TD 5 – Circuits linéaires du 1er ordre

Ce qu'il faut savoir et savoir faire

- → Circuit RC alimenté par une source de tension idéale : établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur.
- → Circuit RL alimenté par une source de tension idéale : établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant dans le circuit.
- → Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire.
- → Utiliser un modèle équivalent aux dipôles pour déterminer les grandeurs en régime permanent.
- → Interpréter et utiliser les continuités de la tension aux bornes d'un condensateur ou de l'intensité dans une bobine.
- → Etablir l'équation différentielle du 1er ordre vérifiée par une grandeur électrique dans un circuit comportant 1 ou 2 mailles, identifier la constante de temps du circuit, la résoudre.
- → Etablir l'expression de l'énergie stockée dans un condensateur ou une bobine et réaliser des bilans d'énergie.

J'apprends mon cours : *Questions de cours, Vrai/Faux, exercices 1, 2, 3, 7(question 1)*

Questions de cours

Q1. Rappeler les lois comportementales d'un condensateur et d'une bobine.
Q2. Justifier le comportement d'un condensateur et d'une bobine en régime continu établi.
Q3. Etablir l'expression des énergies stockées dans une bobine et dans un condensateur.
Q4. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes d'un condensateur lors de sa charge dans un circuit RC. Poser un temps caractéristique.
Q5. Etablir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité traversant une bobine dans un circuit RL alimenté par une source de tension continue. Poser un temps caractéristique.
Q6. Etablir les conditions initiales dans les circuits RC et RL.

Vrai ou Faux

1. La tension aux bornes d'un condensateur peut subir une discontinuité.
2. La solution particulière d'un circuit du premier ordre est aussi la solution en régime permanent.
3. La tension aux bornes d'une bobine peut subir une discontinuité.
4. La durée du régime transitoire est d'environ τ.
5. La constante de temps d'un circuit composé d'un condensateur et d'une résistance est homogène au produit RC.
6. La constante de temps d'un circuit composé d'une bobine et d'une résistance est homogène au produit RL.

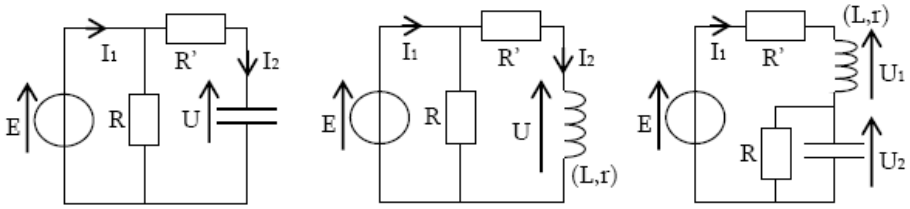
Exercices

Exercice 1 : Régimes permanents

★☆☆
Ref. 0040

- ✓ *Modèles équivalents d'un condensateur et d'une bobine*

Donner les expressions des tensions et des courants fléchés sur le schéma en régime permanent.

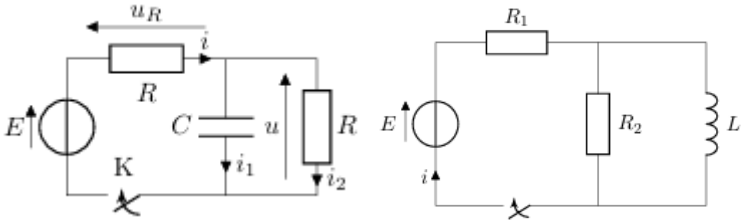


Exercice 2 : Conditions initiales

★☆☆
Ref. 0041

- ✓ *Continuités de courant et de tension*

On considère 2 circuits constitués de générateurs de tension de fém constante E, de conducteurs de résistances ainsi que d'un condensateur de capacité C ou d'une bobine d'inductance L. L'interrupteur est ouvert pour $t < 0$ et fermé pour $t > 0$. Tous les condensateurs sont initialement déchargés.



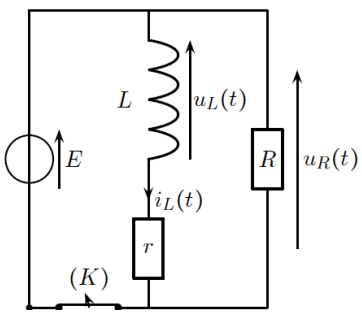
1) Circuit de gauche : exprimer les intensités à $t = 0^+$.
2) Circuit de droite : exprimer $i(0^+)$.

Exercice 3 : Circuit d'allumage

★☆☆
Ref. 0042

- ✓ *Circuit RL*
- ✓ *Bilan d'énergie*

L'inflammation du mélange air-essence dans le moteur d'une voiture est provoquée par une étincelle qui jaillit entre les bornes d'une bougie d'allumage. Cette étincelle apparaît lorsque la valeur absolue de la tension aux bornes de la bougie est supérieure à 10 000 volts. Le circuit simplifié d'allumage d'un moteur à essence est schématisé par la figure ci-dessous.



On supposera que : E = 12 V, L = 0,8 H, r = 8 Ω et R = 1 kΩ

1) L'interrupteur K est fermé à t = 0. Déterminer les expressions des intensités dans R et la bobine pour $0 \leq t$.

Au bout d'un temps suffisamment long pour considérer le régime permanent établi, on réouvre K à l'instant $t' = 0$, pris comme nouvelle origine des temps.

2) Exprimer l'intensité $i_L(t')$ qui traverse la bobine pour $0 \leq t'$.
3) Quelle est la tension maximale qui apparaît aux bornes de la bougie modélisée par la résistance R ?
4) Quelle énergie est dissipée par effet Joule ?

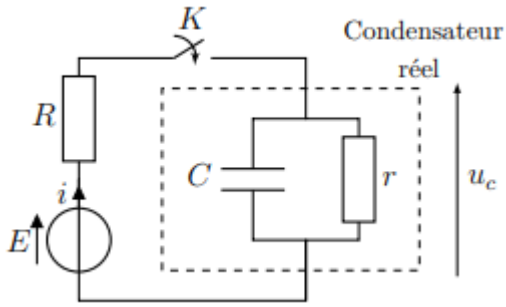
Exercice 4 : Condensateur réel ♥

★★☆
Ref. 0044

✓ *Circuit du 1er ordre à 2 mailles*

Un condensateur réel est modélisé par l'association parallèle d'un condensateur idéal de capacité C et d'une résistance r dite « de fuite ». On considère le circuit ci-dessous alimenté par une source continue $e(t) = E$. Pour $t < 0$, l'interrupteur K est ouvert et le condensateur déchargé.

À t = 0, on ferme K.



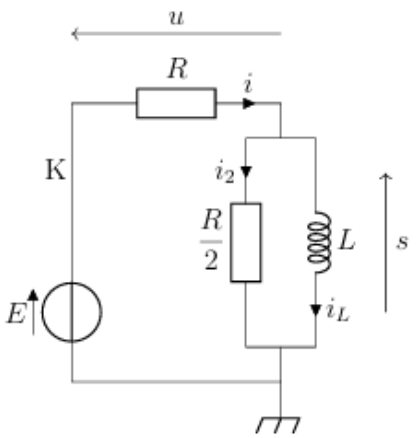
1) Déterminer la valeur de u_c en régime permanent.
2) Établir l'équation différentielle vérifiée par $u_c(t)$, l'écrire sous forme canonique et identifier τ.
3) Résoudre complètement l'équation différentielle précédente, en prenant en compte les conditions initiales.

Exercice 5 : Circuit à 2 mailles avec bobine ♥

★★☆
Ref. 0045

✓ *Circuit du 1er ordre à 2 mailles*

On étudie le circuit ci-dessous. La bobine est supposée idéale d'inductance L.



Le générateur est de force électromotrice $E > 0$ constante. Pour $t < 0$, l'interrupteur est ouvert, et aucun courant ne circule dans le circuit. À l'instant t = 0, on ferme l'interrupteur K.

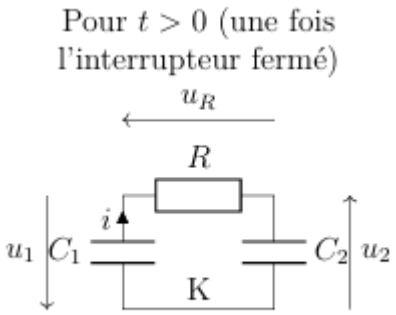
1) Déterminer $i(0^-)$, $s(0^-)$, $i(0^+)$ et $s(0^+)$.
2) Que vaut la tension s en régime permanent ?
3) Établir l'équation différentielle vérifiée par $s(t)$ pour $t \geq 0$. On identifiera l'expression de la constante de temps τ en fonction de R et L.
4) Résoudre.

Exercice 6 : Décharge d'un condensateur dans un autre

★★★
Ref. 0046

- ✓ *Circuit RC*
- ✓ *Bilan d'énergie*

On étudie le circuit représenté ci-dessous. Initialement, le condensateur de capacité C_1 est chargé (tension U_0), tandis que le condensateur de capacité C_2 est déchargé. À l'instant t = 0, on ferme l'interrupteur K.
On considère que les deux condensateurs sont de même capacité : C.



1) Etablir l'équation différentielle vérifiée par $u_1(t)$ pour $t \geq 0$.
2) En déduire $u_1(t)$
3) En déduire $u_2(t)$
4) Représenter l'allure de $u_1(t)$ et $u_2(t)$ sur un même graphe.
5) A partir d'un bilan énergétique, déterminer l'énergie reçue par la résistance.

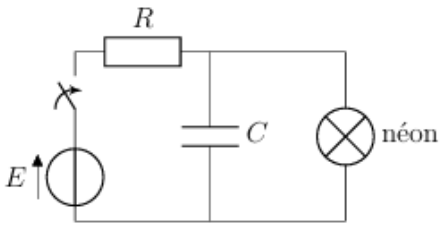
Exercice 7 : Lampe au néon ♥

★★★
Ref. 0047

- ✓ *Circuit RC*
- ✓ *Circuit du 1er ordre à 2 mailles*

Les tubes fluorescents sont un type particulier de lampes électriques qui produisent de la lumière grâce à une décharge électrique. Leur lumière peut être blanche (pour l'éclairage) ou colorée (par exemple, pour la fabrication d'enseignes lumineuses). Les différentes couleurs obtenues dépendent de la nature du gaz utilisé dans les tubes ; ainsi, les lumières bleue, jaune ou rouge sont dues respectivement à la présence de mercure, de sodium ou de néon… Ces lampes sont d'ailleurs appelées par abus de langage « néons ». La tension électrique, appelée tension d'allumage, nécessaire pour produire la décharge électrique lors de l'allumage de ces lampes peut être produite dans un circuit électrique assimilé à un condensateur et un conducteur ohmique placés en série.

Une ampoule au néon est placée en parallèle sur le condensateur d'un circuit RC. À l'instant t = 0 on ferme l'interrupteur et on suppose que le condensateur est déchargé.



La lampe au néon présente la particularité de ne s'allumer que si la tension entre ses bornes devient supérieure à la valeur U_a, dite tension d'allumage. En revanche, elle reste allumée tant que la tension à ses bornes est supérieure à U_e appelée tension d'extinction, et telle que $U_a > U_e$.
Une lampe au néon est un dipôle de résistance infinie quand la lampe est éteinte et de résistance r quand elle est allumée.

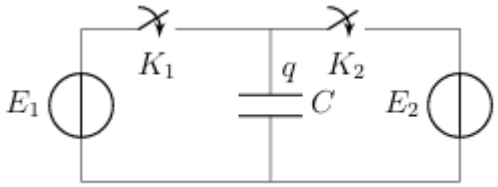
1) Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u aux bornes de la lampe au néon et donner l'expression de u en fonction du temps.
2) À quelle condition la lampe au néon peut-elle s'allumer ? Déterminer alors à quel instant t_0 a lieu l'allumage.
3) Écrire l'équation différentielle vérifiée après l'allumage et donner $u(t)$ pour $t > t_0$.
4) À quelle condition la lampe au néon s'éteint-elle ? Discuter des différents cas selon les valeurs de U_a, U_e et une tension dont on donnera l'expression. On pourra s'appuyer sur des graphes représentant la tension $u(t)$.
5) Dans le cas où les conditions établies aux questions 2) et 4) sont vérifiées, déterminer à quel instant t_1 la lampe s'éteint.
6) Montrer que ce phénomène est périodique et donner l'expression de sa période.

Exercice 8 : Simulation de résistance par commutation capacitive

★★★ *Ref. 0091*

✓ *Circuit du 1er ordre à 2 mailles*

On considère le dispositif ci-dessous, dans lequel les deux interrupteurs présentent une résistance R lorsqu'ils sont fermés, infinie lorsqu'ils sont ouverts.



La loi de commande des ouvertures-fermetures est périodique de période T :

- Si $nT < t < (n + 1/2)\,T$, K_1 est fermé tandis que K_2 est ouvert ;
- Si $(n + 1/2)\,T < t < (n + 1)T$, K_1 est ouvert tandis que K_2 est fermé ;

On suppose que le dispositif fonctionne depuis suffisamment longtemps pour que l'évolution temporelle de la charge du condensateur C soit périodique : $q(nT) = q(nT + T)$.

On suppose également que le condensateur porte initialement une charge q_0, que la tension correspondante $u(0) = U_0$ est telle que $E_2 < U_0 < E_1$.

1) Déterminer et tracer l'évolution de $q(t)$ sur une période, on posera $\alpha = T/(2RC)$.
2) Déterminer la charge qui transite entre les 2 générateurs sur une période T et en déduire l'intensité correspondante.
3) Quelle expression prend-elle lorsque $\alpha \gg 1$?
4) Quelle résistance faudrait-il placer entre les deux sources de tension pour obtenir le même courant moyen ?