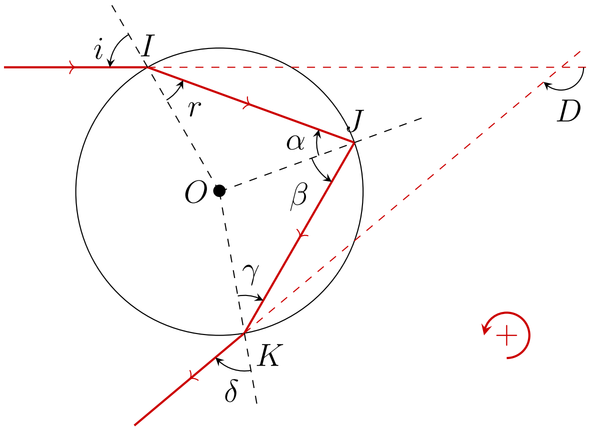
DM2 – Arc-en-ciel

Exercice 1 – Arc-en-ciel

On considère une goutte d'eau sphérique de centre O éclairée par un faisceau de rayons parallèles provenant du Soleil. On s'intéresse tout d'abord à un rayon lumineux qui entre dans la goutte avec une incidence i au point I, avant d'être partiellement réfléchi en J et de ressortir de la goutte en K. Les angles, *orientés*, sont définis sur la figure ci-contre.



On souhaite tout d'abord déterminer l'expression de la déviation D en fonction de l'angle d'incidence i et de l'indice de l'eau n.

1. Donner la relation liant les angles i et r.
2. Exprimer chacun des angles α, β, γ et δ en fonction de i et r.
3. La réflexion en J peut-elle être totale ? Justifier.
4. En déduire l'expression de D en fonction de i et r, puis de n et i.

L'eau est un milieu dispersif, c'est-à-dire que son indice optique dépend de la longueur d'onde du rayonnement lumineux. On donne la vitesse de propagation de la lumière pour deux rayonnements de fréquences différentes.

Rayonnement	**1**	**2**
Fréquence ν (Hz)	$7{,}32 \times 10^{14}$	$4{,}47 \times 10^{14}$
Vitesse de propagation v ($\mathrm{m \cdot s^{-1}}$)	$2{,}240 \times 10^{8}$	$2{,}253 \times 10^{8}$

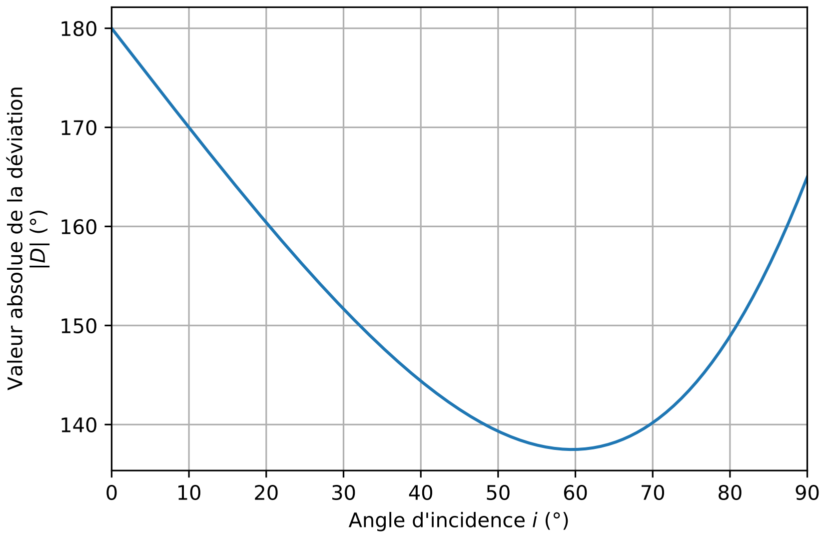
5. Donner la couleur de chacun des deux rayonnements.
6. Exprimer, puis calculer l'indice de l'eau pour chaque rayonnement.
7. Dans certains cas, on peut estimer l'indice d'un milieu à partir de la loi de Cauchy :

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}.$$

où A et B sont des constantes. Donner les dimensions et unités de A et B.

L'allure de la déviation D en fonction de l'angle d'incidence i est représentée ci-dessous, pour une longueur d'onde donnée. On constate qu'il existe une valeur i_0 de i pour laquelle la déviation D est minimale en valeur absolue. La lumière s'accumule alors dans cette direction : elle repart principalement dans la direction $D_m = |D(i_0)|$ après son interaction avec la goutte. On peut montrer que l'angle i_0 vérifie

$$\sin i_0 = \sqrt{\frac{4 - n^2}{3}}.$$



8. Calculer i_0 (en degrés) pour le bleu et pour le rouge. En déduire la déviation minimale D_m pour le bleu et pour le rouge.

9. Pour observer l'arc-en-ciel, faut-il se placer dos ou face au soleil ? Justifier à l'aide d'un schéma.

10. Le rouge est-il à l'intérieur ou à l'extérieur de l'arc ? Justifier à l'aide d'un schéma.