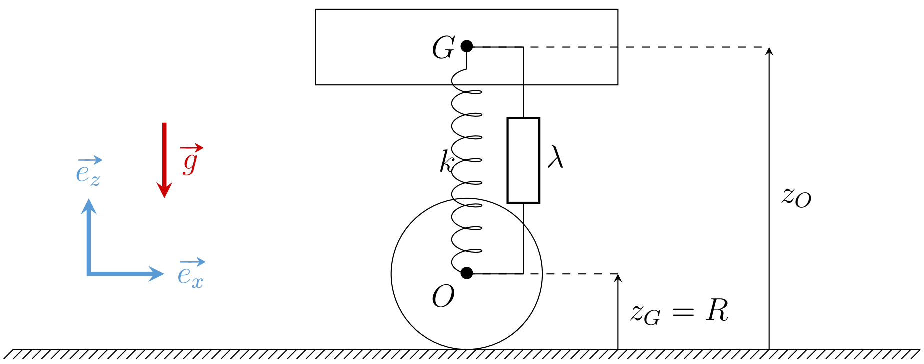
DM11 – Retour de l'oscillateur

Exercice 1 – Amortisseur de voiture

On modélise un véhicule par un parallélépipède, de centre de gravité G et de masse $M = 1000\,\mathrm{kg}$, reposant sur une roue de rayon R par l'intermédiaire de la suspension dont l'axe OG reste toujours vertical. L'ensemble est animé d'une vitesse horizontale $\vec{v} = v\vec{e_x}$ constante. La position verticale du véhicule est repérée par z_G dans le référentiel $\mathcal{R}$ ayant pour origine le sol, supposé galiléen. On note z_O la cote du centre de la roue.

La suspension est modélisée par l'association d'un ressort de raideur $k = 1{,}0 \times 10^5\,\mathrm{N \cdot m^{-1}}$, de longueur à vide ℓ_0, et d'un amortisseur fluide de constante d'amortissement $\lambda = 4{,}0 \times 10^3$ USI. L'amortisseur ajoute à la force de rappel du ressort une force de frottement fluide, qui s'écrit

$$\vec{F} = -\lambda\,(\dot{z}_G - \dot{z}_O)\,\vec{e_z}.$$



On supposera la route horizontale dans tout le problème. On suppose également que la roue reste à tout moment en contact avec le sol.

1. On appelle $\mathcal{R}'$ le référentiel de la voiture (celui où elle est immobile). Est-ce un référentiel galiléen ?
2. On se place désormais (et ce jusqu'à la fin) dans le référentiel $\mathcal{R}$. Établir soigneusement l'expression de la longueur du ressort, puis de la force de rappel exercée par le ressort sur la masse M.
3. Déterminer la position d'équilibre de G, notée $z_{G,\text{éq}}$. Vérifier la cohérence physique des signes obtenus dans l'expression.

Suite à une impulsion soudaine, le véhicule acquiert momentanément une vitesse initiale verticale $\vec{v_0} = -v_0\vec{e_z}$ vers le bas. On cherche à établir l'équation régissant ce mouvement. On étudie le mouvement par rapport à la position d'équilibre établie précédemment, on pose donc $z = z_G - z_{G,\text{éq}}$.

4. Obtenir l'équation du mouvement, vérifiée par $z(t)$. La mettre sous forme canonique.
5. À quelle condition le mouvement n'est-il pas oscillatoire ? Pourquoi est-ce le but recherché ? Donner alors le temps typique τ de retour à l'équilibre.
6. Avec les paramètres fournis ci-dessus, est-on dans le régime souhaité ? Si non, donner la valeur de Q et ω_0, et tracer sommairement l'évolution de $z(t)$.