

TP9 – Viscosimétrie

La viscosité dynamique est une grandeur qui permet de caractériser le comportement d'un fluide lors d'un écoulement. Il existe plusieurs méthodes pour la mesurer. On s'intéresse ici au viscosimètre à chute de bille, dont le principe repose sur la mesure de la vitesse limite d'une bille lors de sa chute dans le fluide à caractériser.

Objectifs

- Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une approche statistique (évaluation de type A).
- Capacité numérique : simuler, à l'aide d'un langage de programmation ou d'un tableur, un processus aléatoire permettant de caractériser la variabilité de la valeur d'une grandeur composée.
- Enregistrer un phénomène à l'aide d'une caméra numérique et repérer la trajectoire à l'aide d'un logiciel dédié, en déduire la vitesse et l'accélération.
- **Mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure de frottements fluides.**

Étude préliminaire

On s'intéresse à la chute d'une bille en acier de rayon r et de masse volumique $\rho_a = (7,85 \pm 0,02) \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ dans le glycérol, un fluide visqueux de masse volumique $\rho_g = (1,26 \pm 0,05) \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. On étudie le mouvement dans le référentiel du laboratoire, considéré comme galiléen durant la durée de l'expérience. La bille est soumise à trois forces (\vec{e}_z est le vecteur unitaire vertical orienté vers le bas) :

- son poids : $\vec{P} = m\vec{g} = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_a g \vec{e}_z$, avec $g = (9,812 \pm 0,001) \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$;
- la poussée d'Archimède : $\vec{\Pi} = -\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_g g \vec{e}_z$;
- la force de frottements fluides, modélisée par la formule de Stokes : $\vec{f} = -6\pi\eta r \vec{v}$, où η est la viscosité dynamique du fluide (Doc. 2).

La deuxième loi de Newton (PFD) projetée sur \vec{e}_z permet d'obtenir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v :

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho' g - 6\pi\eta r v, \quad \text{avec} \quad \rho' = \rho_a - \rho_g.$$

1. Que devient cette équation en régime permanent ? En déduire l'expression de la vitesse limite v_ℓ atteinte par la bille en régime permanent. Faire l'application numérique pour la chute d'une bille de 2 mm de diamètre dans le glycérol pur à 20 °C.
2. Déduire de la question précédente que la viscosité dynamique du glycérol s'exprime en fonction de la vitesse limite selon la relation :

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{r^2 g}{v_\ell} \rho',$$

3. Décrire succinctement deux protocoles s'appuyant sur le Doc. 3 et le matériel à disposition pour mesurer la vitesse limite v_ℓ puis la viscosité dynamique du glycérol η .
4. Préparer un programme `tp9-viscosimetrie.py` permettant une estimation de type B de l'incertitude-type sur la mesure de η , en s'appuyant sur le programme `monte-carlo.py`. On pourra également préparer d'autres éléments de code pertinents pour les protocoles proposés (ajustement linéaire, dérivation, etc.).

Mesure de la viscosité dynamique du glycérol

5. Mesurer la viscosité dynamique du glycérol. On attend :

- une estimation de l'incertitude-type de la vitesse limite par une méthode statistique ;
- une estimation de l'incertitude-type de la viscosité dynamique par une méthode Monte-Carlo ;
- une discussion des résultats obtenus, étayée sur des arguments précis et quantitatifs.

APP ANA
REA VAL
COM

Documents

Document 1 – Matériel

- une éprouvette remplie de glycérol ;
- une bille en acier ;
- un aimant ;
- un pied à coulisse ;
- deux élastiques ;
- une webcam ;
- un ordinateur (Iris, LatisPro, Python) ;
- un chronomètre.

Document 2 – Viscosité dynamique η du glycérol

Le glycérol est un liquide transparent et incolore qui s'hydrate rapidement au contact de l'air humide. Sa viscosité dynamique dépend de la température et de son hydratation.

Glycérol	pur (20 °C)	pur (25 °C)	hydraté, 96 % en masse (20 °C)
η (Pa · s)	1,46	0,934	0,648

La viscosité dynamique d'un liquide s'exprime en poiseuille (Pl), ou en pascal seconde (Pa·s). On rappelle que le pascal est l'unité de pression dérivée du système international, de telle sorte que $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.

Document 3 – Viscosimètre à chute de bille

Le principe du viscosimètre à chute de bille consiste à lâcher, sans vitesse initiale, une bille dans une éprouvette remplie du liquide à caractériser. La mesure de la vitesse limite v_ℓ permet de remonter à la viscosité dynamique du liquide.

