

Entraînement- Bases de l'optique géométrique

Halo solaire

★★★
Réf. 0058

| ✓ *Lois de Descartes*

Réfraction de la lumière

On considère un milieu homogène, isotrope et transparent à la lumière.

- 1) Exprimer l'indice optique n de ce milieu en fonction de la célérité v de la lumière dans ce milieu et de la célérité c de la lumière dans le vide.

On étudie la réfraction et la réflexion de la lumière sur un dioptré plan. Un rayon lumineux incident arrive sur le dioptré qui sépare deux milieux d'indices optiques n_1 et n_2 . On note θ_1 l'angle d'incidence du rayon incident, θ'_1 l'angle que le rayon réfléchi fait avec la normale au dioptré, et θ_2 l'angle que le rayon réfracté fait avec cette même normale.

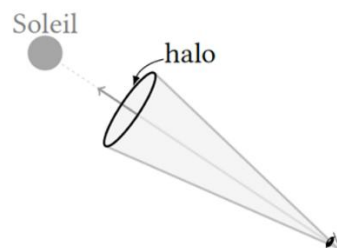


Les angles considérés sont algébriques.

- 2) Rappeler les lois de la réflexion et de la réfraction de Snell-Descartes en l'accompagnant d'une figure illustrative.
- 3) Etablir la condition d'existence du rayon réfracté. Mettre en évidence l'existence d'un angle limite θ_ℓ que l'on explicitera en fonction de n_1 et n_2 .
- 4) Calculer la valeur numérique en degrés et minutes d'arc de cet angle pour $n_1 = 1,31$ et $n_2 = 1,00$.

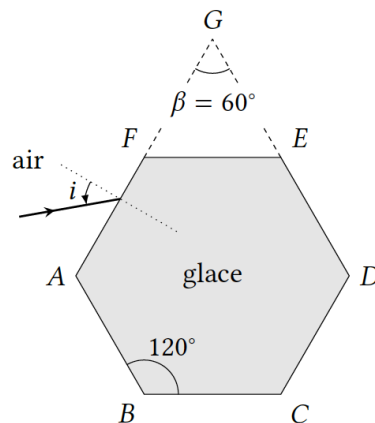
Le halo solaire

Le halo solaire, ou anthélie, est un phénomène optique atmosphérique qui ressemble à un arc-en-ciel circulaire. Il apparaît sous la forme d'un cercle coloré dont le soleil occupe le centre. L'objectif de cette sous-partie est la détermination du rayon angulaire du halo (qui représente le demi-angle au sommet du cône représenté sur la figure de droite ci-après :



Le halo est dû à la réfraction de la lumière issue du soleil par de petits cristaux de glace en forme de bâtonnets. Les plus petits de ces cristaux (dont la taille peut être inférieure à $20\text{ }\mu\text{m}$) ont un mouvement erratique provoqué par le choc des molécules qui constituent l'air ; ils ont donc toutes les orientations possibles dans l'espace.

Puisqu'on ne s'intéresse qu'à la déviation des rayons lumineux, on peut étudier la réfraction de la lumière issue du soleil par l'ensemble de ces cristaux par la réfraction de la lumière par un seul cristal en considérant un angle d'incidence variable.

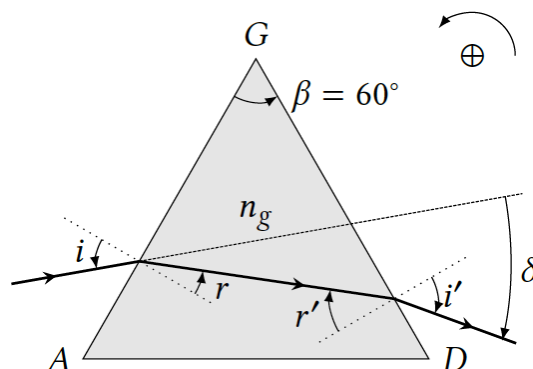


La figure précédente donne la représentation de la section droite d'un cristal de glace. Cette section présente la géométrie d'un hexagone régulier ($ABCDEF$). Un rayon lumineux incident, contenu dans le plan de cette section, atteint la face (AF) avec un angle d'incidence variable i . On étudie la déviation de ce rayon lumineux par le cristal.

On impose de travailler avec des angles orientés. On prendra comme indice moyen de la glace : $n_g = 1,31$.

- 5) Calculer numériquement l'angle d'incidence minimal α_m d'un rayon lumineux sur la face FE . Ce rayon incident peut-il émerger de la face (EF) ? Justifier quantitativement.
- 6) Un rayon lumineux qui émerge par la face (CD) subit-il une déviation angulaire par le cristal de glace ? Justifier notamment à l'aide d'une figure.

On ne considère que le rayon émerge par la face (DE). Les faces (AF) et (DE) sont analogues aux faces d'un prisme de sommet G , d'angle au sommet β égal à 60° et d'indice optique égal à celui de la glace, à savoir n_g (voir figure ci-dessous).

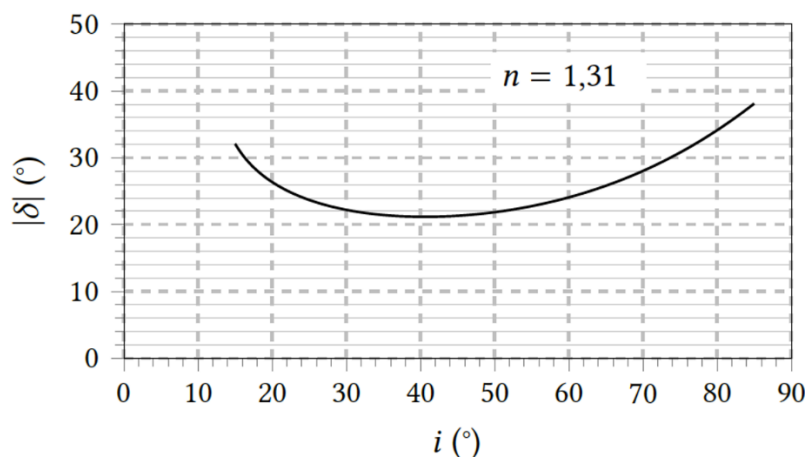


Les différents angles sont définis sur la figure précédente. **ATTENTION** : on les oriente selon la convention suivante : les angles qui correspondent à une rotation dans le sens trigonométrique sont comptés positivement. Le sens trigonométrique est rappelé par une flèche courbe sur la figure, associée au symbole $\oplus$.

On note δ l'angle qui mesure la déviation du rayon incident après sa traversée du prisme. Attention : $\delta < 0$.

- 7) Donner les relations qui lient i, r et n_g d'une part ; i', r' et n_g d'autre part.
- 8) Exprimer β en fonction de r et r'
- 9) En déduire δ en fonction de β, i et i' .

La figure suivante montre les variations de la valeur absolue de la déviation $|\delta|$ en fonction de l'angle d'incidence. On constate l'existence d'une valeur minimale et l'on admet qu'elle est obtenue lorsque $i = -i'$.



- 10) En déduire, dans cette configuration, l'expression de r en fonction de β
- 11) En déduire la valeur numérique de i qui correspond à cet angle de déviation minimale.
- 12) Exprimer puis calculer numériquement la valeur minimale de $|\delta|$. Conclure sur la pertinence du modèle.
- 13) Expliquer pourquoi l'observateur observe une accumulation de lumière (le halo solaire) dans la direction qui correspond à une ouverture angulaire de 22° autour de l'axe dirigé de son œil vers le Soleil.
- 14) L'indice optique de la glace varie avec la longueur d'onde. On donne les valeurs suivantes :

$$n_g = 1,315 \text{ pour } \lambda = 484 \text{ nm}, \quad n_g = 1,309 \text{ pour } \lambda = 580 \text{ nm}, \quad n_g = 1,305 \text{ pour } \lambda = 650 \text{ nm}$$

Rappeler la loi de Cauchy et déterminer les valeurs numériques des paramètres A et B qui interviennent dans cette loi. On représentera graphiquement n_g en fonction d'un paramètre pertinent.

- 15) On observe que le halo solaire est irisé. Préciser, en le justifiant, si le bleu se trouve à l'intérieur ou à l'extérieur du halo.

Formation d'un arc en ciel

★★★

Réf. 0009

✓ Lois de Descartes

Le phénomène d'arc-en-ciel est dû à la réflexion et à la réfraction des rayons du soleil dans les gouttes d'eau encore en suspension dans l'air. On supposera les gouttes d'eau sphériques et uniformément réparties.

Le schéma de la **figure 1** représente un des trajets de la lumière lorsqu'un rayon rencontre une goutte d'eau.

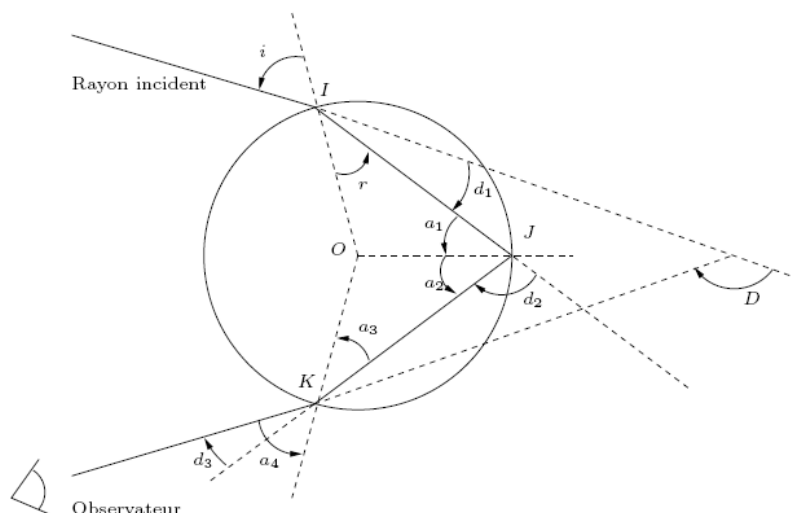


FIG. 1: Déviation des rayons du soleil par une goutte d'eau.

On appelle déviation l'angle entre le prolongement du rayon incident et le rayon émergent, cet angle est noté D . On peut décomposer la déviation du rayon en plusieurs parties, la déviation en I par exemple est notée d_1 .

Données : indice de l'eau $n = 4/3$, l'indice de l'air est pris égal à 1

Déviation du rayon

- Q1. Exprimer une relation entre a_1, a_2, a_3 et a_4 en fonction de i et de r .
 Q2. En déduire l'expression de D en fonction de i et r .
 Q3. La réflexion réalisée en J par le rayon lumineux est-elle une réflexion totale ?
 Q4. Dans le cas de deux réflexions, cf. **figure 2**, donner l'expression de la déviation D en fonction de i et r .

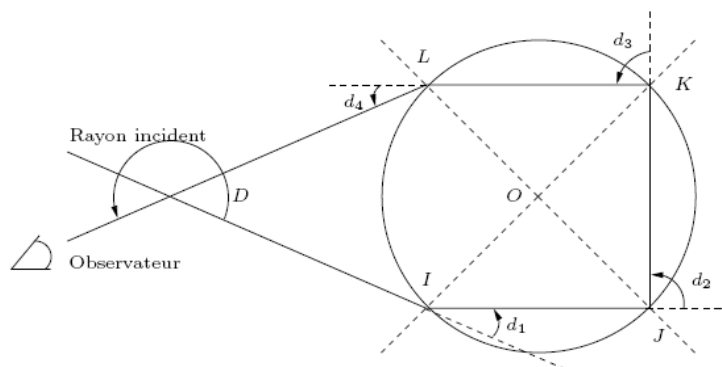


FIG. 2: Déviation après deux réflexions internes.

- Q5. Montrer que dans le cas de k réflexions internes, la déviation prend alors l'expression suivante :

$$D = 2i - 2r + k(\pi - 2r).$$

Extremum de déviation

- Q6. Dériver la relation de Descartes $\sin i = n \sin r$ par rapport à i pour en déduire une expression de $\frac{dr}{di}$ en fonction de i et r .
 Q7. En déduire l'expression de $\frac{dD}{di}$.
 Q8. Démontrer que D admet un extremum pour $i = i_m$ tel que $\cos^2 i_m = \frac{n^2 - 1}{(1+k)^2 - 1}$.
 Q9. Faire l'application numérique pour $k = 1$ et $k = 2$. Que se passe-t-il si $k = 0$?
 Q10. Calculer la valeur de D_m correspondante dans les cas $k = 1$ et $k = 2$.

Forme de l'arc-en-ciel - Couleurs

- Q11. L'observateur reçoit un maximum d'intensité lumineuse (i.e. gouttes brillantes) lorsqu'il regarde dans la direction correspondant à l'angle de déviation D_m , cf. **figure 3**. Justifier en traçant la courbe $D(i)$ pour $k = 1$. Pourquoi ne peut-on observer d'arc en ciel si $k = 0$?

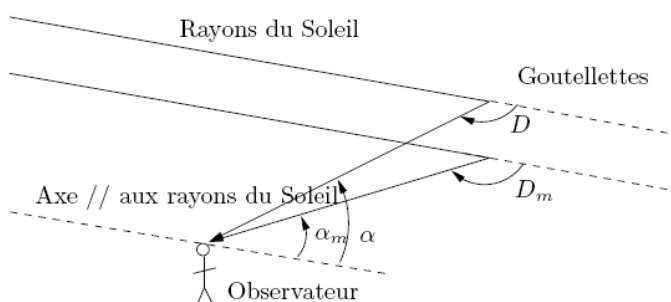


FIG. 3: Direction du maximum d'intensité lumineuse.

Q12. Donner l'expression de l'angle α_m dans le cas $k = 1$ et $k = 2$.

Q13. Définir la zone de l'espace dans laquelle se trouvent les gouttes brillantes pour l'observateur.

Q14. L'eau possède un indice légèrement différent pour chacune des couleurs :

- Pour $\lambda = 400 \text{ nm}$, $n_b = n + 5 \cdot 10^{-3}$

- Pour $\lambda = 800 \text{ nm}$, $n_r = n - 5 \cdot 10^{-3}$

a) A quelles couleurs correspondent ces deux longueurs d'onde ?

b) Calculer α_m pour ces deux couleurs, pour $k = 1$. Que voit alors l'observateur ?

c) Calculer α_m pour ces deux couleurs, pour $k = 2$. Quelle est la position de ce second arc-en-ciel ? Quel est l'ordre des couleurs ?

Q15. Pourquoi le second arc-en-ciel est-il rarement visible ?

