

TPO – Mesures et incertitudes

De nombreux capteurs reposent sur la variation de leur résistance électrique en fonction d'un paramètre comme la température, le flux lumineux, la pression, etc. Pour fixer les idées, on peut imaginer que la résistance étudiée ici est celle d'un thermomètre.

Objectifs

- Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une approche statistique (évaluation de type A), et ou par une autre approche que statistique (évaluation de type B).
- Associer un intervalle de confiance à l'écart-type dans l'hypothèse d'une distribution suivant la loi normale.
- Évaluer l'incertitude-type d'une grandeur s'exprimant en fonction d'autres grandeurs, dont les incertitudes-types sont connues, à l'aide d'une somme, d'une différence, d'un produit ou d'un quotient.
- Comparer entre elles les différentes contributions lors de l'évaluation d'une incertitude-type composée.
- Capacité numérique : simuler, à l'aide d'un langage de programmation ou d'un tableur, un processus aléatoire permettant de caractériser la variabilité de la valeur d'une grandeur composée.
- Écrire, avec un nombre adapté de chiffres significatifs, le résultat d'une mesure.
- Comparer deux valeurs dont les incertitudes-types sont connues à l'aide de leur écart normalisé.

Mesure de résistance

On s'intéresse à la même résistance que celle utilisée dans le polycopié Mesures et incertitudes (M&I). La méthode quatre fils est une méthode robuste qui permet de s'affranchir de certaines erreurs systématiques. On obtient avec ce protocole, une mesure prise comme référence

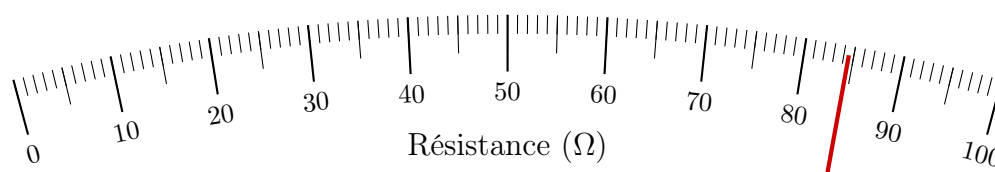
$$R_{4\text{fils}} = (82,529 \pm 0,005) \Omega,$$

où ce qui suit le symbole \pm est l'incertitude-type.

On souhaite comparer les résultats obtenus avec trois méthodes plus simples à cette valeur.

Ohmmètre analogique

On réalise une mesure avec un ohmmètre analogique, dont le cadran est représenté ci-dessous. Durant la mesure, l'aiguille est sensiblement immobile.



1. Avec quel type d'estimation (A ou B) peut-on évaluer l'incertitude-type ?
2. Écrire le résultat R_{ana} de cette mesure.

Ohmmètre numérique

Avec un ohmmètre numérique, on réalise une série de mesures et on obtient les valeurs ci-dessous.

Mesure	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Résistance (Ω)	81,9	82,5	82,3	82,4	82,6	82,6	83,2	82,3	82,9	82,1

3. À quel type d'estimation (A ou B) peut-on avoir recours ici ?



4. Compléter le Notebook [TP0 - Mesures et incertitudes](#) (code d2cb-1805846) pour calculer la moyenne et l'écart-type expérimental de cette série de donnée et écrire le résultat R_{num} de cette mesure. On pourra s'aider du Doc. 1.

APPEL PROF 1 VAL Écriture correcte du résultat

★ 5. En exploitant les données de la notice (Fluke 175, Doc. 2) déterminer l'incertitude-type portant sur chacune des mesures précédentes. En déduire l'incertitude-type totale sur le résultat obtenu à la question 4.

Loi d'Ohm

La résistance est placée dans un circuit adapté, alimenté par une source de tension continue. On mesure simultanément la tension à ses bornes et le courant qui la traverse avec deux multimètres Fluke 175. Le voltmètre affiche $U = 12,1 \text{ V}$ et l'ampèremètre indique $I = 146,5 \text{ mA}$. *Rappel : la tension U aux bornes d'un conducteur ohmique de résistance R et l'intensité du courant qui le traverse vérifient la loi d'Ohm $U = RI$.*

6. Déterminer l'incertitude-type $u(I)$ sur la mesure de l'intensité I (Doc. 2). On donne celle sur la mesure de la tension $U : u(U) = 0,1 \text{ V}$.

7. En déduire, par composition des incertitudes, l'incertitude-type sur la mesure de la valeur de la résistance, puis écrire le résultat R_{ohm} de cette mesure.



8. En s'appuyant sur le programme `monte-carlo.py` (disponible dans le répertoire Outils du site de la classe et copié dans le Notebook), compléter le Notebook pour retrouver ce résultat à l'aide d'un algorithme de type Monte-Carlo.

APPEL PROF 2 REA Programme Python fonctionnel

Comparaison des résultats

9. Comparer chacun des résultats obtenus précédemment à la mesure à quatre fils en calculant l'écart normalisé. Conclure quant à la compatibilité des résultats avec la mesure $R_{4\text{fils}}$.



10. Compléter le Notebook de manière à simuler 10 000 mesures réalisées avec la méthode quatre fils compatibles avec le résultat indiqué. Les représenter graphiquement sous la forme d'un histogramme.

APPEL PROF 3 COM Représentation graphique complète



11. Faire de même avec les autres résultats de mesures. Interpréter le graphique obtenu en s'appuyant sur les écarts normalisés calculés précédemment.



12. Modifier le programme pour simuler une mesure réalisée avec un protocole :

- soumis à une erreur systématique importante ;
- qui utilise un appareil très peu fidèle.

Indiquer le paramètre modifié dans chaque cas.

Choix du calibre

Pour améliorer la précision de la mesure, on utilise un multimètre plus sensible (Doc. 3). L'appareil est placé sur le calibre 100 Ω. Lors d'une mesure, il affiche 82,534 Ω.

13. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous, en supposant que le multimètre affiche des valeurs similaires quel que soit le calibre (ce qui n'est pas systématique!), puis conclure quant à l'importance du choix adapté du calibre de l'appareil de mesure.

On utilisera les valeurs de la colonne *1 year* de la notice.

Calibre	Incertitude-type (Ω)	Précision (%)
100 Ω		
10 kΩ	0,06	~ 0,07
1 MΩ		

Documents

Document 1 – Quelques fonctions Python

`numpy.random.uniform(a, b, n)` : renvoie un tableau de **n** valeurs tirées aléatoirement dans l'intervalle [a, b[.

`numpy.random.normal(x0, sigma, n)` : crée un tableau de **n** valeurs aléatoires obéissant à une loi normale centrée en **x0** et d'écart-type **sigma**.

`numpy.mean(tab)` : calcule la moyenne des valeurs du tableau ou de la liste **tab**.

`numpy.std(tab, ddof=1)` : calcule l'écart-type expérimental $s(x)$ des valeurs du tableau ou de la liste **tab**

$$s(x) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

`matplotlib.pyplot.hist(tab, bins=n)` : trace un histogramme à partir des valeurs du tableau ou de la liste **tab** en les répartissant dans **n** intervalles.

Document 2 – Extrait de la notice du multimètre numérique Fluke

Specifications

(Check the Fluke web for detailed specifications)

Functions	Maximum	Max. resolution	175	177	179
Voltage DC	1000V	0.1mV	±(0.15%+2)	±(0.09%+2)	±(0.09%+2)
Voltage AC	1000V	0.1mV	±(1.0%+3)	±(1.0%+3)	±(1.0%+3)
Current DC	10A	0.01mA	±(1.0%+3)	±(1.0%+3)	±(1.0%+3)
Current AC	10A	0.01mA	±(1.5%+3)	±(1.5%+3)	±(1.5%+3)
Resistance	50MΩ	0.1Ω	±(0.9%+1)	±(0.9%+1)	±(0.9%+1)
Capacitance	10000μF	1nF	±(1.2%+2)	±(1.2%+2)	±(1.2%+2)
Frequency	100kHz	0.01Hz	±(0.1%+1)	±(0.1%+1)	±(0.1%+1)
Temperature	-40°C/+400°C	0.1°C			±(1.0%+10)

Document 3 – Extrait de la notice du multimètre numérique Keysight

07 | Keysight | Digital Multimeters: 34460/61/65/70A - Data Sheet

Specifications 34460A

34460A accuracy specifications: \pm (% of reading + % of range)¹
 These specification are compliant to ISO/IEC 17025 for K = 2



Range ² /frequency		24 hours ³ T _{CAL} \pm 1 °C	90 days T _{CAL} \pm 5 °C	1 year T _{CAL} \pm 5 °C	2 years T _{CAL} \pm 5 °C	Temperature coefficient/°C ⁴
DC voltage						
100 mV		0.0040 + 0.0060	0.0070 + 0.0065	0.0090 + 0.0065	0.0115 + 0.0065	0.0005 + 0.0005
1 V		0.0030 + 0.0009	0.0060 + 0.0010	0.0080 + 0.0010	0.0105 + 0.0010	0.0005 + 0.0001
10 V		0.0025 + 0.0004	0.0050 + 0.0005	0.0075 + 0.0005	0.0100 + 0.0005	0.0005 + 0.0001
100 V		0.0030 + 0.0006	0.0065 + 0.0006	0.0085 + 0.0006	0.0110 + 0.0006	0.0005 + 0.0001
1000 V		0.0030 + 0.0006	0.0065 + 0.0010	0.0085 + 0.0010	0.0110 + 0.0010	0.0005 + 0.0001
True RMS AC voltage ^{2, 5, 6}						
100 mV, 1 V, 10 V, 100 V, and 750 V ranges						
3 – 5 Hz		1.00 + 0.02	1.00 + 0.03	1.00 + 0.03	1.00 + 0.03	0.100 + 0.003
5 – 10 Hz		0.38 + 0.02	0.38 + 0.03	0.38 + 0.03	0.38 + 0.03	0.035 + 0.003
10 Hz – 20 kHz		0.07 + 0.02	0.08 + 0.03	0.09 + 0.03	0.10 + 0.03	0.005 + 0.003
20 – 50 kHz		0.13 + 0.04	0.14 + 0.05	0.15 + 0.05	0.16 + 0.05	0.011 + 0.005
50 – 100 kHz		0.58 + 0.08	0.63 + 0.08	0.63 + 0.08	0.63 + 0.08	0.060 + 0.008
100 – 300 kHz		4.00 + 0.50	4.00 + 0.50	4.00 + 0.50	4.00 + 0.50	0.200 + 0.020
Resistance ⁷		Test current				
100 Ω	1 mA	0.0040 + 0.0060	0.011 + 0.007	0.014 + 0.007	0.017 + 0.007	0.0006 + 0.0005
1 k Ω	1 mA	0.0030 + 0.0008	0.011 + 0.001	0.014 + 0.001	0.017 + 0.001	0.0006 + 0.0001
10 k Ω	100 μ A	0.0030 + 0.0005	0.011 + 0.001	0.014 + 0.001	0.017 + 0.001	0.0006 + 0.0001
100 k Ω	10 μ A	0.0030 + 0.0005	0.011 + 0.001	0.014 + 0.001	0.017 + 0.001	0.0006 + 0.0001
1 M Ω	5 μ A	0.0030 + 0.0010	0.011 + 0.001	0.014 + 0.001	0.017 + 0.001	0.0010 + 0.0002
10 M Ω	500 nA	0.015 + 0.001	0.020 + 0.001	0.040 + 0.001	0.060 + 0.001	0.0030 + 0.0004
100 M Ω	500 nA 10 M Ω	0.300 + 0.010	0.800 + 0.010	0.800 + 0.010	0.800 + 0.010	0.1500 + 0.0002
DC current		Burden voltage				
100 μ A	<0.011 V	0.010 + 0.020	0.040 + 0.025	0.050 + 0.025	0.060 + 0.025	0.0020 + 0.0030
1 mA	<0.11 V	0.007 + 0.006	0.030 + 0.006	0.050 + 0.006	0.060 + 0.006	0.0020 + 0.0005
10 mA	<0.05 V	0.007 + 0.020	0.030 + 0.020	0.050 + 0.020	0.060 + 0.020	0.0020 + 0.0020
100 mA	<0.5 V	0.010 + 0.004	0.030 + 0.005	0.050 + 0.005	0.060 + 0.005	0.0020 + 0.0005
1 A	<0.7 V	0.050 + 0.006	0.080 + 0.010	0.100 + 0.010	0.120 + 0.010	0.0050 + 0.0010
3 A	<2.0 V	0.180 + 0.020	0.200 + 0.020	0.200 + 0.020	0.230 + 0.020	0.0050 + 0.0020
Capacitance ¹⁵						
1.0000 nF		0.50 + 0.50	0.50 + 0.50	0.50 + 0.50	0.50 + 0.50	0.05 + 0.05
10.000 nF		0.40 + 0.10	0.40 + 0.10	0.40 + 0.10	0.40 + 0.10	0.05 + 0.01
100.00 nF		0.40 + 0.10	0.40 + 0.10	0.40 + 0.10	0.40 + 0.10	0.05 + 0.01
1.0000 μ F		0.40 + 0.10	0.40 + 0.10	0.40 + 0.10	0.40 + 0.10	0.05 + 0.01
10.000 μ F		0.40 + 0.10	0.40 + 0.10	0.40 + 0.10	0.40 + 0.10	0.05 + 0.01
100.00 μ F		0.40 + 0.10	0.40 + 0.10	0.40 + 0.10	0.40 + 0.10	0.05 + 0.01