Chapitre 0 : RÉSOUDRE un exercice et BIEN RÉDIGER

Voici une suite de conseils à appliquer à l'écrit ou à l'oral (concours, ds, colle...) pour résoudre un problème de mathématiques et en exposer la solution.

Première phase : c'est la recherche d'une solution à la question posée jusqu'à son obtention. Elle s'élabore mentalement et au brouillon.

Seconde phase : c'est la mise en forme claire et correcte de cette solution sur votre copie, ou au tableau, ou sous forme d'exposé oral. Votre correcteur doit être convaincu que vous avez bien vu et utilisé tous les éléments du programme nécessaires pour répondre à la question. C'est ce qui conditionne votre note !

I Recherche d'une solution : quelques méthodes !

I.1 Question de cours

Vous ne pouvez pas répondre à une question écrite uniquement par :

1) « C'est du cours », ou 2) « C'est vu en exercice », ou pire 3) « C'est évident »

Dans le premier cas, c'est une question...de cours, qu'il faut donc traiter tout ou en partie comme elle l'a été en classe (trouver le bon compromis, peut-être ne vous demande-t-on que le nom d'un théorème, ou les démarches principales, tâchez de deviner ce qu'on attend de vous...).
Dans le deuxième cas, vous avez de la chance, mais il faut refaire cet exercice ; si votre mémoire est défaillante, mieux vaut en général reconstruire votre solution...
Le dernier cas est à exclure...

I.2 Le plus agréable

Vous « devinez » rapidement une solution !

$*$ Procédez à des vérifications sur des exemple simples

$*$ Prenez le temps de rédiger clairement (voir paragraphe II) : ne perdez pas des points sur ce que vous savez faire...

Cette situation était la plus courante jusqu'au bac, mais les choses se compliquent... Ce qui suit propose des pistes pour y remédier !

I.3 Comment construire une solution à une question qui semble compliquée ?

Schématiquement, une question est constituée :

$*$ d'un ensemble d'hypothèses, notons-le $\mathcal{H}$,

$*$ d'un résultat à atteindre, notons-le $\mathcal{R}$.

• *Première étape* : « **traduire** » **les définitions** et idées présentes dans $\mathcal{H}$ et $\mathcal{R}$ à l'aide d'objets simples manipulables dans des « calculs ».
En effet, les mathématiques et votre cours condensent les idées en définitions et propositions courtes dans le but de faciliter les exposés et de dynamiser l'intuition.
Par exemple, f impaire sur $\mathbb{R}$ (définition) se traduit par : pour tout x réel, $f(-x) = -f(x)$, ce qui sera utilisable directement dans des calculs.

• *Deuxième étape* : **trouver un chemin mathématique joignant** $\mathcal{H}$ **à** $\mathcal{R}$, c'est-à-dire une succession de réponses à des sous-problèmes intermédiaires ...

Ces réponses intermédiaires R_1, R_2, ..., R_n, sont à chercher à trois endroits :

→ dans les questions précédentes du problème : y penser ! les relire !

> Quand vous abordez un énoncé, parcourez-le pour appréhender son but et sa démarche. Bien souvent, des solutions partielles aux questions successives apparaissent et peuvent vous aider ! Enfin, « notez » les résultats intermédiaires au fur et à mesure que vous avancez !

→ dans le cours : c'est votre boîte à outils (théorèmes, propriétés).

→ dans les exercices faits en classe (on a montré comment utilisé les outils...)

Un chemin $\mathcal{H} \to R_1 \to R_2 \to ... \to R_n \to \mathcal{R}$ se cherche dans tous les sens :
on part de $\mathcal{H}$, sinon de $\mathcal{R}$, et on recommence après chaque étape intermédiaire R_i obtenue ...

Lorsque le résultat $\mathcal{R}$ est explicite, pensez à l'exploiter pour « remonter » à $\mathcal{H}$!

Le succès est le fruit de trois ingrédients :

∗ une **connaissance solide du cours et des exercices** traités en classe

∗ une **forte envie de réussir** alliée à une bonne concentration

∗ une **petite dose de créativité** qui se nourrit d'automatismes, de pratique, d'analogies avec ce que vous avez déjà rencontré, bref, il s'agit d'être « dans le bain »...

I.4 Différents types de raisonnements

Nous verrons au fur et à mesure des chapitres de l'année différentes méthodes utiles pour élaborer une solution.
Ayez en tête la liste de ces types de preuves :

∗ par l'absurde (ne pas en abuser, une preuve directe convient en général),
∗ par disjonction de cas (on simplifie en sous-cas),
∗ par contraposée (pour une implication difficile, passer d'un $\forall$ à un $\exists$ ou l'inverse),
∗ par double implication (traitement d'une équivalence, le plus prudent),
∗ par analyse-synthèse (pour les questions d'existence, d'existence et unicité),
∗ par récurrence (très puissant pour tout ce qui peut être indexé par une partie de $\mathbb{Z}$).

II Bien rédiger une solution

II.1 Respect et bon sens

Savoir faire mais ne pas être compris par le correcteur ne sert à rien pour les concours...

• **La forme à l'écrit** :

∗ votre écriture doit être lisible, sinon vous serez pénalisé, voire non corrigé (prenez le temps, c'est une affaire d'entraînement) ;

∗ surveillez votre orthographe et votre grammaire, ce n'est en général qu'une question d'attention (au moins pour limiter les dégâts) : penser aux pluriels et accorder n'est pas plus difficile que de choisir le bon théorème...

∗ votre copie n'est pas un brouillon : en cas d'accident, encadrez et barrez d'une diagonale ce qui n'a pas à être lu ;

∗ $\boxed{\text{encadrez ou soulignez vos résultats.}}$

• **La forme à l'oral** :

∗ mêmes conseils pour ce que vous écrivez au tableau, mais de façon plus condensée (gérez votre tableau pour l'ensemble de l'épreuve) ;

∗ exprimez-vous le plus clairement possible, et établissez autant que possible le dialogue avec le correcteur (vous pouvez alors préciser, mieux expliquer, etc. suivant ses réactions, c'est l'avantage par rapport à l'écrit) ;

∗ donnez les pistes de votre réflexion si vous n'atteignez pas la résolution complète.

• **Le fond** :

∗ respectez les numéros de questions et les notations de l'énoncé !

∗ vous pouvez (et devez !) utiliser les résultats des questions prédédentes même si vous ne les avez pas réussies ;

∗ suivez les règles de rédaction des paragraphes suivants.

II.2 Définir ce avec quoi on travaille

Voici plusieurs situations que vous allez rencontrer.
Pour chacune d'elles, sachez comment démarrer votre rédaction.

• Vous avez à **montrer une propriété universelle** : l'énoncé est de la forme
« Montrer que tout élément d'un ensemble E vérifie la propriété $\mathcal{P}$ », ou sous forme compacte :

« Montrer que : $\forall x \in E,\ \mathcal{P}(x)$ ».

→ Commencez par : « $\boxed{\text{Soit } x \in E}$, ... » pour aboutir à « ..., donc $\mathcal{P}(x)$ ». L'élément x représente ainsi un élément quelconque de E.

• Vous avez à **montrer l'existence d'un élément vérifiant une propriété** $\mathcal{P}$:
→ Si vous avez trouvé une solution, par exemple $1/2$, écrivez :

« $\boxed{\text{Posons}}$ $x = 1/2$. Alors ... , donc $\mathcal{P}(x)$ est vrai (ou $\mathcal{P}(1/2)$ est vrai), d'où le résultat ».

Comme en informatique, la partie gauche de l'égalité concerne le nom de ce que vous définissez (le contenant) grâce au contenu de la partie droite.
Sinon, pensez à la méthode de l'analyse-synthèse.

• Vous avez à **traduire une définition** (voir I.3 : créer des objets utilisables dans des calculs), ou vous voulez simplifier des écritures en remplaçant une expression lourde par une lettre :
→ « $\boxed{\text{Notons}}$ y l'élément ... » ou comme dans le cas précédent : « $\boxed{\text{Posons}}$ $y = \ldots$ ».

II.3 Séparer le français et les expressions mathématiques

Une bonne rédaction est constituée de phrases (écrites, pour nous, en français) qui articulent d'éventuelles expressions mathématiques (et non l'inverse !).

La règle est de ne pas mélanger les deux langages ! En particulier :

• les quantificateurs ne sont pas des abréviations : « $\forall$ » ne remplace pas « pour tout », et « $\exists$ » ne remplace pas « il existe » dans une phrase !

• l'implication « $\Longrightarrow$ » ne remplace ni « donc » ni « alors » dans une phrase !
En particulier, évitez les successions d'implications !

• pour la même raison évitez les successions d'équivalences, sauf dans des calculs simples ;

• on tolère l'utilisation de $\in$ ou $\notin$ dans les phrases.

Pour la bonne exposition d'une solution :

• Pour débuter une réponse, annoncez ce que vous allez faire et indiquez par quelle méthode : « Nous allons montrer par contraposée que... » ;

• dans le corps de la rédaction :

∗ évitez la monotonie ! Les mots clés « donc », « alors », « par conséquent », « d'où », et en sens inverse « car », « puisque », « comme », et bien d'autres possibilités le permettent ;

∗ citez le numéro d'une question précédente que vous utilisez !

∗ **citez toujours le théorème ou la propriété du cours que vous utilisez**, par son nom ou son énoncé précis ! Et montrez que les hypothèses permettant de l'utiliser sont vérifiées ! C'est le seul moyen qu'a le correcteur de différencier une réponse bien argumentée d'une réponse vaguement « intuitive » ;

• à la fin : concluez (après vérification de la question traitée) d'une formule (« Finalement, on obtient... »), et $\boxed{\text{encadrez}}$ ou soulignez vos résultats.

III En résumé...

Vous cherchez :

- au brouillon
- « traduisez » les définitions !
- relaxez-vous, faites jouer votre intuition
- regardez « avant » : questions précédentes
- regardez « en vous » : cours et exercices

Vous rédigez :

- écrivez proprement !
- annoncez, développez, concluez
- définissez ce dont vous parlez
- séparez français et symboles mathématiques
- soulignez ou encadrez vos réponses

Pour conclure : $\boxed{\text{Vous allez très bien rédiger !}}$

Voici quelques exemples. En fin de lignes, les commentaires explicatifs de la rédaction.

$*$ **Énoncé 1** : Montrer que tout carré d'un nombre réel est positif, c'est-à-dire : $\forall x \in \mathbb{R}$, $x^2 \geqslant 0$.

Rédaction : Soit x un réel. *Mot clé propriété universelle*
Par propriété du produit réel, le produit de deux réels positifs et le produit de deux réels négatifs est positif. *Propriété cours citée*
Le réel x est positif ou négatif, son carré x^2 est le produit de x par lui-même, *Créativité*
il est donc positif. *Utilisation propriété*
$\boxed{\text{Tout carré d'un nombre réel est donc positif}}$. *Conclusion*

$*$ **Énoncé 2** : Montrer que pour tout réel x il existe un réel y tel que $2x + 3y = 1$, ou encore :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \qquad \exists y \in \mathbb{R}, \qquad 2x + 3y = 1$$

Rédaction : Soit x un réel. *Mot clé propriété universelle*
Posons : $y = (1 - 2x)/3$. *Mot clé existence et définition*
Par règles des calculs dans $\mathbb{R}$, y est un réel et on a bien : *Propriété cours citée*
$2x + 3y = 2x + 1 - 2x = 1$. $\boxed{\text{Le réel } y = (1 - 2x)/3 \text{ convient}}$. *Conclusion*

$*$ **Énoncé 3** : Que dire de l'assertion : $\exists y \in \mathbb{R}$, $\forall x \in \mathbb{R}$, $2x + 3y = 1$?

Rédaction : Montrons par l'absurde que l'assertion est fausse. *Intuition et annonce méthode*
Supposons qu'il existe un tel réel y, et posons : $x = -3y/2$. *Mot clé définition*
On obtient : $2x + 3y = 0$, contradiction. $\boxed{\text{L'assertion est donc fausse}}$. *Conclusion*

$*$ **Énoncé 4** : Montrer que la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par $x \mapsto x^2$ n'est pas majorée.

Rédaction : Pouvoir dire que f est majorée, c'est montrer un réel A tel que toute valeur prise par f sur $\mathbb{R}_+$ soit inférieure à A. On va donc montrer que : $\forall A \geqslant 0$, $\exists x \geqslant 0$, $f(x) \geqslant A$. *Traduction conclusion*
Soit A un réel positif, posons : $x = \sqrt{A}$. *Mots clés propriété universelle, existence, créativité*
Alors x est bien un réel positif par définition de la racine carrée d'un réel positif. *Citation cours*
Puis : $f(x) = x^2 = (\sqrt{A})^2 = A$, ce qui donne : $f(x) \geqslant A$.
$\boxed{\text{La fonction } f \text{ n'est donc pas majorée sur } \mathbb{R}_+}$. *Conclusion*

$*$ **Énoncé 5** : Quelle est la parité de la composée de deux fonctions définies de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ et impaires ?

Rédaction : Pour toutes fonctions f et g telles que :
$\forall x \in \mathbb{R}$, $f(-x) = -f(x)$ et $g(-x) = -g(x)$, *Traduction hypothèses*
on va montrer que pour tout x réel : $f(g(-x)) = -f(g(x))$. *Créativité, traduction conlusion*
Soit f et g impaires sur $\mathbb{R}$. Soit x un réel. *Mots clés propriété universelle*
On calcule : $f(g(-x)) = f(-g(x)) = -f(g(x))$ successivement
par imparité de g puis de f. *Citation des propriétés utilisées*
Cela étant vrai pour tout réel x, la fonction $f \circ g$ définie de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ est impaire.
$\boxed{\text{La composée de deux fonctions de } \mathbb{R} \text{ dans } \mathbb{R} \text{ impaires est donc impaire}}$. *Conclusion*

$*$ **Énoncé 6** : Montrer que l'équation (E) : $2x + 3y = 1$ admet pour ensemble de solutions dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ les couples (x, y) de la forme $(2 + 3k, -1 - 2k)$ où k est un entier relatif quelconque.

Rédaction : On raisonne par double inclusion, *Annonce méthode*
et on s'aide de la forme explicite du résultat. *Profiter de la solution !*
Vérifions tout d'abord que les couples proposés sont bien solutions de (E). *Inclusion « inverse »*
Soit $k \in \mathbb{Z}$. *Mot clé propriété universelle*
Posons $x = 2 + 3k$ et $y = -1 - 2k$, *Mot clé définition*
ce qui définit des entiers relatifs par règles de calculs dans $\mathbb{Z}$. *Citation propriété cours*
Il vient : $2x + 3y = 4 + 6k - 3 - 6k = 1$, donc (x, y) est bien une solution de (E).
On a donc le premier point. *Conclusion partielle*
On vérifie maintenant que toute solution (couple d'entiers relatifs) de (E) est de la forme proposée. *Annonce pour inclusion directe*
Soit (x, y) une éventuelle solution dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ de (E), *Mot clé propriété universelle*
c'est à dire telle que $2x + 3y = 1$. Par ailleurs, posons $x_0 = 2$ et $y_0 = -1$, *Mot clé existence*
ce qui donne une autre solution (x_0, y_0) de (E) . *Créativité inspirée par résultat*

Soustrayons alors les deux égalités $2x+3y=1$ et $2x_0+3y_0=1$. *Créativité*
Il vient : $2(x-x_0)=3(y_0-y)$. Nécessairement l'entier y_0-y est pair
puisque $2(x-x_0)$ l'est et 3 ne l'est pas. Il existe donc un entier relatif k tel que $y_0-y=2k$, ce qui conduit à $x-x_0=3k$, et finalement $x=2+3k$ et $y=-1-2k$.
Le couple d'entiers relatifs (x,y) est bien de la forme voulue,
on obtient donc le deuxième point. *Conclusion partielle*

$\boxed{\text{Le résultat annoncé est donc démontré}}$. *Conclusion*

$*$ **Énoncé 7** : *Voici pour finir un énoncé qui schématise votre situation pendant l'année : le cours de maths est représenté ici par les règles de l'énoncé, et vous devez répondre aux questions en les utilisant et les citant, comme vous devrez le faire pendant l'année avec les théorèmes et les propriétés du cours.*

Pour écrire les naturels non nuls, les Romains utilisent les sept symboles suivants :

I, V, X, L, C, D, M,

réprésentant respectivement les naturels 1, 5, 10, 50, 100, 500 et 1000.

Règle 1 : La lecture ou l'écriture s'effectue de gauche à droite.

Règle 2 : Les séquences IIII, VV, XXXX, LL, CCCC et DD sont interdites.

Règle 3 : Les symboles qui se suivent en décroissant au sens large s'ajoutent. Si un symbole est strictement plus petit qu'un autre situé à sa droite, il est compté négativement. Le nombre calculé ainsi est le résultat.

1) Justifier que la Règle 2 tient du simple bon sens.

2) Représenter les naturels 4, 8, 49, 512 et 4022.

3) Donner la valeur de MXLII et de DXLIIV.

4) Montrer que ces régles ne garantissent pas l'unicité de l'écriture, et donner plusieurs raisons.

On ajoute les deux règles suivantes :

Règle 4 : Un symbole ne peut être précédé que d'au plus un symbole strictement plus petit que lui.

Règle 5 : Les seules séquences strictement croissantes possibles sont : IV, IX, XL, XC, CD et CM.

5) Donner de bonnes écritures pour vos exemples de la question précédente.

6) Ces 5 règles assurent-elles l'unicité de l'écriture romaine des naturels non nuls ?

Voici un algorithme récursif donnant l'écriture romaine d'usage d'un naturel non nul n.
On utilise les intervalles d'entiers : $[\![1,3]\!]$, $\{4\}$, $[\![5,8]\!]$, $\{9\}$, $[\![10,39]\!]$, $[\![40,49]\!]$, $[\![50,89]\!]$, $[\![90,99]\!]$, $[\![100,399]\!]$, $[\![400,499]\!]$, $[\![500,899]\!]$, $[\![900,999]\!]$, et $[\![1000,+\infty]\!]$.

a) Si n est une extrémité gauche p d'un des intervalles répertoriés, son écriture romaine est celle de p,
respectivement : I, IV, V, IX, X, XL, L, XC, C, CD, D, CM et M

b) Sinon, l'écriture romaine de n commence par l'écriture romaine de la borne inférieure p de l'intervalle de la liste ci-dessus auquel n appartient, et est suivie de l'écriture romaine de $n-p$.

7) Que donne cet algorithme pour le naturel 2496 ?

8) Vérifier que cet algorithme conduit pour chaque naturel non nul à une écriture romaine unique et qui respecte les 5 règles.

9) Un archéologue a très récemment découvert un tombeau construit sur ordre de l'Empereur romain Jules César en l'honneur de son ami et célèbre humoriste Deudatus, sur lequel on lit l'épitaphe suivante :
CAIUS IULUS CAESAR IMPERATOR FECIT DEUDATO AMICO MIO (CXIX - XLVIII ANTE I.C.)
À quel âge est mort Deudatus ? Que vous inspire cette découverte ?

Rédaction : 1) Bon sens ou simplicité : $\boxed{\text{on écrit plus vite X que VV, C que LL, M que DD}}$. *Créativité*
De la même façon, $\boxed{\text{quatre symboles (autre que M) qui se suivent s'écrivent plus rapidement}}$: IV pour IIII, XL pour XXXX, CD pour CCCC, et ceci par la règle 3 et sa soustraction. *Citation énoncé.*
Mais M doit pouvoir être répété autant de fois que nécessaire (à moins d'inventer un nouveau symbole pour 5000 par exemple).

2) $\boxed{\text{Pour 4 : IV}}$ par la règle 3, on lit $-1+5$ car I est strictement inférieur à V. *Citation énoncé*
$\boxed{\text{Pour 8 : VIII}}$ idem, écriture simplement additive. *Citation énoncé*

$\boxed{\text{Pour 49 : IL}}$ idem. $\boxed{\text{Pour 512 : DXII}}$ idem.
$\boxed{\text{Pour 4022 : MMMMXXII}}$ idem, la répétition de M étant possible (règle 2). *Citation énoncé*

3) MXLII : on applique les règles 1 et 3 pour obtenir $1000 - 10 + 50 + 1 + 1$ soit $\boxed{1042}$. *Citation énoncé*
DXLIIV : idem, les deux I sont suivis de V donc comptés négativement pour obtenir $500-10+50-1-1+5$ soit $\boxed{543}$. *Citation énoncé*

4) Exemple précédent : 543 s'écrit DXLIIV mais aussi DXLIII. *Créativité et question précédente*
Plus simplement IIV et III désignent 3.
Autre mise en défaut de l'unicité : VX et V désignent 5 ! *Créativité et utilisation de la suite de l'énoncé !*
$\boxed{\text{Il n'y a donc pas unicité de l'écriture suivant les trois régles.}}$ *Conclusion*

5) Écriture respectant les 5 règles : $\boxed{\text{DXLIII pour 543}}$, $\boxed{\text{III pour 3}}$, $\boxed{\text{V pour 5}}$.

6) L'unicité n'est toujours pas assurée : rien n'empêche d'écrire 9 sous la forme VIV ou 5 sous la forme IVI. *Créativité*

7) Soit $n = 2496$.
On applique l'algorithme en numérotant les passages et résultats par étapes. *Annonce*

b1) $n = 2496 \in [\![1000, +\infty]\!]$, son écriture commence par M et $n - p = 1496$
  b2) $n = 1496 \in [\![1000, +\infty]\!]$, son écriture commence par M et $n - p = 496$.
    b3) $n = 496 \in [\![400, 499]\!]$, son écriture commence par CD et $n - p = 96$.
      b4) $n = 96 \in [\![90, 99]\!]$, son écriture commence par XC et $n - p = 6$.
        b5) $n = 6 \in [\![5, 8]\!]$, son écriture commence par V et $n - p = 1$.
          a6) $n = 1 \in [\![1, 3]\!]$, son écriture est I.
        b5) conclusion : $n = 6$ s'écrit VI
      b4) conclusion $n = 96$ s'écrit XCVI
    b3) conclusion $n = 496$ s'écrit CDXCVI
  b2) conclusion $n = 1496$ s'écrit MCDXCVI
b1) conclusion $\boxed{n = 2496 \text{ s'écrit MMCDXCVI}}$ *Conclusion*

8) L'ensemble des intervalles d'entiers partitionne $\mathbb{N}^*$: leur réunion est $\mathbb{N}^*$ et ils sont non vides et disjoints deux à deux. Ainsi $\boxed{\text{chaque étape détermine de façon unique la suivante}}$ par le calcul de p donc celui de $n - p$ qui est un naturel positif, nul si p est une extrémité gauche d'intervalle. *Unicité si existence*
L'algorithme termine quand on obtient p extrémité gauche d'un intervalle : la suite des naturels obtenue pour les valeurs de $n - p$ successives est strictement décroissante tant qu'elle n'atteint pas 0 (si $n = p$ est une extrémité gauche d'intervalle), donc c'est assuré en un temps fini. *Existence*

L'appel au programme est basé sur l'écriture de gauche à droite (règle 1) additive et soustractive de manière cadrée (règle 3, 4 et 5) comme on le voit avec la liste exhaustive des écritures d'extrémités gauches des intervalles répertoriés : la suite des entiers n traités par l'algorithme est décroissante strictement, donc les seules séquences de symboles successifs strictement croissantes sont données par le cas a). Ainsi, les règles 1, 3, 4 et 5 sont respectées.

Le symbole V ne peut pas être répété sans quoi le naturel n traité commençant par V est supérieur à 10 et commence par X, ou commençant par IV est égal à 9 donc commence par IX.
Le symbole L ne peut pas être répété sans quoi le naturel n traité commençant par L est supérieur à 100 donc commence par C, ou commençant par XL est supérieur à 90 donc commence par XC.
Le symbole D ne peut pas être répété sans quoi le naturel n traité commençant par D est supérieur à 1000 donc commence par M, ou commençant par CD est supérieur à 900 donc commence par CM.
Le symbole I ne peut être répété 4 fois : le naturel $n \in [\![1, 4]\!]$ traité commençant par le premier I serait supérieur ou égal à 4 et commencerait par IV.
Le symbole X ne peut être répété 4 fois : le naturel $n \in [\![9, 99]\!]$ traité commençant par le premier X (ou par IX) serait supérieur ou égal à 40 et devrait commencer par XL (ou serait égal à 39 et l'algorithme donnerait l'écriture XXXIX).
Le symbole C ne peut être répété 4 fois : le naturel $n \in [\![90, 499]\!]$ traité commençant par le premier C (ou par XC) serait supérieur ou égal à 400 et devrait commencer par XD (ou serait dans $[\![390, 399]\!]$ et l'algorithme donnerait l'écriture CCCXC...).
Ainsi la règle 2 est respectée.

Finalement, $\boxed{\text{l'algorithme produit une écriture unique qui respecte les 5 règles}}$. *Conclusion*

9) Ainsi Deudo est né en 119 avant J.C. et mort en 48 avant J.C., donc a vécu disons $\boxed{119 - 48 = 71 \text{ ans}}$.
On peut enfin méditer sur la mention « ANTE I.C. » de l'époque... *Question ouverte, à vous de jouer...*