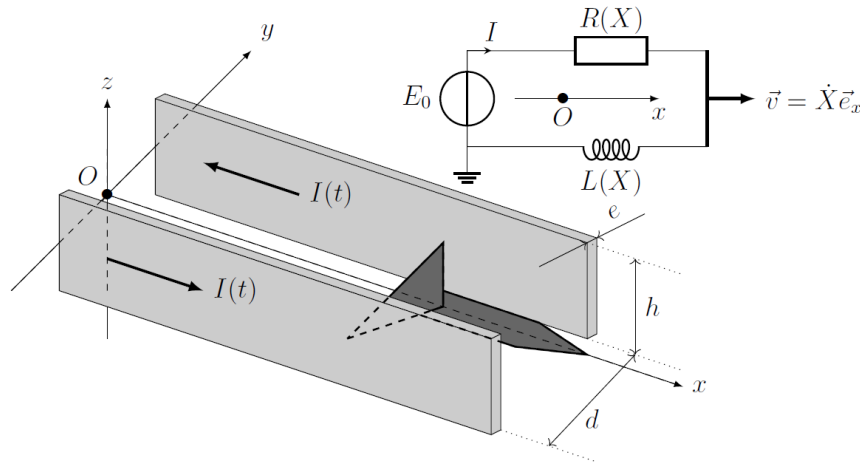
On modélise le canon par un dispositif de type rails de Laplace : les rails sont parallèles, alimentés par un générateur idéal de tension  $E_0$  ; le projectile est assimilé à une tige conductrice posée sur les rails et pouvant glisser sans frottements parallèlement à eux. L'écartement des rails est de l'ordre de  $d = 1 \text{ cm}$ .

- Q4.** Rappeler l'expression de la force de Laplace exercée sur un conducteur électrique. Schématiser le dispositif, y faire apparaître la force de Laplace. En supposant le champ magnétique uniforme dans le canon, exprimer son intensité  $B$  en fonction de l'accélération  $a$ ,  $m$ ,  $d$  et du courant électrique  $I$ .
- Q5.** Ce champ magnétique est créé par les deux rails ; assimilés à deux fils infinis parallèles situés à la distance  $d/2$  du point où se trouve le projectile. On supposera le champ magnétique entre les deux rails uniformes et de norme égale à celle calculée à la distance  $d/2$  des rails. Exprimer l'intensité  $I$  du courant électrique nécessaire à la réalisation de l'expérience, en fonction de  $m$ ,  $a$  et  $\mu_0$ . Faire l'application numérique pour la valeur de l'accélération  $a$ , supposée constante et correspondant à l'impulsion voulue. Commenter.
- Q6.** La résistance électrique du système est notée  $R$ . Elle de l'ordre de quelques ohms. On définit le rendement de propulsion  $\eta$  comme le rapport de l'énergie cinétique emportée par le projectile à l'énergie fournie par le générateur. Justifier que l'énergie fournie par le générateur peut être approximée  $RI^2\Delta t$ . Montrer que l'on peut alors mettre ce rendement sous la forme :  $\eta = R_u/R$  en exprimant la résistance utile  $R_u$  en fonction de  $\mu_0$ ,  $m$  et  $p_s$ . Calculer  $R_u$ . Commenter.

## Modélisation

La géométrie du propulseur et des rails d'alimentation est proposée sur la figure 2 ainsi que sa modélisation.

Le générateur de tension constante  $E_0$  alimente l'ensemble en courant électrique depuis une abscisse  $x < 0$ . La ligne est fermée par le projectile à l'abscisse  $X(t)$ . Le mouvement de celui-ci démarre en  $X(0) = 0$  et se termine par l'éjection en  $X(\Delta t) = \ell$ . La résistance électrique  $R(X)$  du circuit, tout comme l'inductance propre  $L(X)$ , dépendent *a priori* de la progression du projectile dans le canon. Le courant  $I(t)$  est donc variable. On note  $m$  la masse du projectile, on néglige le poids et tous les frottements.



Le propulseur d'un canon électromagnétique et son schéma équivalent

**Figure 2**

Les rails de guidage, distants de  $d$ , sont formés d'un matériau conducteur de conductivité  $\gamma$ , de hauteur  $h$  et d'épaisseur  $e$ .

On indique qu'un conducteur cylindrique de surface de section  $S$ , de longueur  $L_c$ , et de conductivité  $\gamma$ , possède une résistance longitudinale  $R_c = L_c/(\gamma S)$ .

- Q7.** Rappeler la loi de Faraday de l'induction électromagnétique, en précisant l'expression du flux propre en fonction de  $L(X)$ .
- Q8.** Établir l'équation électrique reliant  $E_0$ , les fonctions  $L(X)$ ,  $R(X)$ ,  $I(t)$ ,  $X(t)$  et leurs dérivées.
- Q9.** Obtenir une équation énergétique à partir de la relation précédente, puis identifier la puissance de la force propulsive (force de Laplace) et montrer que son expression est  $F = I^2(t) dL/dX$ ; en déduire l'équation mécanique qui décrit le mouvement du projectile.
- Q10.** Dans la suite on négligera la résistance électrique du projectile et la résistance interne du générateur. Déterminer la résistance électrique totale des rails,  $R(X)$ ; montrer qu'elle se met sous la forme  $R(X) = \rho X$  et exprimer  $\rho$  en fonction des caractéristiques du rail de guidage.

Entre les rails, on impose un champ magnétique uniforme d'intensité  $B_0 \simeq \mu_0 I/h$ .

- Q11.** Exprimer la force de Laplace qui s'exerce sur le projectile puis en déduire l'expression de  $dL/dX$  puis de  $L(X)$ .

Les équations différentielles du mouvement prennent la forme non linéaire ci-après, qui ne permet qu'une résolution numérique :

$$\frac{d^2X}{dt^2} = \alpha I^2 \text{ et } X(t)I(t) + \tau \left[ I \frac{dX}{dt} + X \frac{dI}{dt} \right] = \beta$$

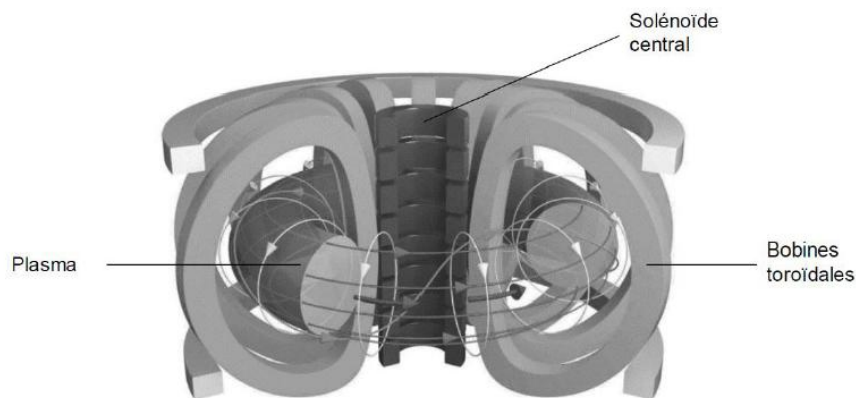
- Q12.** Exprimer les constantes positives  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\tau$  en fonction des données du problème. Préciser la dimension de  $\tau$  et son interprétation physique.

## Exercice 2 : Chauffage par induction (CCINP PC 2024)

Pour répondre à la raréfaction des énergies fossiles, il est nécessaire de trouver de nouvelles sources d'énergie décarbonées. Parmi celles-ci, la fusion thermonucléaire est une des pistes à long terme qui donne lieu à une coopération internationale sans précédent avec le projet de recherche ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor), dont les installations sont implantées à Cadarache, dans les Bouches-du-Rhône.

La fusion thermonucléaire consiste à faire entrer en collision deux noyaux légers pour obtenir un noyau plus lourd. Cette réaction nucléaire libère de grandes quantités d'énergie du fait qu'une partie de la masse des noyaux est convertie en énergie. Pour rendre possible la fusion, il faut vaincre la barrière coulombienne qui s'oppose au rapprochement des deux noyaux d'hydrogène, ce qui nécessite de travailler à très hautes températures (150 millions de degrés !).

Actuellement, la majorité des recherches sur le confinement magnétique portent sur les tokamaks.



Dans les tokamaks, une partie de l'échauffement est réalisé par induction : Un solénoïde situé au centre du tokamak produit un champ magnétique  $\vec{B}_1$  dépendant du temps. Le plasma, de géométrie torique, entoure ce solénoïde central : il est alors parcouru par un intense courant induit qui, par effet Joule, chauffe le plasma. On se propose de modéliser sommairement cette situation. On se place en coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$  d'axe  $(Oz)$ .

Le solénoïde central d'axe  $(Oz)$ , de rayon  $a_1$ , est parcouru par un courant  $i_1(t) > 0$  qui génère un champ magnétique  $\vec{B}_1(r, t)$ .

Le plasma est assimilé à une boucle de courant filiforme parcourue par  $i_2(t)$ , de même axe que le solénoïde central et de rayon  $a_1 > a_2$ . (Figure 3)

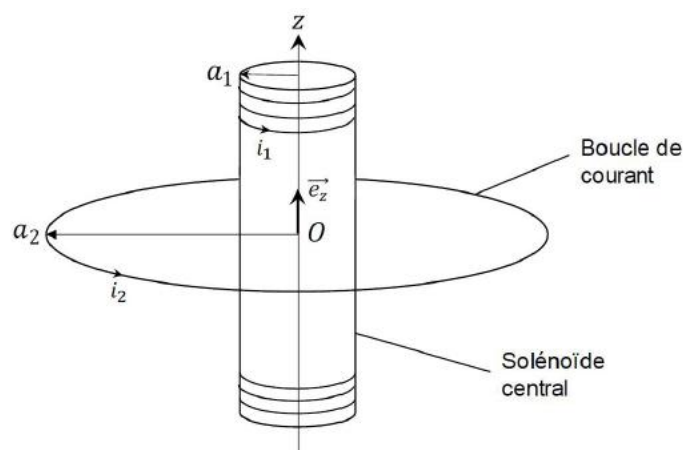


Figure 3

On rappelle l'expression du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde supposé infiniment long et constitué de  $n$  spires par unité de longueur :  $\vec{B}_1(r, t) = \mu_0 n i_1(t) \vec{e}_z$ ,  $\vec{B}_1(r, t)$  étant nul à l'extérieur du solénoïde.

- Q13.** Justifier l'apparition d'un courant dans la boucle de courant.
- Q14.** Exprimer l'inductance mutuelle  $M$  entre le solénoïde central et la boucle de courant, en fonction de  $\mu_0$ ,  $n$  et de  $a_1$ . Faire l'application numérique pour le tokamak ITER, sachant que  $a_1 = 2,0 \text{ m}$  et que le champ magnétique au centre du solénoïde est de  $13 \text{ T}$  pour un courant maximal  $I_0$  de  $46 \text{ kA}$ .
- Q15.** En considérant que la boucle de courant a une résistance électrique  $R$  et une inductance propre  $L$ , établir l'équation différentielle liant  $i_1(t)$  et  $i_2(t)$ .
- Q16.** On veut que le courant induit soit stationnaire ; on note  $I_2$  sa valeur. Déterminer  $i_1(t)$  dans le solénoïde. On notera  $I_0$  sa valeur initiale. Pour la suite on prendra  $I_0 = 46 \text{ kA}$  et  $I_2 = 15 \text{ MA}$ .
- Q17.** En déduire que, nécessairement, ce système ne peut pas fonctionner en continu mais par impulsions de durée limitée  $t_1$  que l'on exprimera en fonction de  $M$ ,  $I_0$ ,  $R$  et  $I_2$ .
- Q18.** Exprimer l'énergie dissipée par effet Joule dans la boucle de courant entre  $t = 0$  et  $t = t_1$  en fonction de  $M$ ,  $I_0$  et  $I_2$ . Faire l'application numérique. Quel est l'effet de cette énergie sur le plasma ?
- Q19.** Le physicien américain Lyman SPITZER a établi en 1950 que la résistivité  $\rho$  d'un plasma soumis à un champ magnétique décroissait avec la température  $T$  du plasma proportionnellement à  $T^{-3/2}$ . À partir de cette information, quelle critique peut-on émettre sur la modélisation effectuée dans cette partie ?

### Exercice 3 : Cycle thermogravitationnel (ATS 2025)

Ce sujet étudie des cycles thermogravitationnels moteurs. Il s'agit de cycles dans lesquels la compression du fluide est réalisée par le travail de la force de gravité.

- L'utilisation d'un fluide de travail de type organique, à basse température de changement d'état, permet un fonctionnement avec une source chaude de faible température et de convertir en travail un flux thermique qui, sinon, ne serait pas exploitable (géothermie basse température, énergie thermique perdue industriellement, énergie thermique perdue lors de la valorisation de la biomasse...);
- En cycle en écoulement, il n'est pas nécessaire d'apporter du travail au fluide par une pompe ou un compresseur, on parle de "pure power cycle".

*Notations et données :*

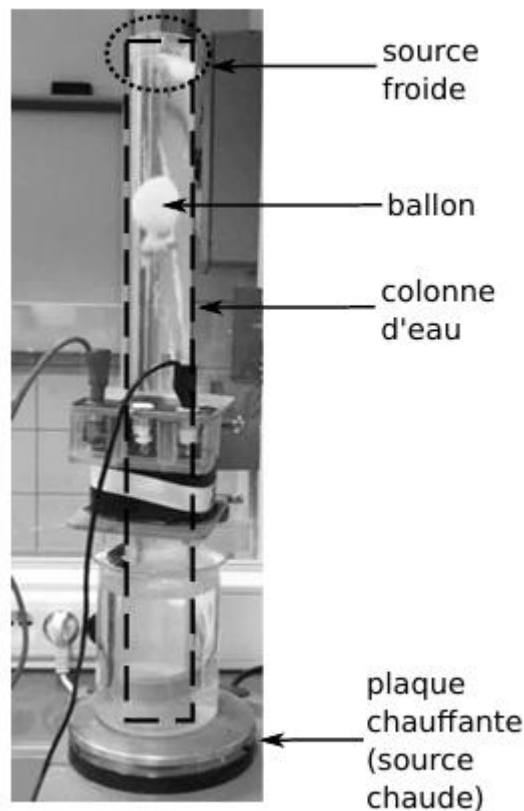
- Pesanteur  $g$ , de norme  $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .
- Constante des gaz parfaits :  $R = 8,3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ .
- Un indice  $e$  désigne une grandeur qui caractérise l'eau : par exemple, la masse volumique de l'eau est notée  $\rho_e$  et vaut  $\rho_e = 1,0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ .
- Les températures utilisées étant proches, on passera des degrés aux Kelvin en ajoutant 273,15.

### Cycle fermé

#### Description du cycle

Le dispositif est constitué d'une colonne d'eau dans laquelle est immergé un ballon, dont la membrane est souple, et qui contient un fluide qui peut être liquide ou gazeux. Le bas de la colonne d'eau est au

contact d'une source chaude à la température  $T_c = 58^\circ\text{C}$ , et le haut est au contact d'une source froide à la température  $T_f$  (par exemple, l'air ambiant, ou encore de la glace qui flotte en haut de la colonne).



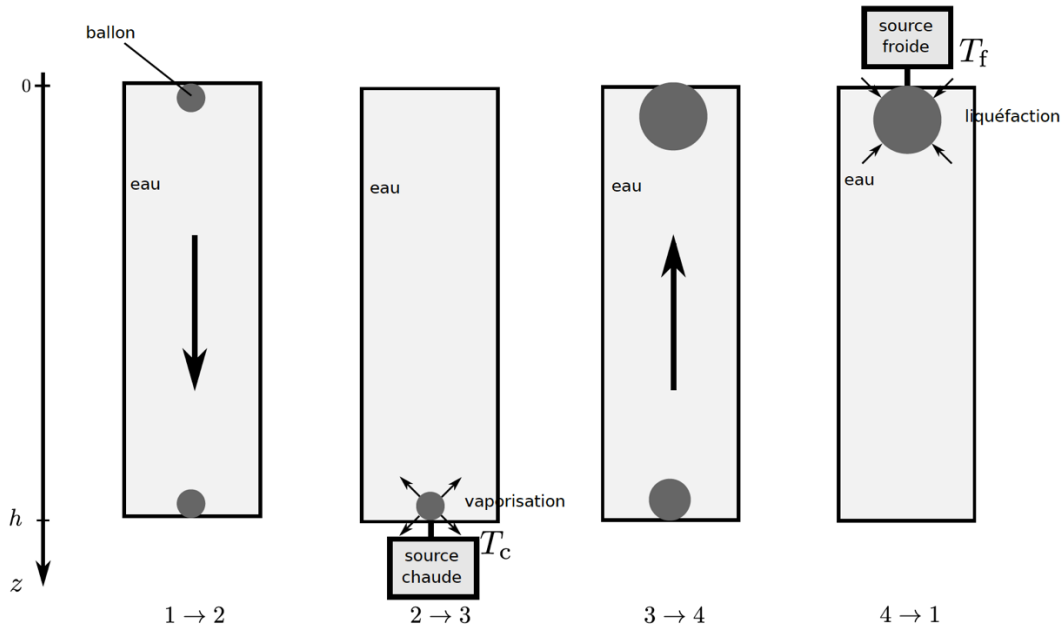
Document 1 : photographie du prototype.

Remarque : il s'agit d'un prototype dont l'objectif est d'établir la faisabilité du cycle. Il ne faut donc pas s'étonner d'obtenir des énergies ou des puissances très faibles.

La membrane du ballon est parfaitement imperméable.

Le cycle décrit est le suivant (voir aussi document 2) :

- **1→2 : compression adiabatique réversible.** Dans l'état 1, le ballon est en haut de la colonne, et le fluide du ballon est dans l'état liquide. Sa masse volumique est supérieure à celle de l'eau : il chute donc dans le fluide, jusqu'en bas de la colonne (état 2).
- **2→3 : transfert thermique chaud.** Le ballon reste en bas, et le fluide du ballon reçoit un transfert thermique  $Q_c$  de la part de la source chaude. Ceci vaporise entièrement le fluide du ballon et continue ensuite d'élever la température du gaz jusqu'à l'état 3. Cette transformation est supposée isobare (pression  $P_2 = 1,05\text{bar}$ ).
- **3→4 : détente adiabatique réversible.** Dans l'état 3, le fluide du ballon est sous forme de gaz, de masse volumique inférieure à celle de l'eau : le ballon remonte jusqu'en haut de la colonne.
- **4→1 : transfert thermique froid.** Le ballon reste en haut, et le fluide du ballon reçoit un transfert thermique  $Q_f$  de la part de la source froide. Ceci liquéfie entièrement le fluide du ballon. Cette transformation est supposée isobare (pression  $P_1 = 1\text{bar}$ ).

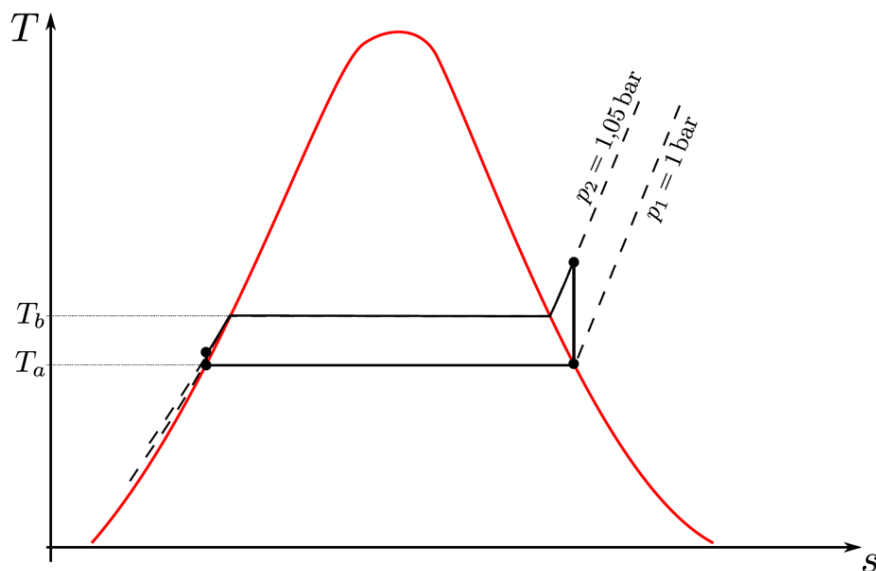


Notations et données thermodynamiques pour le fluide perfluorohexane contenu dans le ballon :

- Masse molaire  $M = 338 \text{ g/mol}$ .
- Enthalpie massique de vaporisation :  $\Delta h_{vap} = 90 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1}$  aux températures considérées.
- Pression de vapeur saturante :  $P_{sat}(56^\circ\text{C}) = 1,00 \text{ bar}$  et  $P_{sat}(57^\circ\text{C}) = 1,05 \text{ bar}$ .
- Le gaz est modélisé comme parfait et le liquide comme incompressible et indilatable.
- Leurs capacités thermiques massiques à pression constante sont respectivement  $c_{p,g} = 270,6 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$  et  $c_{p,l} = 255,1 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ .
- Volume du ballon lorsque le fluide est dans l'état liquide :  $V_l = 80 \mu\text{L}$ .
- Masse volumique du fluide dans l'état liquide :  $\rho_l = 1,7 \text{ kg/L}$ .
- Coefficient isentropique :  $\gamma = 1,1$

**Q20.** Exprimer, puis calculer, la masse  $m$  de fluide dans le ballon.

Le cycle est tracé sur le diagramme température  $T$  – entropie massique  $s$  du document 2. **Aucune connaissance du diagramme  $T(s)$  n'est nécessaire. Deux isobares sont tracées ainsi que la courbe de saturation. Sa lecture est similaire à celle du diagramme  $P(v)$ .**



Document 2 : description du cycle, et diagramme  $T$ - $s$  schématique pour le fluide contenu dans le ballon.

- Q21.** Reproduire l'allure de ce diagramme sur la copie, et indiquer dans quelles zones le fluide est liquide, gazeux, ou à l'équilibre liquide-vapeur.
- Q22.** Donner les valeurs de  $T_a$  et  $T_b$ .
- Q23.** Les ronds représentent chacun des quatre états 1, 2, 3 ou 4. Sur votre copie, numéroter ces ronds par 1, 2, 3 ou 4 en fonction de l'état auquel ils correspondent.
- Q24.** Préciser les température  $T_1$  et  $T_4$
- Q25.** Déterminer la température  $T_2$ .
- Q26.** Déterminer la température  $T_3$ .

On s'intéresse à la transformation 4→1 de transfert thermique isobare au contact de la source froide. Le fluide passe de l'état 4 (vapeur saturante) à l'état 1 (liquide saturant).

- Q27.** Exprimer le transfert thermique  $Q_f$  reçu par le fluide lors de cette transformation, en fonction de grandeurs parmi les données et de  $m$ . Faire l'application numérique. Commenter le signe.

On s'intéresse à la transformation 2→3 de transfert thermique isobare au contact de la source chaude, telle que décrite dans le diagramme  $T - s$ .

- Q28.** Exprimer le transfert thermique  $Q_c$  reçu par le fluide lors de cette transformation, en fonction de grandeurs parmi les données, de  $m$ , et de certaines températures parmi  $T_1, T_2, T_3, T_4$  (températures du fluide du ballon dans les états 1, 2, 3 et 4) ou  $T_a$  et  $T_b$ . Faire l'application numérique.

On note  $W$  le travail algébriquement reçu par le fluide du ballon sur un cycle. On admet pour l'instant qu'il est possible, dans l'idéal, de récupérer l'intégralité de ce travail via certains dispositifs. Il s'agit donc, en valeur absolue, du travail produit par le moteur sur un cycle.

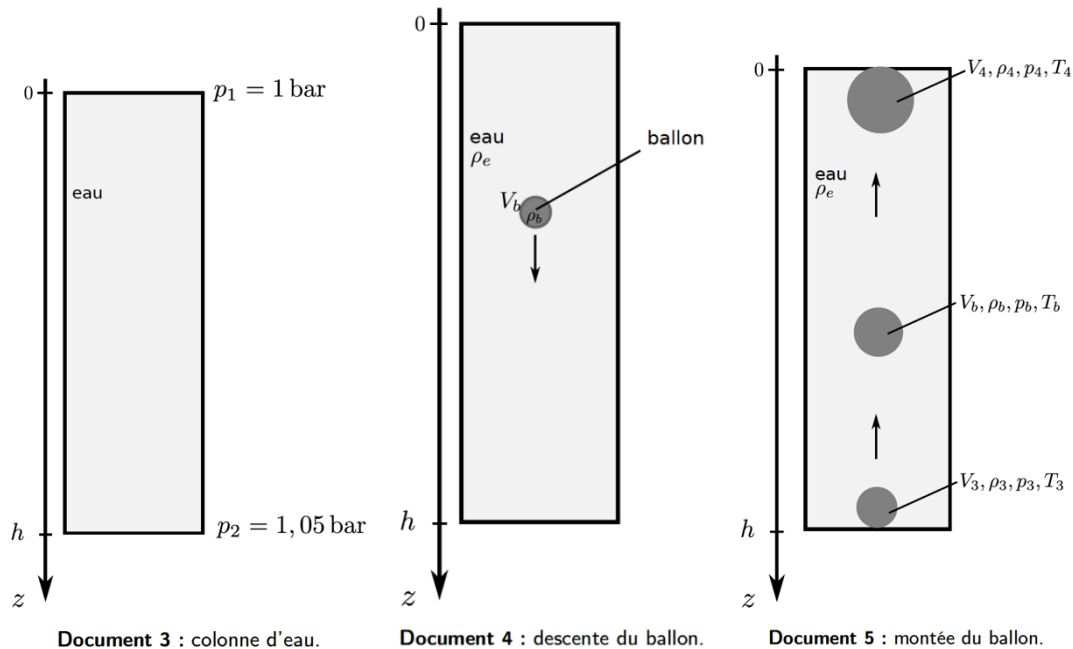
- Q29.** Exprimer le rendement  $\eta_{cycle}$  du cycle d'abord en fonction de grandeurs parmi  $W, Q_c$  et  $Q_f$ , puis en fonction de  $Q_c$  et de  $Q_f$  uniquement. Faire l'application numérique.

On souhaite comparer ce rendement à celui d'un cycle moteur réversible, fonctionnant entre une source chaude à  $T_c = 58^\circ C$  et une source froide à  $T_f$ . La convection dans la colonne d'eau fait que la température en haut de la colonne reste assez élevée : elle est mesurée à  $56^\circ C$ .

On prendra donc  $T_f = 56^\circ C$ .

- Q30.** Démontrer l'expression du rendement  $\eta_{rév}$  d'un tel cycle, en fonction des deux températures. Faire l'application numérique.
- Q31.** Quelles sont les transformations du cycle modélisé dans le document 2 qui ne sont pas réversibles, et qui expliquent la différence entre  $\eta_{cycle}$  et  $\eta_{rév}$  ?

## Profil de pression dans l'eau et mouvements du le ballon



On souhaite dimensionner la colonne d'eau pour atteindre une pression donnée au fond de la colonne. L'axe  $z$  est comme sur la figure. L'intensité de la pesanteur est  $g$ . Alors la pression varie avec la profondeur  $z$  selon :  $P_e(z) = P_e(0) + \rho_e g z$  (loi de l'hydrostatique). On note  $P_1 = P_e(z = 0) = 1,0 \text{ bar}$ .

**Q32.** En déduire la valeur numérique de la hauteur  $h$  nécessaire pour imposer  $P_2 = 1,05 \text{ bar}$  en bas de la colonne (**Document 3**).

Afin de quantifier la puissance du cycle, il est nécessaire de connaître sa durée.

On étudie d'abord la phase de descente (**Document 4**). Lors de cette phase, le contenu du ballon est entièrement liquide, de masse volumique  $\rho_l$  constante, supérieure à celle de l'eau  $\rho_e$ . Le volume  $V_b$  du ballon est constant. On néglige la masse de la membrane du ballon pour ne prendre en compte que celle du liquide qu'il contient.

Le ballon est soumis uniquement à son poids et à la poussée d'Archimède qui s'écrit  $\vec{\pi}_A = -\rho_e V_b \vec{g}$ . Les frottements sont négligés.

La descente commence à  $t = 0$  en  $z = 0$  avec une vitesse nulle.

**Q33.** Montrer que le mouvement est uniformément accéléré et préciser l'accélération du ballon en fonction de  $g$  et des masses volumiques. Faire l'application numérique.

**Q34.** Exprimer, en fonction de  $h$  et de l'accélération, la durée  $\Delta t$  de la descente du ballon entre l'instant initial et l'instant où il atteint la profondeur  $z = h$ . Faire l'application numérique pour  $h = 50 \text{ cm}$ .

On étudie maintenant la phase de montée (**Document 5**). Lors de la montée, le contenu du ballon est entièrement gazeux, de masse volumique  $\rho_e(t)$ , de température  $T(t)$ , et de pression  $P(t)$ . Son volume est  $V(t)$ .

- Ces grandeurs varient au cours de l'ascension.
- Au départ,  $z = h$  et ces grandeurs sont notées  $\rho_3, T_3, P_3, V_3$ .
- À l'arrivée,  $z = 0$  et ces grandeurs sont notées  $\rho_4, T_4, P_4, V_4$ , avec  $P_4 = 1,00 \text{ bar}$ .

De plus, on a à chaque instant l'équilibre de la membrane qui impose :  $\forall z, P = P_4 + \rho_e g z$

- Q35.** En considérant la nature de la transformation entre les états 3 et 4, donner une relation entre la pression et le volume à une profondeur quelconque et ces grandeurs à la profondeur  $z = 0$  ( $P_4, V_4$ ).
- Q36.** Lors de l'ascension, le volume du ballon va-t-il augmenter ou diminuer ? Pourquoi ? Ceci va-t-il avoir tendance à accélérer ou à ralentir le mouvement, et pourquoi ?
- Q37.** Exprimer la masse volumique du gaz du ballon  $\rho$  en fonction de  $P_4, P$  et  $\rho_4$ .
- Q38.** Justifier que la relation précédente peut se simplifier en :  $\rho = \rho_4 \left(1 + \frac{z}{H}\right)$  avec  $H$  un paramètre qu'on exprimera en fonction des grandeurs précédemment introduites. Déterminer la valeur numérique de  $H$ .
- Q39.** Exprimer  $\rho_4$  en fonction de  $P_4, T_4, M$  et  $R$ . Faire l'application numérique.

On néglige la masse de la membrane du ballon pour ne prendre en compte que celle du gaz qu'il contient.

- Q40.** Montrer que l'équation du mouvement se met sous la forme suivante :  $\ddot{z} - \omega_0^2 z = -\alpha$  avec  $\omega_0$  et  $\alpha$  des paramètres qu'on exprimera en fonction de  $g, H, \rho_e$  et  $\rho_4$ .
- Q41.** Déterminer l'expression de  $z(t)$ , sachant que  $z(t = 0) = h$  et  $z'(t = 0) = 0$ , en fonction de  $\omega_0, \alpha, h$  et  $t$ .

Le calcul de la durée  $\Delta t'$  de la remontée du ballon donne  $\Delta t' = 36 \text{ ms}$ .

- Q42.** Retrouver le travail produit au cours du cycle en sommant les travaux des forces s'exerçant sur le ballon sur chaque étape. Pour le calcul du travail lors des étapes de montée et de descente, on rappelle que la poussée d'Archimède est la résultante des forces pressantes.

**FIN**