

# DS1 – Optique

**Durée : 3h.**

**L'usage de la calculatrice est autorisé.**

**Les annexes 1 et 2 sont à rendre avec la copie.**

Si au cours de l'épreuve, le candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

**RCO** Des questions de cours sont identifiées dans le sujet par le sigle **RCO** dans la marge.

Certaines questions peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Leur énoncé est repéré par une barre en marge. Il est alors demandé d'explicitier clairement la démarche, les choix et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Toute démarche engagée, même non aboutie, et toute prise d'initiative seront valorisées.

## Relations de conjugaison et de grandissement

On rappelle, pour un objet  $A$  et son image  $A'$  formée par une lentille mince de centre optique  $O$  et de foyers objet  $F$  et image  $F'$  :

- les relations de Descartes :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \quad \text{et} \quad \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}},$$

- les relations de Newton :

$$\overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = -\overline{OF'}^2 \quad \text{et} \quad \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{F'A'}}{\overline{OF'}}.$$

## Critères d'évaluation de la présentation

<b>Présentation générale</b>	La copie est propre, aérée et lisible. L'orthographe est correcte. Les expressions littérales sont encadrées et les A.N. soulignées. Les pages sont numérotées.
<b>Rédaction</b>	Le vocabulaire scientifique est précis. Les réponses sont claires, explicites et succinctes. Les lois, principes et théorèmes utilisés sont nommés.
<b>Schémas</b>	Les schémas sont suffisamment grands : plus petit que la carte étudiant = invisible. Les schémas sont soignés : règle et compas. Utilisation pertinente de la couleur.
<b>Expressions littérales</b>	Le résultat est celui demandé par l'énoncé. Les notations de l'énoncé sont respectées. Les expressions sont homogènes. Respect des notations : grandeurs algébriques, vectorielles, scalaires, etc. Pas de mélange entre les A.N. et E.L.
<b>Applications numériques</b>	La valeur numérique est accompagnée de son unité. L'A.N. est complète : pas de fraction restante, etc. Le nombre de chiffres significatifs est adapté. Les conversions sont effectuées correctement.
<b>Représentations graphiques</b>	Le graphique est suffisamment grand. Les axes sont tracés à la règle, nommés et les unités sont indiquées (si A.N.). Les limites et valeurs notables, les comportements asymptotiques sont respectés. Les courbes sont tracées à main levée, les droites à la règle, etc.



## Exercice 1 – Étude d'un réfractomètre

Pour les viticulteurs, le choix de la date des vendanges est important afin de laisser au raisin le temps d'arriver à maturité. Pour choisir cette date, on se base notamment sur la teneur en sucre du raisin. Une méthode pour déterminer la teneur en sucre consiste à mesurer l'indice de réfraction du jus de raisin : l'indice de l'eau sucrée peut varier entre 1,33 et 1,5 en fonction de la concentration de sucre.

La mesure de la teneur en sucre se fait à l'aide d'un réfractomètre, dont un exemple est schématisé sur l'annexe **1 à rendre avec la copie**.

Une cuve d'analyse est remplie par le liquide dont on veut mesurer l'indice  $n$ . Cette cuve est suivie d'un prisme de saphir d'indice  $N = 1,75$  et d'angle au sommet  $\alpha = 45^\circ$ . Le dispositif est éclairé par un faisceau laser se propageant parallèlement à l'axe optique. Le faisceau laser subit alors plusieurs réfractions successives. La mesure de la déviation totale à la sortie du prisme de saphir permet alors de déterminer l'indice de réfraction  $n$  du liquide contenu dans la cuve d'analyse.

**Les angles sont orientés positivement dans le sens trigonométrique.**

- RCO**
1. Justifier que le rayon lumineux ne subit pas de déviation à l'entrée du réfractomètre.
  2. Le rayon lumineux arrive sur l'interface liquide/saphir avec un angle d'incidence  $i_1$  repéré par rapport à la normale au dioptre. Sur l'annexe **1 à rendre avec la copie**, faire figurer l'angle  $i_1$ . Exprimer  $i_1$  en fonction de l'angle  $\alpha$ .

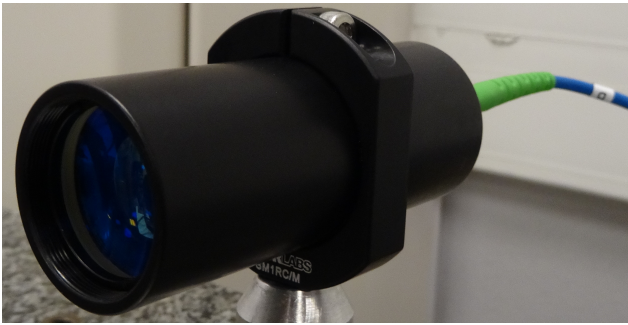
Le rayon lumineux subit une réfraction à l'entrée du prisme et est dévié d'un angle  $\theta$  par rapport au rayon incident.  $\theta$  correspond à l'angle entre l'axe optique et la direction du rayon réfracté à l'intérieur du prisme, orienté depuis l'axe optique vers le rayon. On note  $i_2$  l'angle de réfraction repéré par rapport à la normale à la face d'entrée du prisme.

3. Compléter l'annexe **1 à rendre avec la copie** en faisant apparaître le rayon réfracté, les angles  $i_2$  et  $\theta$ . Justifier le tracé.
4. Exprimer  $i_2$  en fonction de  $\alpha$  et  $\theta$  puis donner la relation entre  $i_2$ ,  $n$ ,  $N$  et  $\theta$ .

Le rayon réfracté arrive sur l'interface saphir/air avec un angle d'incidence  $i_3$  repéré par rapport à la normale à l'interface. On note  $D$  la déviation totale du rayon lumineux émergent du réfractomètre, c'est-à-dire l'angle qu'il forme avec l'axe optique à la sortie du réfractomètre, orienté depuis l'axe optique vers le rayon.

5. Compléter l'annexe **1 à rendre avec la copie** en faisant apparaître le rayon réfracté, les angles  $i_3$  et  $D$ . Justifier le tracé.
6. Exprimer  $i_3$  en fonction de  $\theta$ , puis donner la relation entre  $D$ ,  $N$  et  $\theta$ .
- RCO** 7. Dans les conditions normales d'utilisation de cet appareil, peut-on avoir réflexion totale au niveau de l'interface liquide/saphir ? Justifier.
- RCO** 8. Une réflexion totale est a priori possible sur le dioptre saphir/air. Justifier. Exprimer la valeur limite de l'angle  $\theta$ , notée  $\theta_\ell$ , correspondant à la limite de réfraction.
9. En déduire l'expression de l'indice limite  $n_\ell$  pour l'indice de réfraction  $n$  du liquide en fonction de  $N$ ,  $\alpha$  et  $\theta_\ell$ , puis de  $N$  seulement en se rappelant que  $\alpha = \pi/4$ . Faire l'application numérique et conclure.
10. On mesure la déviation  $D$  en sortie du prisme : elle vaut  $-19,5^\circ$ . En déduire la valeur de l'indice de réfraction du liquide contenu dans la cuve d'analyse.

## Exercice 2 – Collimateur à fibre

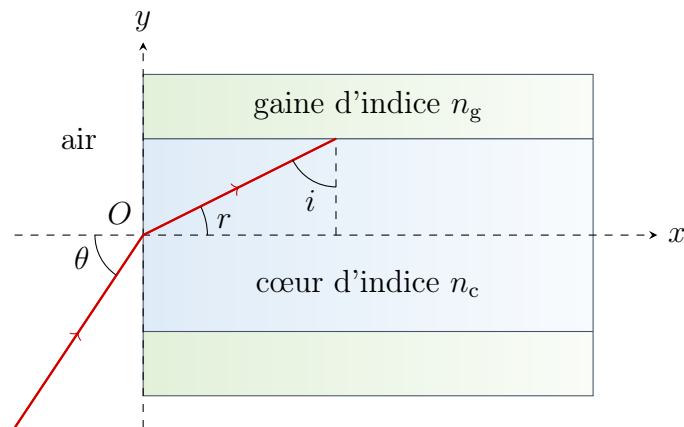


La lumière permet de manipuler des atomes. On peut ainsi piéger et refroidir des gaz atomiques grâce à des lasers.

Les atomes froids sont à la base de nombreuses expériences de métrologie, destinées à la mesure du temps (horloges atomiques), de l'accélération de pesanteur (gravimètres), ou de constantes fondamentales.

On s'intéresse au système optique permettant de mettre en forme le faisceau issu d'une fibre optique, utilisé pour le piégeage d'atomes de rubidium dans l'une de ces expériences.

### Ouverture numérique de la fibre



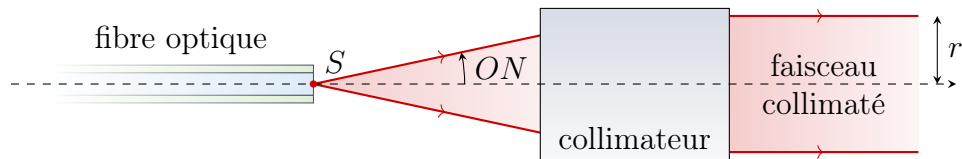
Une fibre à saut d'indice, représentée ci-dessus, est formée d'un cœur cylindrique d'axe  $Ox$ , de diamètre  $2a$  et d'indice  $n_c$  entouré d'une gaine optique d'indice  $n_g$ . La fibre est dans l'air. Un rayon contenu dans le plan  $xOy$  entre dans la fibre au point  $O$  avec un angle d'incidence  $\theta$ . Il y a guidage lorsque le rayon subit une succession de réflexions totales au niveau du dioptré cœur/gaine.

- RCO 1. Rappeler la condition sur  $n_c$  et  $n_g$  pour laquelle un rayon peut être guidé dans la fibre.
- RCO 2. Exprimer l'angle d'incidence limite  $i_\ell$  en fonction de  $n_c$  et  $n_g$  pour lequel il y a réflexion totale au niveau du dioptré cœur/gaine. Donner la condition sur  $i$  pour laquelle le rayon est guidé.
- RCO 3. Montrer que cette condition est vérifiée si l'angle d'incidence  $\theta$  est inférieur à un angle limite  $\theta_\ell$ . Montrer que l'ouverture numérique  $ON = \sin \theta_\ell$  peut s'écrire :

$$ON = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}.$$

4. Faire l'application numérique pour  $n_c = 1,500$  et  $n_g = 1,495$ .

Le faisceau sortant de la fibre est contenu dans un cône dont le demi-angle au sommet est  $\theta_\ell$ . Il est suffisamment petit pour pouvoir considérer que  $\theta_\ell \approx ON$ . La fibre se comporte comme une source ponctuelle  $S$ , située sur l'axe optique au niveau de la face de sortie, mais les rayons issus de  $S$  sont contenus dans un cône de demi-angle au sommet  $ON$ .



Pour piéger les atomes de rubidium, le faisceau doit être collimaté, c'est-à-dire que les rayons lumineux qui le composent doivent être parallèles entre eux. On s'intéresse à trois collimateurs qui permettent d'obtenir un faisceau collimaté, assimilé à un cylindre de rayon  $r = 1,0$  cm.

### Collimateur simple

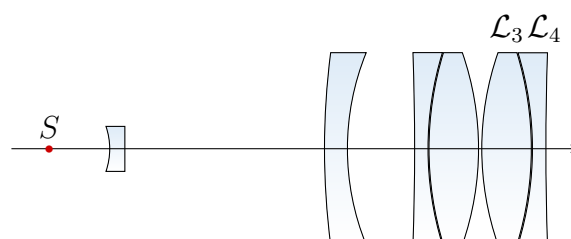
- RCO
5. Décrire succinctement comment obtenir un tel faisceau en utilisant une unique lentille mince  $\mathcal{L}$  dont on précisera la nature. Faire un schéma.
  6. Exprimer la distance focale  $f'$  de la lentille à utiliser en fonction de  $r$  et  $ON$ . Faire l'application numérique.

### Collimateur compact

Les contraintes d'encombrement autour de la cellule expérimentale imposent d'utiliser un collimateur plus compact. Une solution consiste à utiliser un collimateur formée de deux lentilles : une lentille divergente  $\mathcal{L}_1$  de distance focale  $f'_1 = -6,0$  mm, associée à une lentille convergente  $\mathcal{L}_2$  de distance focale  $f'_2 = 35$  mm. Le centre optique  $O_1$  de la lentille  $\mathcal{L}_1$  est situé à une distance  $2|f'_1|$  après la sortie  $S$  de la fibre et la distance  $\overline{O_1O_2}$  entre les deux lentilles est choisie de telle sorte que le faisceau sortant de la lentille  $\mathcal{L}_2$  soit collimaté.

7. Exprimer la distance algébrique  $\overline{O_1S'}$  entre le centre optique  $O_1$  et l'image  $S'$  de  $S$  par la lentille  $\mathcal{L}_1$  en fonction de  $f'_1$ .
8. Où doit se former l'image  $S'$  par rapport à la lentille  $\mathcal{L}_2$ ? Exprimer la distance algébrique  $\overline{O_2S'}$  entre le centre optique  $O_2$  de la lentille  $\mathcal{L}_2$  et  $S'$  en fonction de  $f'_2$ .
9. En déduire l'expression de l'encombrement de ce nouveau collimateur, correspondant à la distance  $\overline{SO_2}$  en fonction de  $f'_1$  et  $f'_2$ . Faire l'application numérique et conclure.
10. Sur l'annexe 2 à rendre avec la copie, construire l'image  $S'$  de  $S$  par la lentille  $\mathcal{L}_1$ . Le schéma est représenté à l'échelle 3 : 1.
11. Sur l'annexe 2 à rendre avec la copie, placer la lentille  $\mathcal{L}_2$  en indiquant la position de ses foyers. Commenter : l'encombrement du collimateur est-il cohérent avec la réponse à la question 9?
12. Sur l'annexe 2 à rendre avec la copie, représenter la marche des rayons extrémaux issus de  $S$  représentés après la sortie du collimateur (rayons 1 et 2).

### Collimateur à quatre lentilles



Le faisceau obtenu avec le collimateur compact présente des aberrations qu'il est nécessaire de corriger pour améliorer l'efficacité du piégeage des atomes. On s'intéresse au collimateur à quatre lentilles représenté ci-dessus. Il est composé, notamment, de deux doublets identiques formés d'une paire de lentilles  $\mathcal{L}_3$  et  $\mathcal{L}_4$  de distances focales respectives  $f'_3$  et  $f'_4$ , collées l'une à l'autre. On s'intéresse au doublet situé à la sortie du collimateur.

13. On considère que le centre optique de la lentille  $\mathcal{L}_3$  est confondu avec celui de  $\mathcal{L}_4$ . Montrer que la distance focale équivalente  $f'_{\text{éq}}$  du doublet s'exprime :

$$f'_{\text{éq}} = \frac{f'_3 f'_4}{f'_3 + f'_4}.$$

14. Faire l'application numérique, avec  $|f'_3| = 30,8 \text{ mm}$  et  $|f'_4| = 49,7 \text{ mm}$ .  
 15. Le fabricant indique que la distance focale du doublet est  $f'_{\text{fab}} = 80,3 \text{ mm} \pm 1 \%$ . Commenter la valeur obtenue à la question 14.

C'est ce modèle de collimateur qui a finalement été retenu pour son encombrement réduit et la qualité du faisceau qu'il permet d'obtenir.

### Exercice 3 – Fenêtre de Snell

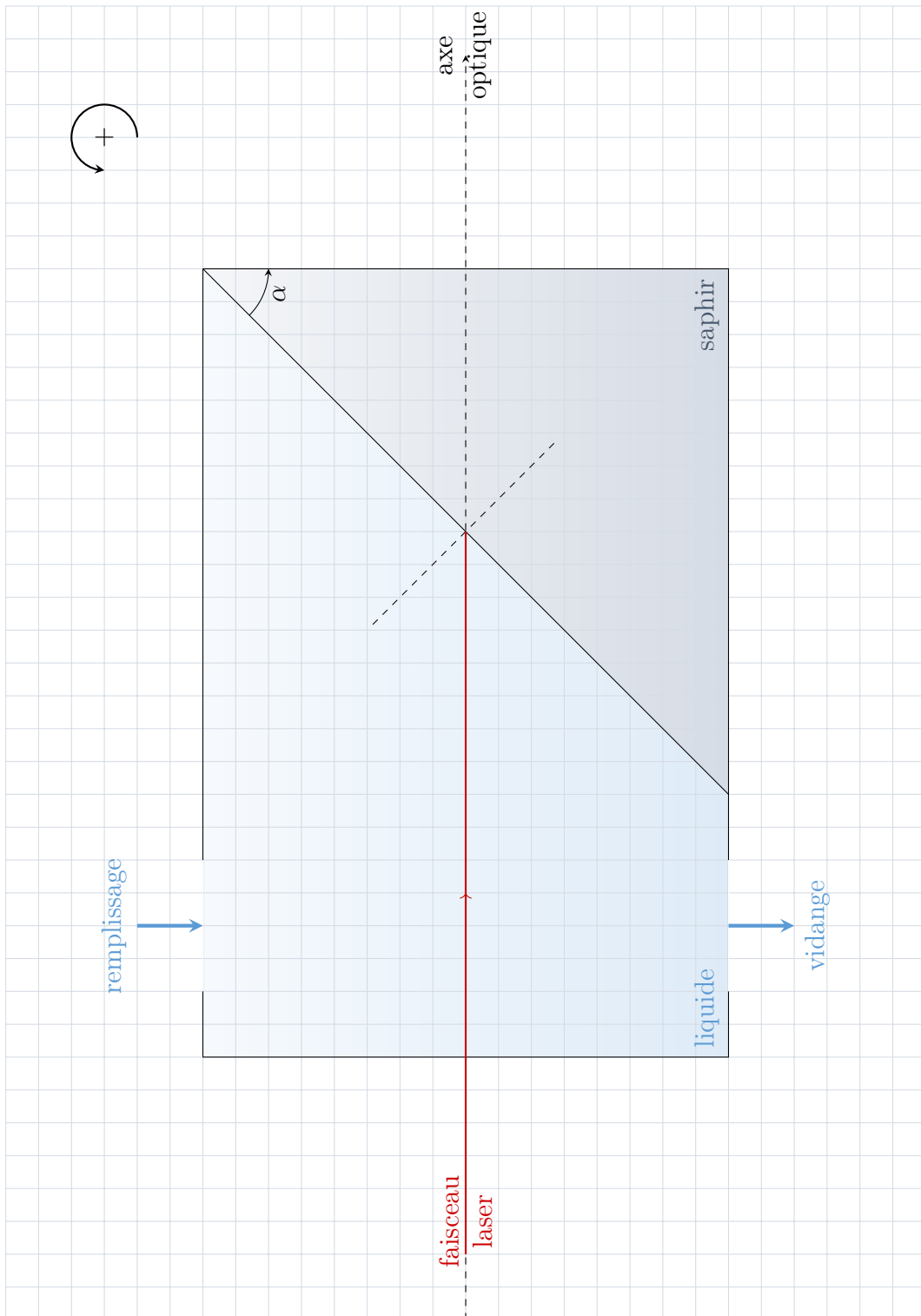


Lorsqu'il relève la tête, un plongeur a l'impression de voir un « gouffre lumineux », c'est-à-dire un disque lumineux entouré d'obscurité, visible sur la photographie ci-dessus.

1. Expliquer qualitativement ce qu'observe le plongeur.
2. Proposer une estimation de la profondeur du plongeur.

# Annexes

## Annexe 1 – Réfractomètre



Annexe 2 – Collimateur compact

8/8

