

## DM07 – Circuit du premier ordre

L'annexe 1 est à rendre avec la copie.

### Exercice 1 – Guirlandes électriques

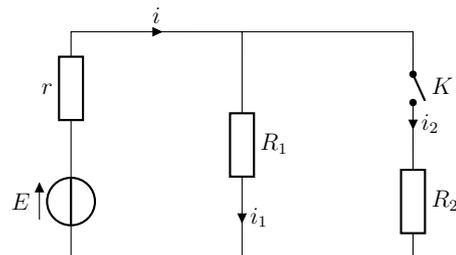
On cherche à optimiser l'alimentation électrique d'un système comportant deux guirlandes électriques, modélisées par deux résistances  $R_1$  et  $R_2$  de même valeur :  $R_1 = R_2 = R = 2\ \Omega$ . La première guirlande est dédiée à un fonctionnement continu. La seconde est associée à un interrupteur  $K$  qui bascule périodiquement afin de produire un clignotement. On supposera dans cet exercice que la puissance lumineuse fournie par ces guirlandes est proportionnelle à la puissance électrique qu'elles reçoivent.

#### Système de base

- Rappeler et retrouver l'expression de la puissance  $\mathcal{P}_J$  dissipée par effet Joule dans une résistance  $R$  parcourue par un courant d'intensité  $I$ .

On considère dans un premier temps le circuit représenté ci-dessous, alimenté par un générateur réel de f.é.m.  $E = 6\ \text{V}$  et de résistance interne  $r = 1\ \Omega$ .

- Lorsque l'interrupteur  $K$  est ouvert, établir l'expression de l'intensité  $i = I_o$ . En déduire l'expression de la puissance  $\mathcal{P}_{1,o}$  reçue par la guirlande  $R_1$ . Faire l'application numérique. Quelle est la puissance  $\mathcal{P}_{2,o}$  reçue par la guirlande  $R_2$  ?

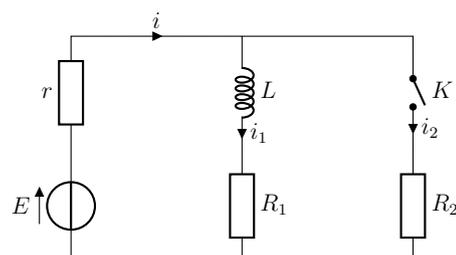


On s'intéresse maintenant au cas où l'interrupteur  $K$  est fermé.

- Établir la nouvelle expression de  $i = I_f$ . En déduire les intensités  $i_1 = I_{1,f}$  et  $i_2 = I_{2,f}$  circulant dans les deux guirlandes.
- Exprimer, puis calculer la puissance  $\mathcal{P}_{1,f}$  reçue par la guirlande 1 en fonction de  $E$ ,  $R$  et  $r$ .
- La puissance reçue par la première guirlande est-elle identique dans les deux régimes ? Expliquer ce qu'un observateur verrait lors du fonctionnement de la guirlande.
- Comment doit-on choisir  $r$  par rapport à  $R$  pour limiter cet effet ? Commenter.

#### Système amélioré

On considère maintenant le circuit représenté ci-contre, afin de limiter les variations de puissance reçue par la première guirlande. Une bobine d'inductance  $L$  a donc été ajoutée en série avec la première guirlande. L'interrupteur  $K$  est ouvert pour  $t \in [0, T/2[$  et fermé pour  $t \in [T/2, T[$ .



7. Quand l'interrupteur est ouvert, justifier qu'en régime permanent, l'ajout de la bobine ne modifie pas la valeur de l'intensité  $i$  obtenue à la question 2.
8. Établir l'équation différentielle vérifiée par  $i_1$  sur l'intervalle  $[0, T/2[$ . Faire apparaître un temps caractéristique  $\tau_1$  et donner son expression en fonction de  $L$ ,  $R$  et  $r$ .
9. Sur l'intervalle  $[T/2, T[$ , lorsque l'interrupteur est fermé, l'intensité  $i_1(t)$  vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{di_1}{dt} + \frac{i_1}{\tau_2} = \frac{E}{L \left(1 + \frac{r}{R}\right)} \quad \text{avec} \quad \tau_2 = \frac{L(1 + \frac{r}{R})}{R + 2r}.$$

Que devient cette équation en régime permanent ? En déduire que l'ajout de la bobine ne modifie pas la valeur de l'intensité  $i_1 = I_{1,f}$  en régime permanent obtenue à la question 3.

On mesure expérimentalement les variations de l'intensité  $i_1$  en mesurant la tension aux bornes de la guirlande  $R_1$  à l'aide d'un oscilloscope. On obtient les courbes représentées en annexe 1, à rendre avec la copie, pour deux valeurs différentes de l'inductance  $L$ , notées  $L_1$  et  $L_2$ .

10. Laquelle des deux inductances est la plus élevée ? Justifier. Déterminer la valeur de  $L_1$ .
11. Indiquer l'inductance à utiliser pour limiter le clignotement de la guirlande  $R_1$ . Justifier.

On admet que ce choix est respecté et que lorsqu'elle est allumée, la deuxième guirlande est parcourue par un courant d'intensité quasi constante  $i_2 \approx 1,4 \text{ A}$ .

12. Le générateur est en réalité une batterie, identique à celle représentée ci-dessous.

Proposer une estimation de la durée de fonctionnement  $\Delta t$  du système et de son rendement  $\eta$ , c'est-à-dire le rapport entre l'énergie reçue par les guirlandes et celle fournie par la batterie. Conclure.



Annexe 1 – Évolution de l'intensité du courant parcourant la guirlande  $R_1$

