Chapitre O2 – Formation des images

Plan du cours

I Image d'un objet par un miroir plan
- **I.1** Miroir plan
- **I.2** Vocabulaire

II Lentilles minces
- **II.1** Description d'une lentille mince
- **II.2** Construction de l'image d'un objet
- **II.3** Relations de conjugaison

III Exemple de systèmes optiques
- **III.1** Système optique composé
- **III.2** L'œil
- **III.3** La lunette astronomique

Ce qu'il faut savoir et savoir faire

→ Construire l'image d'un objet par un miroir plan.
→ Exploiter les propriétés du centre optique, des foyers principaux et secondaires, de la distance focale, de la vergence.
→ Construire l'image d'un objet situé à distance finie ou infinie à l'aide de rayons lumineux, identifier sa nature réelle ou virtuelle.
→ Exploiter les formules de conjugaison et de grandissement transversal de Descartes et de Newton.
→ Établir et utiliser la condition de formation de l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente.
→ Modéliser l'œil comme l'association d'une lentille de vergence variable et d'un capteur plan fixe.
→ Citer les ordres de grandeur de la limite de résolution angulaire et de la plage d'accommodation.
→ Représenter le schéma d'une lunette afocale modélisée par deux lentilles minces convergentes ; identifier l'objectif et l'oculaire.
→ Représenter le faisceau émergent issu d'un point objet « à l'infini » traversant une lunette afocale.
→ Établir l'expression du grossissement d'une lunette afocale.
→ Exploiter les données caractéristiques d'une lunette commerciale.

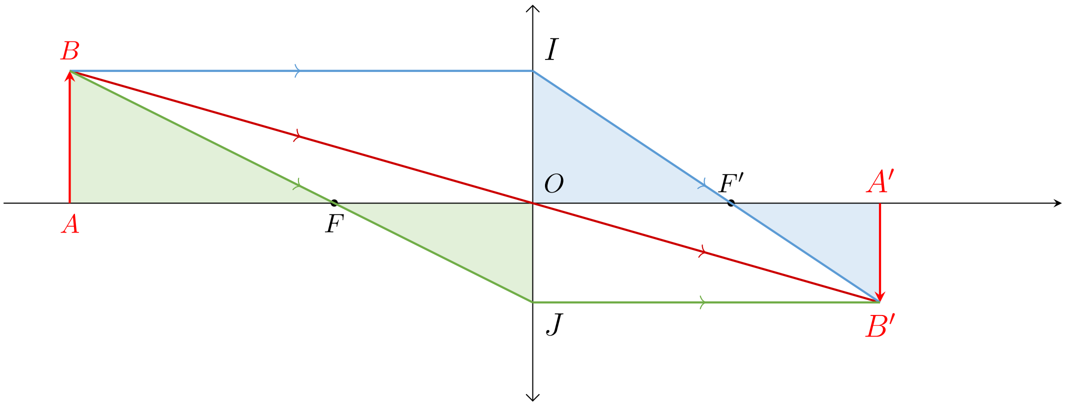
Questions de cours

→ Présenter le modèle d'une lentille mince : schéma, propriété du centre optique et des foyers.
→ Énoncer les relations de conjugaison et de grandissement avec origine au centre (de Descartes), schéma à l'appui.
→ Établir, schéma optique à l'appui, la condition de formation d'une l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente (App. 8, sans le graphe).
→ Établir la condition sur la distance entre un objet réel et un écran permettant d'obtenir une image nette à l'aide d'une lentille convergente ($D \geqslant 4f'$).
→ Présenter le modèle simplifié de l'œil et donner ses limites (plage d'accommodation et limite de résolution) et App. 10.
→ Présenter le modèle de la lunette astronomique et établir l'expression du grossissement.
→ Représenter la marche des rayons à travers la lunette afocale (App. 11).

Documents

Document 1 – Démonstration des relations de conjugaison

Par soucis de simplicité, on choisit la configuration représentée ci-dessous, où une lentille convergente donne une image réelle d'un objet réel. Les démonstrations restent bien sûr valables dans les autres cas.



Relations de Descartes

En appliquant le théorème de Thalès aux triangles OAB et $OA'B'$, on démontre immédiatement la formule pour le grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}.$$

Par construction, on a $\overline{AB} = \overline{OI}$. Le grandissement s'exprime donc également :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OI}}.$$

En appliquant le théorème de Thalès aux triangles $F'OI$ et $F'A'B'$, on obtient :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{OI}} = \frac{\overline{A'F'}}{\overline{OF'}},$$

d'où :

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'F'}}{\overline{OF'}} = \frac{\overline{A'O} + \overline{OF'}}{\overline{OF'}}.$$

En divisant par $\overline{OA'} = -\overline{A'O}$, on obtient finalement :

$$\frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OF'}} \quad \text{soit} \quad \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}.$$

Relations de Newton

En appliquant le théorème de Thalès aux triangles $F'OI$ et $F'A'B'$ on démontre immédiatement la formule pour le grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OI}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = -\frac{\overline{F'A'}}{\overline{OF'}}.$$

Par construction, on a $\overline{A'B'} = \overline{OJ}$. Le grandissement s'exprime donc également :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OJ}}{\overline{AB}}.$$

En appliquant le théorème de Thalès aux triangle FOJ et FAB on obtient :

$$\frac{\overline{OJ}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}},$$

d'où :

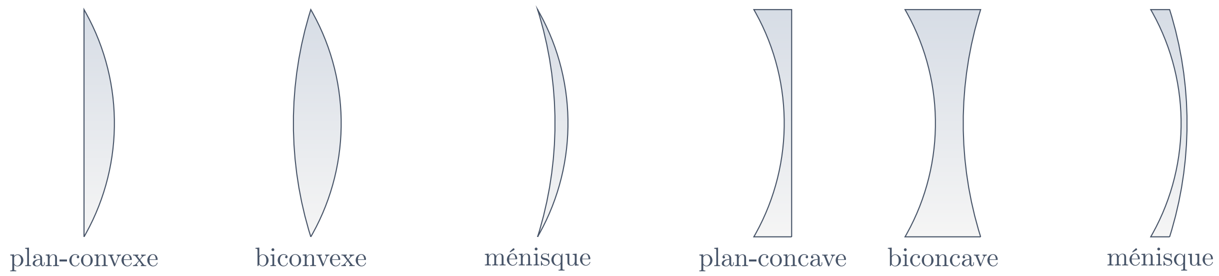
$$\gamma = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}.$$

En réécrivant cette expression, on obtient finalement

$$\overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = \overline{FO} \cdot \overline{F'O} \quad \text{soit} \quad \overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = -f'^2.$$

Document 2 – Différents types de lentilles

Lentilles convergentes **Lentilles divergentes**



Document 3 – L'œil

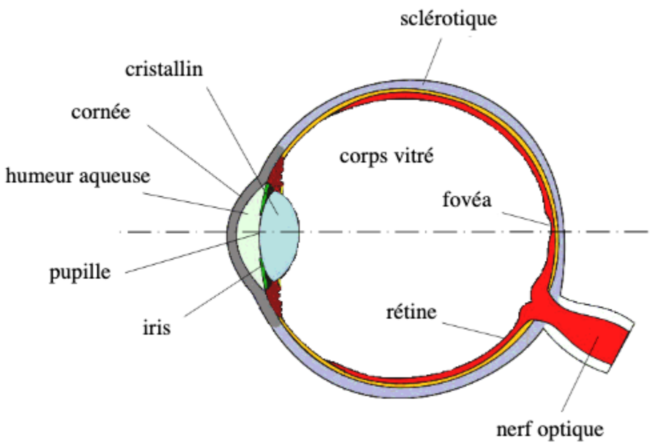


FIGURE 1 – Coupe de l'œil humain.

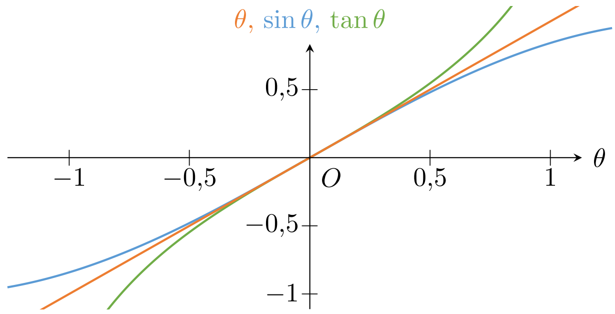
L'œil humain a sensiblement la forme d'une sphère (Fig. 1). Il est divisé en deux parties séparées par le cristallin, assimilé à une lentille mince biconvexe, convergente. Cette lentille est élastique et ses rayons de courbure varient lorsque l'œil accommode, c'est-à-dire quand il passe de la vision de loin à la vision de près.

L'iris joue le rôle d'un diaphragme et définit la pupille. Il permet de réguler la quantité de lumière qui arrive au niveau de la rétine.

La rétine sert de détecteur. Elle est recouverte de cellules photosensibles, les cônes et les bâtonnets, qui transforment l'excitation lumineuse en influx nerveux. La distance entre la rétine et le cristallin est invariable : $d = 17\,\mathrm{mm}$.

L'œil normal (emmétrope) permet de voir nettement des objets situés devant lui depuis la distance $d_{\mathrm{PP}} = 25\,\mathrm{cm}$ jusqu'à la distance d_{PR} infinie. Si l'image se forme sur la rétine au niveau de la fovéa, l'œil peut distinguer deux points proches suffisamment contrastés si leur distance angulaire est supérieure $1'$ (une minute d'arc).

Document 4 – Approximation des petits angles

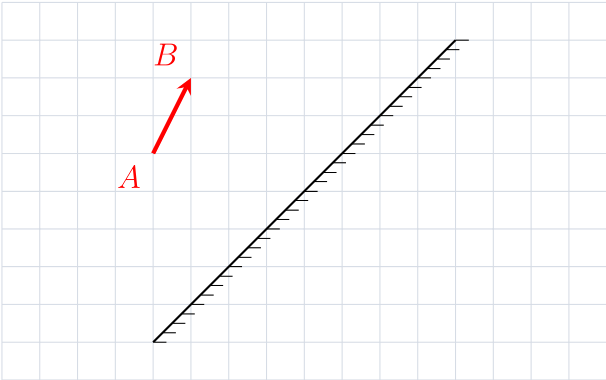


θ (°)	θ (rad)	$\sin\theta$	$\tan\theta$	$\cos\theta$
0	0	0	0	1
1	0,017	0,017	0,017	1,000
10	0,175	0,174	0,176	0,985
20	0,349	0,342	0,364	0,940
30	$\frac{\pi}{6} \approx 0{,}524$	0,500	0,577	0,866
40	0,698	0,643	0,839	0,766
45	$\frac{\pi}{4} \approx 0{,}785$	0,707	1,000	0,707

FIGURE 2 – Pour des angles faibles ($\theta \ll 1\,\text{rad}$), on peut linéariser les fonctions trigonométriques : $\sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$ et $\cos\theta \approx 1$. Pour $\theta < 10°$, l'approximation des petits angles conduit à une erreur de l'ordre de 1 %. Pour $\theta < 30°$, l'erreur est de l'ordre de 10 %.

Applications

Application 1 – Miroir plan



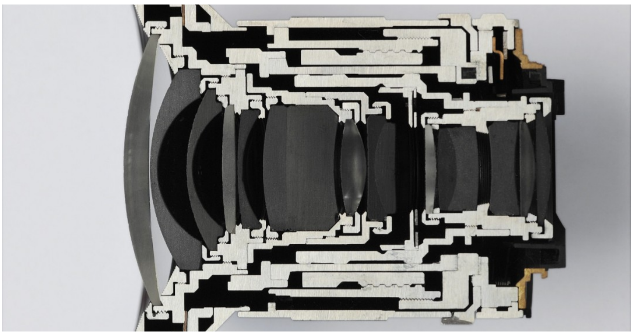
On s'intéresse à la formation de l'image d'un objet AB par un miroir plan.

1. Reproduire le schéma et construire l'image $A'B'$ de l'objet AB.
2. Représenter deux rayons lumineux quelconques se réfléchissant sur le miroir, l'un issu de A et l'autre issu de B.
3. Donner la nature de l'objet et celle de son image.

Application 2 – Convergente ou divergente

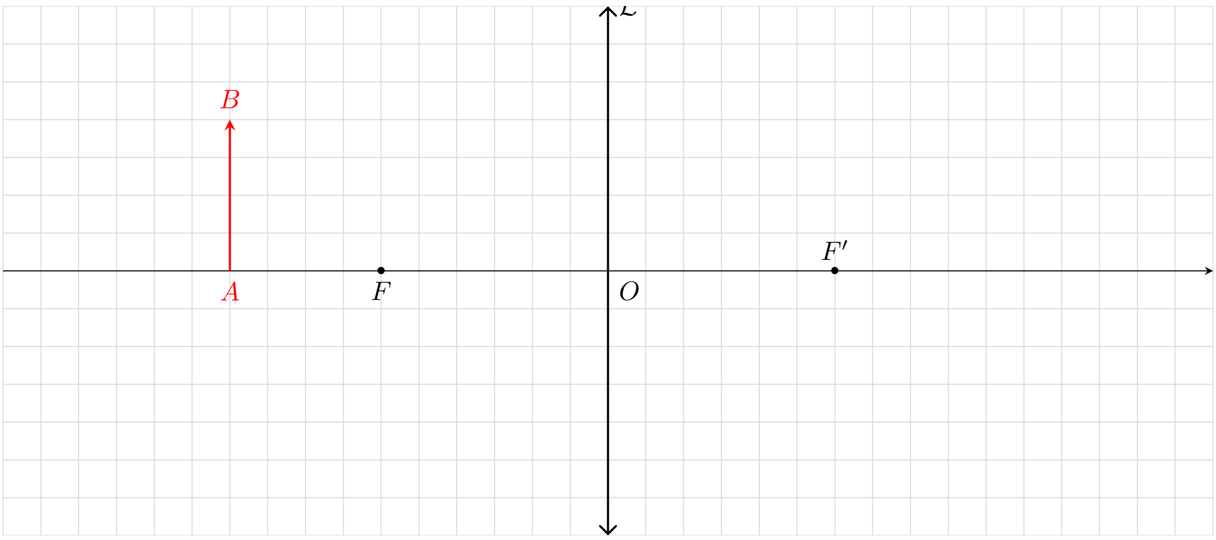
Pour obtenir une image de qualité, un objectif photo est composé de nombreuses lentilles.

Indiquer la nature (convergente ou divergente) de chacune des lentilles de l'objectif ci-contre. On traitera indépendamment les deux lentilles de chaque doublet.

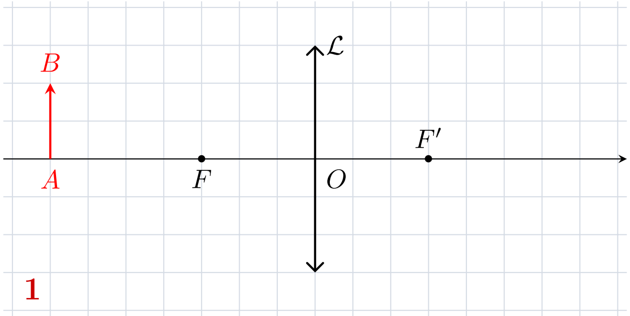


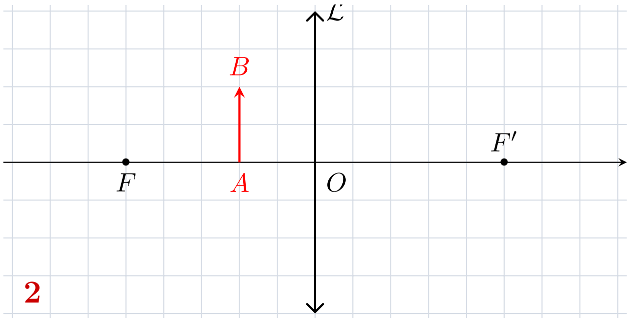
Application 3 – Grandissement transversal

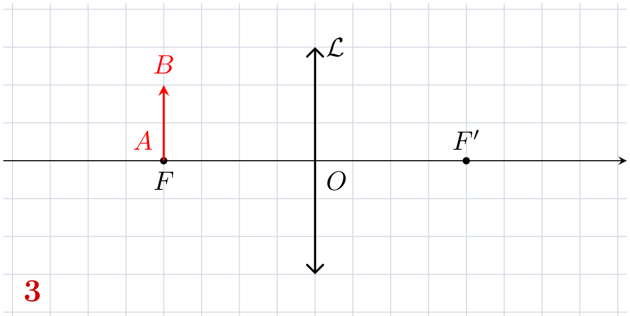
1. Construire l'image $A'B'$ de AB.
2. Caractériser l'image obtenue : réelle ou virtuelle, droite ou renversée, agrandie ou réduite ?
3. Exprimer, puis calculer le grandissement transversal γ.
4. Représenter la marche d'un rayon quelconque issu de A passant par la lentille.

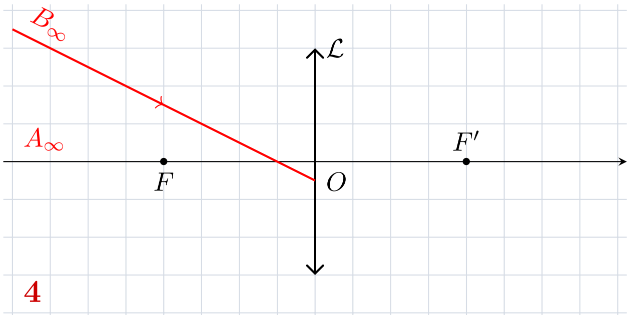


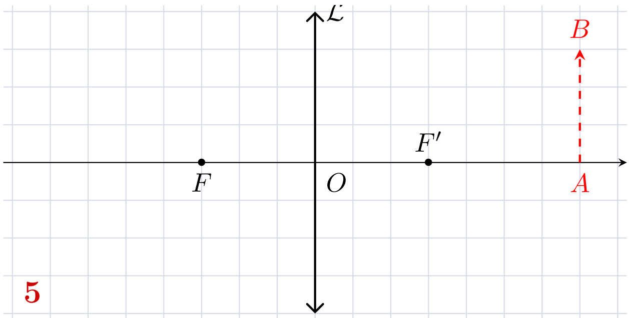
Application 4 – Construction d'une image par une lentille mince

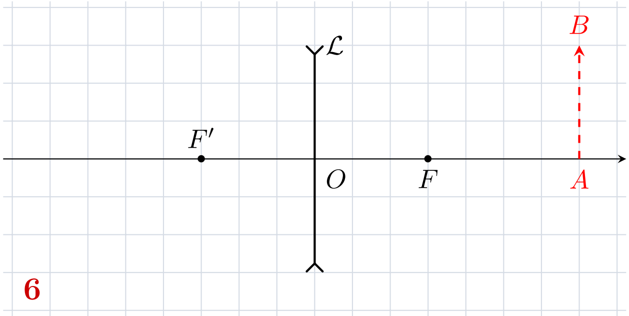


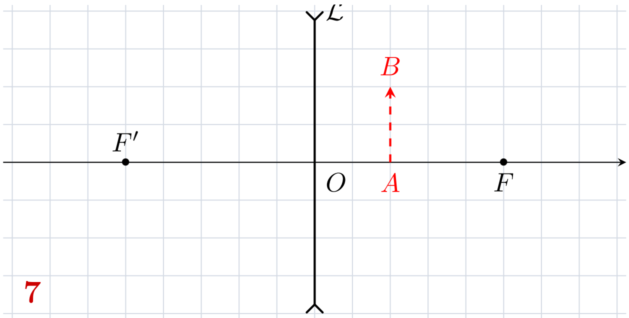


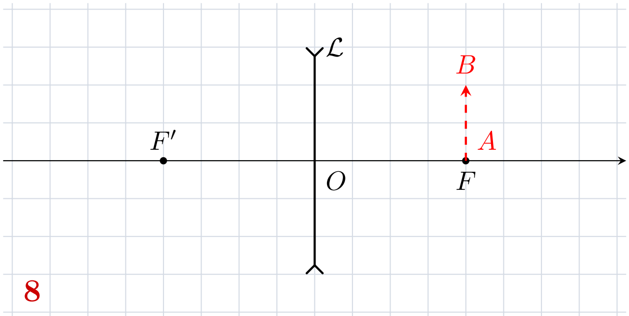


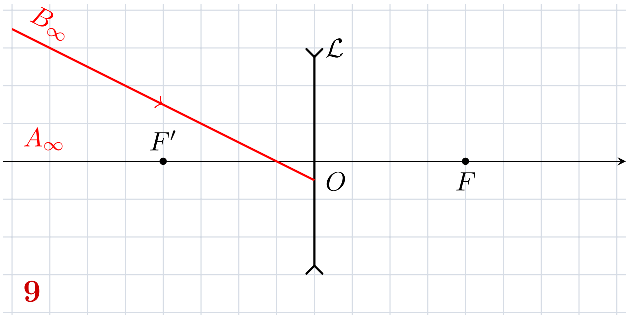


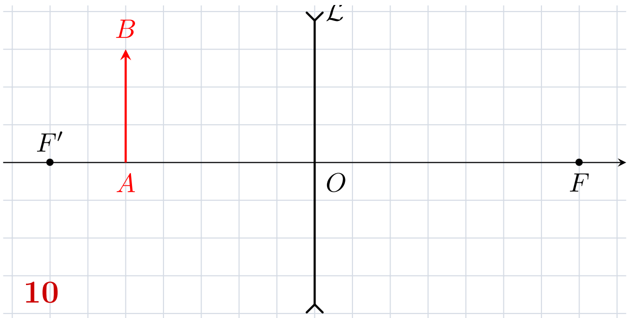












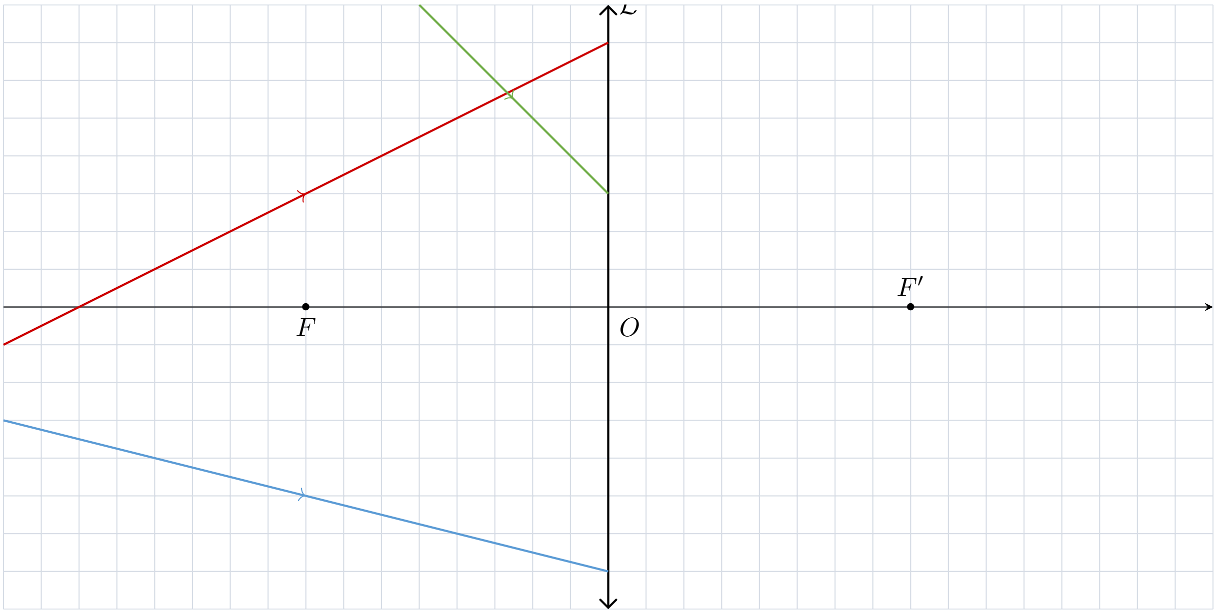
Application 5 – Convergente ou divergente (bis)

En TP, les lentilles ont des focales de l'ordre de 10 cm. Pour déterminer si une lentille est convergente ou divergente, il suffit de regarder un objet éloigné à travers la lentille.

Déduire des constructions 4 et 9 de l'App. 4 ce que l'on voit dans chacun des deux cas.

Application 6 – Tracé de rayon

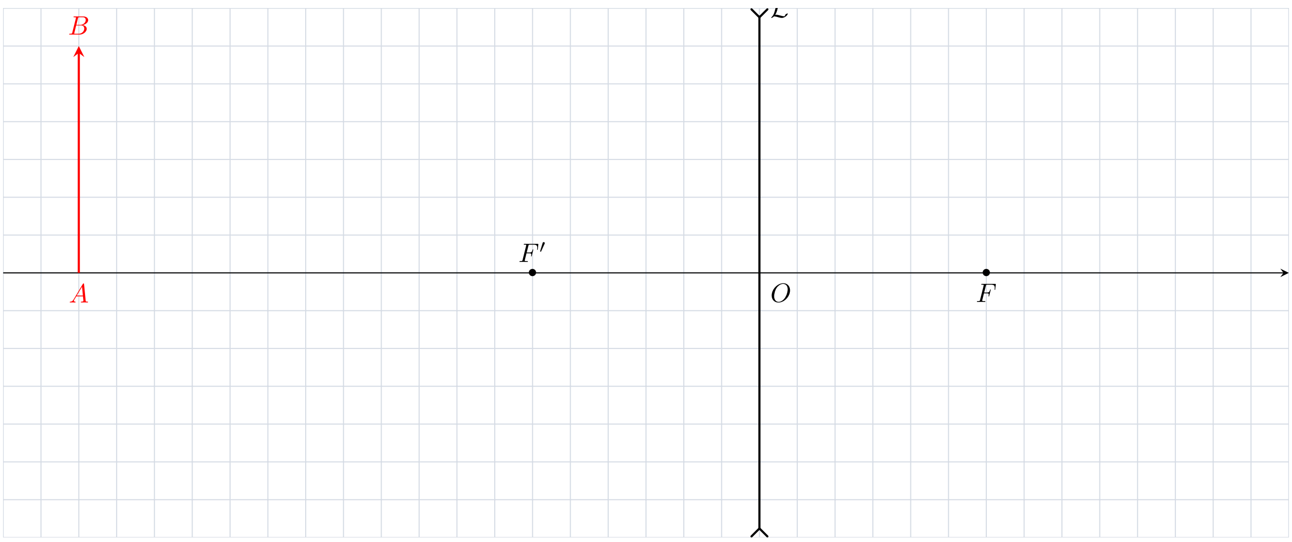
Représenter les rayons émergeant de la lentille.



Application 7 – Relations de conjugaison

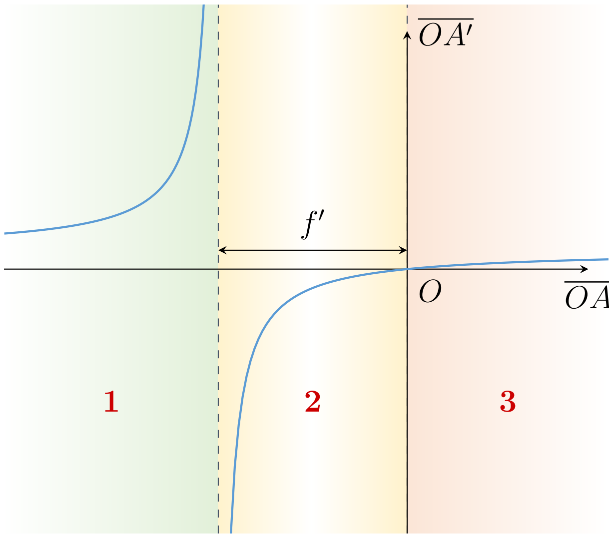
On s'intéresse à la formation de l'image $A'B'$ image d'un objet AB formée par une lentille de distance focale $f' = -3{,}0\,\text{cm}$ dans la situation représentée ci-dessous.

1. Exprimer, puis calculer les position et taille de l'image avec les relations de Descartes.
2. Faire de même en utilisant les relations de Newton.
3. Retrouver ces résultats en construisant l'image $A'B'$ de AB.



Application 8 – Condition de formation d'une image réelle

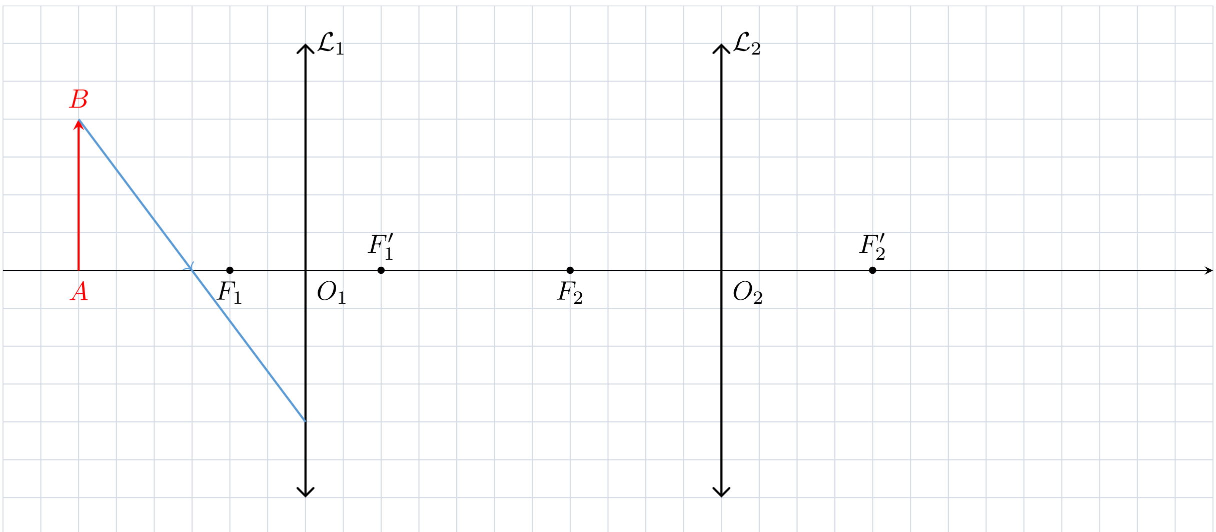
On réalise l'image d'un objet par une lentille de distance focale $f' > 0$. La figure ci-contre représente la distance algébrique $\overline{OA'}$ entre l'image et la lentille en fonction de la distance algébrique $\overline{OA}$ entre l'objet et la lentille.



1. Rappeler la condition sur $\overline{OA}$ pour laquelle l'objet est réel et celle sur $\overline{OA'}$ pour laquelle l'image est réelle.
2. Indiquer, pour chaque domaine, la nature de l'objet et celle de son image.
3. Établir la condition de formation d'une image réelle d'un objet réel en utilisant l'une des relations de conjugaison.

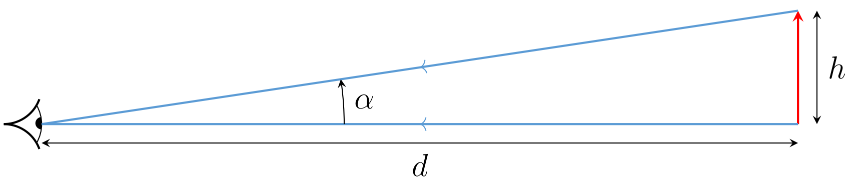
Application 9 – Système optique composé

1. Construire l'image A_2B_2 de AB produite par le système optique ci-dessous.
2. Caractériser l'image.
3. Représenter la marche du rayon représenté en bleu à travers le système.



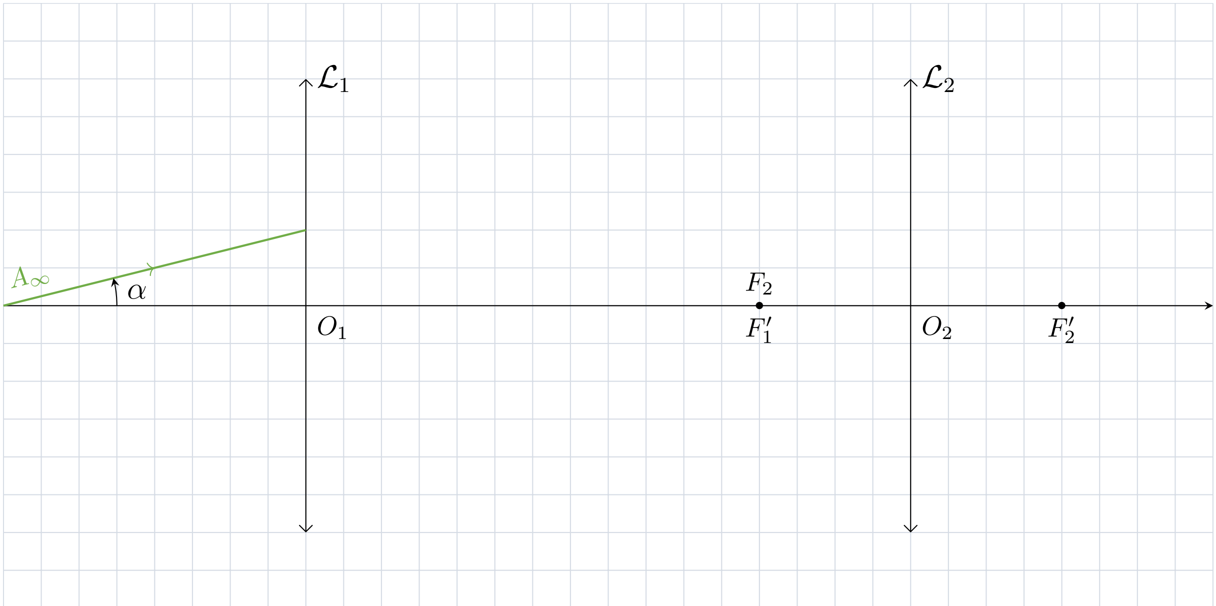
Application 10 – Limite de résolution de l'œil

Déterminer la hauteur h du plus petit objet que l'œil peut distinguer à une distance $d = 25\,\text{cm}$, $5\,\text{m}$ et $100\,\text{m}$. Quel paramètre permet de caractériser la taille apparente d'un objet ?



Application 11 – Marche des rayons à travers la lunette

On observe un objet ponctuel A situé à l'infini à travers une lunette afocale d'objectif $\mathcal{L}_1$ et d'oculaire $\mathcal{L}_2$. Les rayons issus de A forment un angle α avec l'axe optique de la lunette.



1. Construire l'image de A par la lunette.
2. Représenter la marche du rayon vert, puis celle du faisceau issu de A délimité par les rayons passant par le bord de l'objectif.

Application 12 – Grossissement d'une lunette

La Lune, de rayon $r_L = 1740\,\text{km}$, a une orbite quasi-circulaire de rayon $R_L = 384\,400\,\text{km}$ autour de la Terre. On note α son diamètre apparent dans le ciel.

On l'observe avec une lunette astronomique dont les caractéristiques sont données ci-dessous. La distance focale de l'objectif est notée f'_1, celle de l'oculaire est notée f'_2. Le diamètre angulaire de l'image de la Lune en sortie de la lunette est noté α'.

	Distance focale	**Diamètre**
Objectif $\mathcal{L}_1$	900 mm	70 mm
Oculaire $\mathcal{L}_2$	25 mm	7 mm

1. Faire un schéma et faire apparaitre les angles α et α'. *On prendra $f'_1 = 3f'_2$ pour le schéma.*
2. Exprimer la taille de l'image intermédiaire A_1B_1 en fonction de α et f'_1.
3. Exprimer le diamètre apparent α' en fonction de A_1B_1 et f'_2.
4. En déduire l'expression du grossissement G de la lunette en fonction de f'_1 et f'_2. Faire l'application numérique.
5. Exprimer α' en fonction de α, f'_1 et f'_2, puis en fonction de r_L, R_L, f'_1 et f'_2. Faire l'application numérique.