

DM09 – Toboggan !

Exercice 1 – Mouvement hélicoïdal dans un toboggan

Dans un parc aquatique, une personne assimilée à un point matériel M descend un toboggan de forme hélicoïdale. L'ensemble de l'étude est réalisé dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On note g l'accélération de la pesanteur.

1. Sur un schéma, représenter les coordonnées cylindriques du point M ainsi que les vecteurs unitaires associés.
2. Donner l'expression du vecteur position en coordonnées cylindriques.
3. Établir l'expression du vecteur vitesse instantanée en coordonnées cylindriques.
4. Établir l'expression du vecteur accélération en coordonnées cylindriques.
5. Lors de la descente dans le toboggan, la personne reste à une distance R constante de l'axe (Oz) . Exprimer dans ce cas l'expression des vecteurs vitesse instantanée et accélération.
6. Le toboggan a une forme hélicoïdale de pas H . Le pas correspond à la hauteur parcourue lorsque θ a varié de 2π . La personne débute sa descente d'une hauteur z_0 (l'angle θ et la vitesse sont alors nuls).
Exprimer z en fonction de θ . En déduire l'expression du vecteur vitesse instantanée et celle du vecteur accélération.

7. À quelle(s) condition(s) le mouvement de la personne est-il uniforme ?
8. En l'absence de frottement, la vitesse de la personne est donnée par

$$v = \sqrt{2g(z_0 - z)}.$$

Établir l'équation différentielle vérifiée par l'angle $\theta(t)$

9. Dériver l'équation différentielle précédente et déterminer l'expression de $\dot{\theta}(t)$, puis de $\theta(t)$.
En déduire l'expression de $z(t)$. Conclure quant à la nature de ces fonctions.

Exercice 2 – Une balle sur une rampe

Terminer l'exploitation du TP8 en complétant le notebook [1d94-2339181](#).