TD0 – Analyse dimensionnelle
Correction

Exercice 1 – Conversions

1. **1.a.** $f = 2{,}45\,\mathrm{MHz} = 2{,}45 \times 10^6\,\mathrm{Hz}$.
   1.b. $\lambda = 532\,\mathrm{nm} = 532 \times 10^{-9}\,\mathrm{m} = 5{,}32 \times 10^{-7}\,\mathrm{m}$.
   1.c. $1\,\mathrm{an} = 365{,}25 \times 24 \times 3600 \approx 3{,}156 \times 10^7\,\mathrm{s}$.
2. **2.a.** $S = 623{,}7\,\mathrm{cm}^2 = 6{,}237 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}^2$.
   2.b. $1{,}5\,\mathrm{L} = 1{,}5\,\mathrm{dm}^3 = 1{,}5 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$.
3. **3.a.** $130\,\mathrm{km \cdot h^{-1}} \approx 36{,}1\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.
   3.b. $c = 40\,\mathrm{g \cdot L^{-1}} = 40\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

Si ces conversions posent problème, il existe de nombreuses ressources en ligne pour s'entrainer.

Exercice 2 – Charge d'un condensateur

Corrigé en classe.

Exercice 3 – Gaz parfaits

On commence par isoler la constante des gaz parfaits :

$$R = \frac{PV}{nT},$$

puis on écrit l'équation aux dimensions, éventuellement en s'aidant du Doc. 4 :

$$[R] = \left[\frac{PV}{nT}\right] = \frac{\mathrm{M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2} \times L^3}}{\mathrm{N} \times \Theta} = \mathrm{M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot N^{-1}} \cdot \Theta^{-1}.$$

Son unité SI est donc $\mathrm{kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}}$. Elle est toutefois plus souvent exprimée en joule par mole et par kelvin : $R = 8{,}314\,\mathrm{J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}}$.

Exercice 4 – Homogénéité

Corrigé en classe.

Exercice 5 – Trinity

Corrigé en classe.

Exercice 6 – Frottement et pollution

1. On a $[F] = \mathrm{M} \cdot \mathrm{L} \cdot \mathrm{T}^{-2}$, $[v] = \mathrm{L} \cdot \mathrm{T}^{-1}$, $[\rho] = \mathrm{M} \cdot L^{-3}$ et $[S] = \mathrm{L}^2$ et on cherche α, β et γ tels que $[F] = [\rho^\alpha S^\beta v^\gamma]$. En procédant de la même façon que pour l'exercice 5, on trouve $\alpha = \beta = 1$ et $\gamma = 2$, soit

$$F \propto \rho S v^2.$$

2. On a $[\mathcal{E}] = \mathrm{M} \cdot \mathrm{L}^2 \cdot \mathrm{T}^{-2}$. À nouveau, on cherche δ et ϵ tels que $[\mathcal{E}] = [F^\delta d^\epsilon]$. On obtient $\delta = \epsilon = 1$, soit après calcul

$$\mathcal{E} \propto \rho S v^2 d.$$

À nouveau, on ne peut obtenir qu'un lien de proportionnalité car l'analyse dimensionnelle ne permet pas d'obtenir la constante adimensionnée. Ici, on calcul en fait le travail des forces de frottement $W = Fd$.

3. En supposant que la constante sans dimension ne dépendent pas de la vitesse, on trouve

$$\frac{\mathcal{E}(v = 110\,\mathrm{km} \cdot \mathrm{h}^{-1})}{\mathcal{E}(v = 130\,\mathrm{km} \cdot \mathrm{h}^{-1})} = \frac{110^2}{130^2} \approx 0{,}72.$$

Pour une diminution de la vitesse de seulement 15 %, l'énergie nécessaire pour parcourir une distance donnée, donc la quantité de carburant consommée et les émissions de gaz à effet de serre et de particules fines sont réduites de presque 30 %, car les frottements de l'air sont proportionnels au carré de la vitesse dans le régime étudié.