M1 Cinématique

M1 - 1 À vos marques

Deux enfants jouent avec des voitures télécommandées. L'une a une accélération de $4{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ et l'autre de $5{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Mais l'utilisateur de la première voiture a des réflexes bien plus vifs, de sorte que son concurrent démarre avec une seconde de retard.

a) · Quel est le temps nécessaire à la deuxième voiture pour rattraper la première ?

b) · Les deux modèles concourent sur $100\ \mathrm{m}$ et $200\ \mathrm{m}$. Le perdant du $100\ \mathrm{m}$ peut-il l'emporter sur l'autre course ?

c) · Calculer la vitesse des voitures à la fin de la course.

M1 - 2 Fronde

Une fronde est une arme de trait constituée (grossièrement) d'un fil au bout duquel se trouve une poche contenant un projectile (par exemple un caillou). On fait tourner la fronde jusqu'à ce que le projectile atteigne une vitesse suffisante et puis on lui fait quitter la poche pour qu'il parte en direction de sa cible. On considère ici une fronde donc la corde a une longueur $L = 20\ \mathrm{cm}$. Un enfant fait tourner la fronde à $\omega = 3{,}0\ \mathrm{trs/s}$ au dessus de sa tête, la poche contenant un caillou de masse $m = 50\ \mathrm{g}$.

a) · Calculer la vitesse v du projectile au bout de la fronde.

b) · En déduire l'accélération du projectile.

c) · Calculer la force qu'exerce l'enfant pour retenir le caillou sur sa trajectoire circulaire.

M1 - 3 En virage

Un conducteur attaque un virage avec une vitesse $v_i = 25\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ et le parcourt en $\Delta t = 2{,}0\ \mathrm{s}$. Le virage est un quart de cercle de rayon $R = 20\ \mathrm{m}$.

a) · Exprimer et calculer l'accélération de la voiture dans le virage, si le mouvement devait être uniforme.

b) · Se rendant compte de son approche un peu audacieuse du virage, il décide de freiner dès le début du virage et décélère constamment jusqu'à sortir du virage à $v_f = 12{,}5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Exprimer et calculer toutes les composantes de l'accélération lorsque la voiture en est à la moitié du virage.

M1 - 4 Objectif Lune

Le lancement d'une fusée se fait en exploitant la rotation de la surface de la Terre dans le référentiel géocentrique. On assimile la Terre à une sphère de rayon $R = 6{,}4 \times 10^3\ \mathrm{km}$ en rotation uniforme autour de son axe Nord-Sud. On repère un point avec la convention rayon-colatitude-longitude (ρ, θ, φ).

a) · Exprimer la vitesse $\vec{v}$ d'un point fixe à la surface de la Terre.

b) · Calculer la plus grande vitesse d'un point à la surface de la Terre.

M1 - 5 Mouvement hélicoïdal

Un point matériel se déplace le long d'une hélice circulaire. Son mouvement est donné en coordonnées cylindriques par :

$$\begin{cases} r &= R \\ \theta &= \omega\, t \\ z &= \alpha\, t \end{cases}$$

où t est la variable temporelle, les autres grandeurs sont des paramètres fixes.

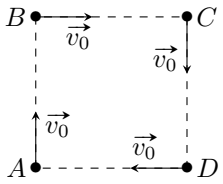
a) · Donner l'expression de la vitesse.

b) · Montrer que le module de la vitesse est constant.

c) · Donner l'expression de l'accélération.

M1 - 6 Folle poursuite (*)

Le professeur Hubert Farnsworth a acheté pour Noël 4 petits robots ressemblant follement à Bender. Les quatre robots sont initialement répartis au sommet d'un carré de côté $a = 50\ \mathrm{cm}$ et tiennent tous une bouteille d'alcool. Chaque robot voulant s'accaparer tout l'alcool, ils se lancent tous à la poursuite du robot qui est devant eux avec une vitesse de valeur $v_0 = 5{,}0\ \mathrm{cm \cdot s^{-1}}$ constante.



a) · Justifier qu'on peut se limiter à l'étude d'un seul des robots.

b) · Construire un repère et un système de coordonnées adapté à l'étude du problème.

c) · Établir le système d'équations différentielles qui régissent l'évolution du mouvement d'un robot.

d) · Résoudre ce système pour obtenir les équations horaires du mouvement d'un robot.

e) · Au bout de combien de temps les robots se rejoignent-ils ? Combien de tours ont été nécessaires ?

M1 - 7 Vers le pôle (*)

Au cours de ses voyages dans l'espace, Granite Welgoat, lieutenant astronavigateur à bord du *Brume de Comète* atterrit à l'équateur d'une planète sphérique de rayon $R = 2000\ \mathrm{km}$ entièrement couverte d'eau. Le vaisseau ne peut repartir que s'il atteint le pôle Nord. Mais le gouvernail est cassé et le vaisseau ne peut naviguer qu'en direction du Nord-Est à vitesse constante $v_0 = 8{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

- *Expression de la vitesse dans les coordonnées sphériques :* $\vec{v} = r\,\vec{u_r} + r\,\dot{\theta}\,\vec{u_\theta} + r\,\sin(\theta)\,\dot{\varphi}\,\vec{u_\varphi}$
- *Développement limité de la fonction sinus :*
  - *en x proche de 0 :* $\sin(x) = x$
  - *en x proche de $\pi/2$:* $\sin(x) = 1 - \dfrac{(x-\pi/2)^2}{2}$

a) · Établir les équations du mouvement dans un repère adapté.

b) · Déterminer le temps nécessaire au vaisseau pour atteindre le pôle Nord.

c) · Analyser le comportement de la vitesse angulaire azimuthale $\dot{\varphi}$ au niveau de l'équateur et au niveau du pôle Nord. Proposer une expression approximative de $\dot{\varphi}$ dans ces deux zones.