

DM1 – Dimensions et unités

Exercice 1 – Applications numériques

La valeur d'une **grandeur physique** s'exprime à l'aide d'un nombre accompagné d'une **unité**. L'utilisation des puissances de dix est souvent nécessaire et permet d'adopter la **notation scientifique**.

La précision de la mesure détermine le nombre de **chiffres significatifs** et peut être quantifiée par son **incertitude**. Ces questions seront abordées en TP.

De manière générale, une fois la formule littérale obtenue, pour réaliser une **application numérique** correcte, il faut :

- effectuer les conversions nécessaires ;
- faire le calcul numérique ;
- conserver un nombre de chiffres significatifs adapté ;
- exprimer le résultat avec son unité.

Données :

- célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$;
- vitesse du son dans l'air : $v = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$;
- masse de la Terre : $M_T = 5,972 \times 10^{24} \text{ kg}$;
- masse du Soleil : $M_\odot = 1,989 \times 10^{30} \text{ kg}$;
- distance Terre-Soleil : $d = 1,50 \times 10^8 \text{ km}$;
- constante gravitationnelle : $G = 6,674 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Rappeler les unités permettant d'exprimer les grandeurs suivantes : longueur, temps, masse, température, vitesse, volume, énergie, puissance. On utilisera les unités du système international (SI) ou des unités directement dérivées du SI.
2. Effectuer les conversions suivantes et exprimer chaque grandeur en notation scientifique.

- 532 nm en μm et en m. • 1,45 GW en W. • 0,125 L en mL et en m^3 .

3. L'année-lumière est une référence de longueur qui correspond à la distance parcourue par la lumière dans le vide en un an.

La nébuleuse à tête de cheval est située à environ 1500 années-lumière de la Terre. Exprimer cette distance en kilomètres.

4. Pour exprimer des vitesses élevées, on utilise couramment le nombre de Mach, qui correspond au rapport entre la vitesse à exprimer et celle du son dans l'air.

Quand elle se sépare de ses deux propulseurs, la fusée Falcon Heavy se déplace à une vitesse voisine de Mach 5,6. Exprimer cette vitesse en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, puis en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.

5. Pour deux corps de masses m_1 et m_2 séparés par une distance d , la force d'interaction gravitationnelle exercée par l'un sur l'autre s'exprime :

$$F_G = G \frac{m_1 m_2}{d^2}.$$

Calculer la force d'interaction gravitationnelle F_G exercée par le Soleil sur la Terre.

Exercice 2 – Périmètre, surface et volume

1. Rappeler l'expression du périmètre et de l'aire d'un cercle de rayon r .
2. Rappeler l'expression de la surface d'une sphère de rayon r et du volume d'une boule de même rayon.
3. Même question pour un cylindre de rayon r et de hauteur h .

Exercice 3 – Analyse dimensionnelle

John Wheeler, grand physicien théoricien du XX^{ème} siècle, a un jour dit « Ne jamais faire de calculs avant d'en connaître le résultat ».

L'étude qualitative d'un système physique permet souvent d'identifier quelques paramètres dont doit dépendre son comportement dans une situation donnée. Il est alors possible de deviner la forme d'une relation reliant ces grandeurs entre elles par analyse dimensionnelle (cf. App. 3 et 4, Chap. 0). On se propose de déterminer la forme de quelques lois physiques par analyse dimensionnelle.

1. Un objet de masse m en chute libre dans un champ de pesanteur g tombe d'une hauteur h . Proposer une expression de la vitesse v avec laquelle il arrive à la fin de sa chute.
2. Une masse m placée dans le champ de pesanteur g est accrochée à un ressort de raideur k . L'expression de la force de rappel exercée par un ressort est de la forme $F = k(\ell - \ell_0)$, où $\ell - \ell_0$ est l'allongement du ressort.
Proposer une expression de la fréquence f à laquelle ce système peut osciller.
3. Le théorème de calvitie des trous noirs énonce : « Un trou noir n'a pas de cheveux ». Autrement dit, deux trous noirs ne sont distingués que par trois propriétés : leur masse, leur charge électrique et leur vitesse de rotation. On se limite ici à un trou noir non-chargé sans rotation, uniquement caractérisé par sa masse M . Il s'agit d'un objet gravitationnel relativiste, qui implique donc la constante gravitationnelle G et la vitesse de la lumière c . Proposer une expression dimensionnellement juste de son rayon R_S , nommé rayon de Schwarzschild.