UDM1 Unités et dimensions

Dans tout ce document, l'acronyme « SI » signifie Système International (d'unités, sous-entendu).

Données

Constante de Newton	$\mathcal{G}_\mathrm{N} = 6{,}674 \times 10^{-11}$ USI
Constante de Coulomb	$k = 8{,}988 \times 10^{9}$ USI
Constante de Planck	$h = 6{,}626\,070\,15 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$
Constante d'Einstein	$c = 299\,792\,458\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$
Masse de l'électron	$m_e = 9{,}110 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg}$
Masse du proton	$m_p = 1{,}673 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}$
Charge électrique élémentaire	$e = 1{,}602\,176\,634 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$

UDM1 - 1 Conversions et classement

On donne ci-dessous l'énergie de différents phénomènes physiques :

- énergie cinétique d'un piéton en marche : $30\ \mathrm{J}$
- énergie de masse d'un électron : $511\ \mathrm{keV}$
- énergie électrique consommée par une bouilloire pour faire bouillir $1\ \mathrm{L}$ d'eau : $100\ \mathrm{W \cdot h}$
- énergie (chimique) contenue dans $100\ \mathrm{g}$ de chocolat : $500\ \mathrm{kcal}$

■ Classer ces phénomènes par énergie croissante.

UDM1 - 2 Unité de la force

a) · Rappeler la dimension et l'unité SI de l'accélération d'un mobile.

b) · À partir de la deuxième loi de Newton, exprimer le newton (unité SI d'une force) à partir des unités de base du SI.

UDM1 - 3 Constante de Newton

a) · Rappeler l'expression de la force qui s'exerce entre deux objets massifs ponctuels éloignés.

b) · En déduire l'unité SI de la constante $\mathcal{G}_\mathrm{N}$ de gravitation.

UDM1 - 4 Constante de Coulomb

a) · Exprimer en unités SI l'unité de charge électrique.

Deux objets ponctuels A et B chargés électriquement exercent l'un sur l'autre une force dont l'intensité F est donnée par :

$$F = \frac{k\,|q_A\,q_B|}{(AB)^2}$$

b) · Déterminer l'unité SI de la constante de Coulomb k.

UDM1 - 5 Pression

La pression est définie comme le rapport de la force exercée sur une paroi avec la surface de cette paroi. Elle s'exprime en pascal (Pa).

a) · Exprimer l'unité de pression en fonction du newton et du mètre.

b) · On peut montrer que le produit d'une force par une distance est homogène à une énergie. Justifier alors que $1\ \mathrm{Pa} = 1\ \mathrm{J \cdot m^{-3}}$.

La loi des gaz parfait stipule que lorsqu'un gaz est dans un état d'équilibre, ses variables d'état respectent la relation :

$$P\,V = n\,R\,T$$

où P est la pression du gaz, V est le volume qu'il occupe, n est sa quantité de matière, T est la température thermodynamique et R est la constante des gaz parfaits.

c) · Déterminer l'unité dérivée du SI dans laquelle R est exprimé, en faisant intervenir le joule et d'autres unités de base.

d) · En fait, R est obtenu à partir des constantes k_B de Boltzmann et $\mathcal{N}_\mathrm{A}$ d'Avogadro. Exprimer et calculer R.

UDM1 - 6 Volt et ohm

Une particule de charge électrique q soumise à une différence de potentiel U possède une énergie potentielle $E_{\text{pot}} = q\,U$.

a) · Vérifier que l'on pourrait écrire (même si ça ne se fait pas en pratique) que $1\ \text{V} = 1\ \text{J} \cdot \text{C}^{-1}$.

b) · Déterminer l'unité de la tension électrique dans les unités de base du SI.

On rappelle que la loi d'Ohm stipule qu'un conducteur (ohmique) soumis à une différence de potentiel U et parcouru d'un courant électrique I a une résistance électrique $R = U/I$. La résistance électrique est exprimée en ohm (symbole : Ω).

c) · Exprimer l'ohm en fonction des unités de base du système international.

La constante de von Klitzing, notée R_{K} intervient dans l'effet Hall quantique. Elle aide à la réalisation pratique de l'ohm. Elle est définie à partir de la charge élémentaire e et de la constante de Planck h, de sorte que

$$R_{\text{K}} = e^{\alpha}\, h^{\beta}$$

où α et β sont des entiers.

d) · Déterminer α et β.

e) · Calculer R_{K}.

UDM1 - 7 Pendule pesant

On considère un pendule de longueur ℓ oscillant dans un champ de pesanteur d'intensité g. La période τ des oscillations est donnée par une des relations suivantes.

$$\tau = 2\,\pi\,\sqrt{\ell\,g} \qquad \tau = 2\,\pi\,\sqrt{\frac{\ell}{g}} \qquad \tau = 2\,\pi\,\sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

a) · Rappeler l'expression du poids dans un champ de pesanteur g uniforme.

b) · En déduire l'unité de g dans les unités de base du SI.

c) · Déterminer la bonne expression de la période du pendule par analyse dimensionnelle.

UDM1 - 8 Force de traînée

Un objet en mouvement dans un fluide est soumis à une force de traînée dont on cherche à déterminer l'expression :

$$F = k\,\rho^{\alpha}\,v^{\beta}\,S^{\gamma}$$

où ρ est la masse volumique du fluide, v la vitesse de l'objet et S sa section. Le nombre k est sans dimension.

■ Déterminer les valeurs des coefficients α, β, γ.

UDM1 - 9 Longueur d'onde de Compton

L'effet Compton se produit lorsqu'un photon percute une particule de masse m. Ce dernier recule sous l'impact et le photon change de longueur d'onde, en vertus des lois de conversation de l'énergie et de l'impulsion. Le changement de longueur d'onde est proportionnel à la longueur d'onde de Compton λ_C.

a) · Déterminer l'expression de la longueur d'onde de Compton en fonction de h (constante de Planck), m (masse de la particule) et c (constante d'Einstein).

b) · Calculer la valeur de λ_C pour l'électron et le proton.

c) · Dans le cas de l'électron, comparer le décalage de longueur à une longueur d'onde du visible. Commenter.

UDM2 Incertitudes

UDM2 - 1 Période d'un pendule

On donne ci-dessous les résultats de la mesure d'une période de l'oscillation d'un pendule :

Période (s)	2,567	2,987	2,564	2,647	2,357	2,787	2,548

■ Calculer la moyenne, l'écart-type, et estimer l'incertitude sur la mesure de la période au seuil de confiance de 95%.

UDM2 - 2 Résistance électrique

On donne ci-dessous les résultats de la mesure d'une résistance dans un circuit :

Résistance (kΩ)	10,67	10,32	9,87	10,34	9,95	10,56	10,24	10,17

■ Calculer la moyenne, l'écart-type, et estimer l'incertitude sur la mesure de la période au seuil de confiance de 95%.

UDM2 - 3 Lecture d'une distance

On lit sur une règle graduée au mm une distance de $15{,}7\ \mathrm{cm}$, les extrémités de l'objet étant localisées sur des graduations de la règle.

■ Estimer l'incertitude associée à la lecture.

UDM2 - 4 Fréquence et période

On relève une période de $T = (657 \pm 8)\ \mu\mathrm{s}$ pour un phénomène.

■ Estimer la fréquence f associée et son incertitude u_f. On donnera le résultat en hertz, puis en kHz.

UDM2 - 5 Théorème des vergences

On mesure la vergence $C = (5{,}0 \pm 0{,}3)\ \delta$ d'un doublet de lentilles minces accolées. Une des lentilles est convergente de vergence $C_1 = (20 \pm 2)\ \delta$.

a) · Calculer la vergence C_2 de la seconde lentille et son incertitude.

b) · En déduire la distance focale f'_2 et son incertitude.

UDM2 - 6 Mesures électriques

Pour un dipôle ohmique dans un circuit électrique, on relève avec le multimètre une tension $U = 6{,}023\ \mathrm{V}$ et une intensité $I = 2{,}765\ \mathrm{mA}$. La notice du multimètre indique :

Grandeur	Précision indiquée
Tension	$\pm 1\% \times$ affichage $+ 10 \times$ résolution
Intensité	$\pm 2\% \times$ affichage $+ 5 \times$ résolution
Résistance	$\pm 2\% \times$ affichage $+ 10 \times$ résolution

a) · Rappeler la loi d'Ohm et calculer la résistance R à partir des valeurs mesurées.

b) · Calculer l'incertitude δ_U sur la tension et δ_I sur l'intensité, puis en déduire celle de la résistance δ_R par propagation.

c) · Le multimètre réglé en ohmmètre affiche une résistance de $2198\ \Omega$. Estimer l'incertitude associée à cette mesure.

d) · Les deux mesures de la résistance sont-elles compatibles ?

UDM2 - 7 Système masse-ressort

On relève la période $T = (4{,}2 \pm 0{,}3)\ \mathrm{s}$ d'un système masse-ressort dont la masse oscillante vaut $m = 150\ \mathrm{g}$ à 5% près (valeur constructeur). La raideur k du ressort (exprimée en $\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-1}$ dans le SI) est liée aux autres grandeurs par la relation :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

a) · Exprimer et calculer k.

b) · Exprimer et estimer l'incertitude u_k par propagation des incertitudes.