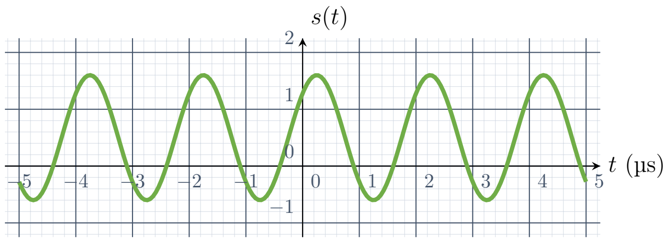
TD O3 – Propagation d'un signal

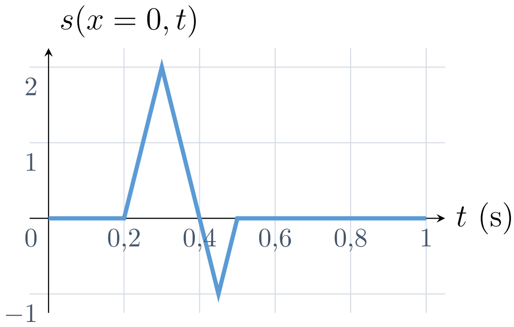
★☆☆ Exercice 1 – Quelques signaux

Les questions sont indépendantes.

1. Donner la période T, la fréquence f, la pulsation ω, l'amplitude A, la longueur d'onde λ, le nombre d'onde k, la célérité c et la phase à l'origine φ_0 de l'onde :
$$s(x,t) = 6\sin(3{,}2\times 10^3\pi t - 5\pi x + 5\pi),$$
où t est en secondes et x en mètres.
2. On récupère à l'aide d'une carte d'acquisition le signal issu d'un transducteur ultrasonore. Lire graphiquement les propriétés du signal et donner l'expression de $s(t)$.



3. Une onde progressive se propage le long d'une corde à la célérité $c = 50\,\mathrm{cm\cdot s^{-1}}$ vers les x croissants. En $x = 0$ (point A de la corde), on crée le signal représenté sur le schéma.
Déterminer la durée et la longueur de la perturbation. Représenter le signal $s_M(t)$ mesuré en M avec $AM = 25\,\mathrm{cm}$. Tracer ensuite $s(x, t = 1\,\mathrm{s})$ et $s(x, t = 2\,\mathrm{s})$.



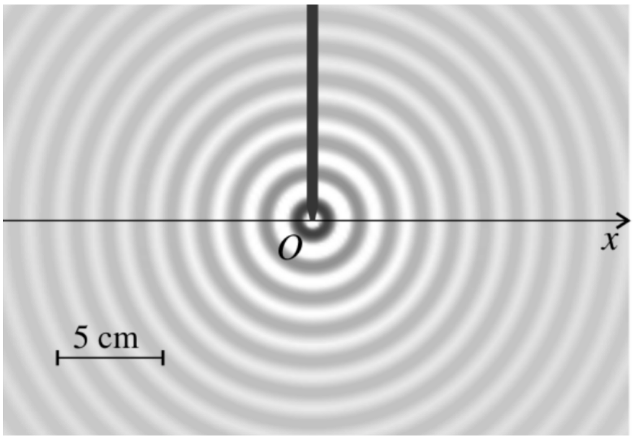
4. Les chauve-souris émettent généralement une suite de cris en forme de trains d'onde, chacun d'une durée d'environ $3\,\mathrm{ms}$ et une fréquence porteuse variant entre $30\,\mathrm{kHz}$ et $100\,\mathrm{kHz}$. Généralement, le temps t entre deux cris est de $70\,\mathrm{ms}$. À quelle distance maximale un objet peut-il être situé sans que l'écho d'un cri soit reçu avant l'émission du cri suivant ?

★☆☆ Exercice 2 – Train d'onde

On considère une onde se propageant vers les x positifs avec une célérité c. La source, située en $x = 0$, émet le signal suivant, appelé train d'onde, pendant une durée τ :
$$s(0,t) = \begin{cases} s_0 \sin(\omega t) & \text{si } 0 \leqslant t \leqslant \tau \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$
Dans la suite, on choisit $\tau = 5T$, avec $T = 2\pi/\omega$.

1. Représenter $s(0,t)$.
2. Représenter $s(x, \tau/2)$ et $s(x, 3\tau/2)$ en fonction de x pour $x > 0$. Quelle est la longueur du train d'onde dans l'espace ?
3. Exprimer $s(x,t)$ pour $x > 0$ quelconque.

★☆☆ Exercice 3 – Cuve à ondes



La figure représente la surface d'une cuve à onde éclairée en éclairage stroboscopique. L'onde est engendrée par un vibreur de fréquence $f = 18\,\text{Hz}$. L'image est claire là où la surface de l'eau est convexe, foncée là où elle est concave.

1. Mesurer la longueur d'onde.
2. En déduire la célérité de l'onde.

On suppose l'onde sinusoïdale, d'amplitude A constante et de phase initiale nulle en O.

3. Écrire le signal $s(x,t)$ pour $x > 0$ et pour $x < 0$.
4. Expliquer qualitativement, pourquoi l'amplitude A de l'onde n'est, en fait, pas constante.

★☆☆ Exercice 4 – Position et date d'un séisme

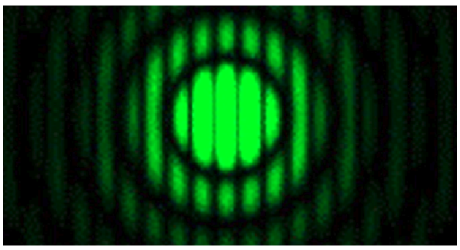
Un séisme produit deux types d'ondes sismiques : les ondes P, longitudinales, qui se propagent avec la célérité c_P et les ondes S, transversales, qui se propagent avec la célérité $c_S < c_P$.

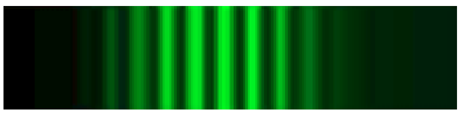
1. Lors d'un séisme, on commence à détecter les premières à la date t_P et les secondes à la date t_S. Montrer qu'on peut en déduire, connaissant c_S et c_P, la distance δ entre le foyer du séisme et l'appareil, ainsi que la date t_0 du début du séisme.
2. Pour un séisme, on mesure les distances δ_1, δ_2 et δ_3 entre le foyer du séisme et trois stations de mesure. Sans faire de calcul, montrer que cette information permet de localiser la position du foyer du séisme. Quel système fonctionne sur le même principe ?

★☆☆ Exercice 5 – Interférogrammes

On éclaire deux dispositifs à l'aide d'un laser à 532 nm. Les figures d'interférences sont observées sur un écran situé à une distance $D = 50\,\text{cm}$ du dispositif. On obtient les interférogrammes représentés ci-dessous, à l'échelle, pour des trous d'Young et pour des fentes d'Young.

Identifier le dispositif à l'origine de chacune des figures obtenues : trous ou fentes d'Young ? Déterminer les propriétés du dispositif : largeur des ouvertures et distance entre les ouvertures.





Donnée : tandis que la tache de diffraction produite par une fente de largeur d possède une ouverture angulaire de demi-angle $\theta = \lambda/d$, la tache de diffraction produite par une ouverture circulaire de diamètre d, appelée tache d'Airy, possède une ouverture angulaire $\theta = 1{,}22\lambda/d$.

★★☆ Exercice 6 – Effet Doppler

Une ambulance, sirène allumée, passe dans la rue. La sirène émet des ondes sonores dont la célérité dans l'air est $c = 340\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. L'ambulance se déplace selon un axe (Ox) avec une vitesse $\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{e_x}$ où $v_0 > 0$ et l'abscisse de l'ambulance est $x(t) > 0$. Un piéton immobile situé en $x = 0$ écoute l'ambulance s'éloigner.

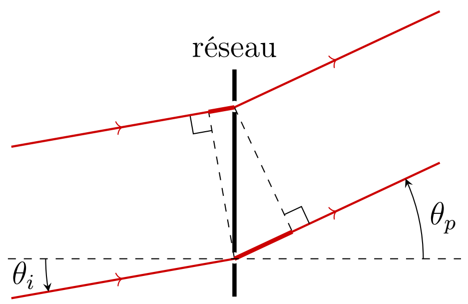
1. On suppose dans un premier temps que la sirène de l'ambulance émet des bips tous les T. Déterminer l'expression de la période T' des bips reçus par le piéton en $x = 0$.
2. À l'aide d'un DL au premier ordre en v_0/c, montrer que la fréquence f' des bips reçus par le piéton s'écrit :
$$f' = f\left(1 - \frac{v_0}{c}\right), \text{ avec } f = \frac{1}{T}$$
3. La sirène émet maintenant un signal sinusoïdal de fréquence $f = 1{,}00\,\mathrm{kHz}$, calculer la fréquence f' du son entendu par le piéton si l'ambulance roule à $50\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Le son parait-il plus grave ou plus aigu que celui émis par la sirène ?
4. Comment est modifiée l'expression obtenue à la question 2 si le piéton avance à la vitesse v_p constante en direction de l'ambulance qui s'éloigne ?
5. Dans le cas où l'ambulance se rapproche à $50\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$ du piéton immobile en $x = 0$, calculer la fréquence f' du son entendu par le piéton ? Le son paraît-il plus grave ou plus aigu que celui émis par la sirène ?

L'effet Doppler est utilisé en astrophysique pour mesurer la vitesse radiale des galaxies par rapport à la Terre. Pour cela, le spectre de la lumière provenant de la galaxie est comparé au spectre des éléments sur Terre. Par exemple, pour la galaxie NGC 691, la longueur d'onde de la raie rouge de l'hydrogène, mesurée par décomposition de la lumière provenant de la galaxie, est $\lambda_G = 661{,}5\,\mathrm{nm}$ alors que cette même raie mesurée sur Terre avec une lampe à hydrogène présente une longueur d'onde $\lambda_0 = 656\,\mathrm{nm}$.

6. Déterminer la vitesse de la galaxie par rapport à la Terre.

★★☆ Exercice 7 – Formule des réseaux

On souhaite retrouver la formule des réseaux rencontrée en TP, qui donne l'angle du rayon incident correspondant au p-ième ordre d'interférences
$$\sin\theta_p - \sin\theta_i = p\frac{\lambda}{a},$$
où a est le pas du réseau (distance entre deux traits). On suppose les traits infiniment fins.

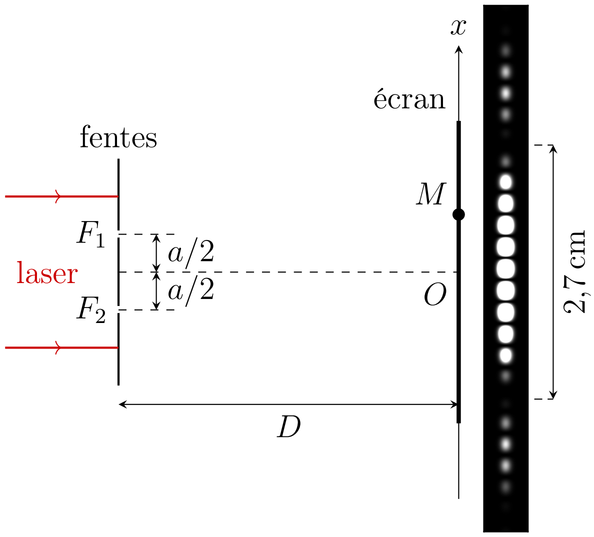


1. Déterminer la différence de marche δ entre les deux rayons.
2. En déduire une condition d'interférences constructives. Commenter.
3. En réalité, il existe d'autres maximas secondaires entre deux maximas principaux (liés à deux ordres d'interférence successifs). Quelle peut en être l'origine ?

★★☆ Exercice 8 – Fentes d'Young et diffraction

Le dispositif représenté ci-contre comprend un écran opaque percé de deux fentes fines identiques de largeur $\varepsilon = 0{,}070\,\mathrm{mm}$, parallèles et distantes de $a = 0{,}40\,\mathrm{mm}$. On envoie un faisceau laser de longueur d'onde $\lambda = 633\,\mathrm{nm}$ sur les fentes et on place un écran d'observation à distance $D = 1{,}5\,\mathrm{m}$ derrière le dispositif.

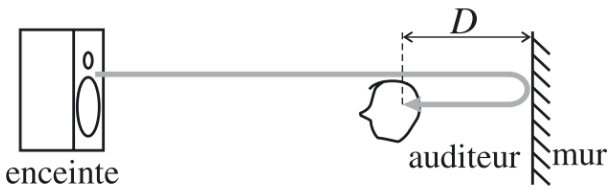
On observe sur l'écran une figure symétrique autour d'un point O, la lumière se répartissant le long d'un axe (Ox) perpendiculaire aux fentes. On observe une tache centrale très lumineuse, de largeur 2,7 cm dont l'éclairement est modulé et des taches latérales, deux fois plus étroites et beaucoup moins lumineuses présentant la même modulation de l'éclairement.



1. Exprimer la largeur L de la tache centrale de la figure de diffraction qu'on observerait s'il n'y avait qu'une seule fente de largeur ε. Montrer que le taches centrales de diffraction des deux fentes sont pratiquement confondues.
2. On appelle champ d'interférence l'intersection des taches centrales de diffraction. Il est centré en un point O situé à égales distances des deux fentes et peut être considéré d'après la question précédente comme le domaine $-L/2 \leqslant x \leqslant L/2$ de l'axe (Ox). Montrer que pour un point M du champ d'interférences et d'abscisse x, on a $MF_2 - MF_1 = ax/D$ au premier ordre en x.
3. Exprimer alors le déphasage entre les deux ondes arrivant en M en fonction de λ, a, D et x. Les deux ondes ont la même phase initiale à leur départ de F_1 et F_2.
4. Trouver les coordonnées des points du champ d'interférences en lesquels il y a interférence constructive. Combien y en a-t-il ? Comparer à la photographie de l'écran.
5. Trouver les coordonnées des points en lesquels il y a interférence destructive. Quelle est la distance entre deux points consécutifs ? Comparer à la photographie de l'écran.

★★☆ Exercice 9 – Écoute musicale et interférences

La qualité de l'écoute musicale que l'on obtient dépend de la manière dont les enceintes sont disposées par rapport à l'auditeur. Il faut notamment éviter la configuration représentée ci-contre : présence d'un mur à une distance D trop courte derrière l'auditeur.



Comme représenté sur la figure, l'onde issue de l'enceinte se réfléchit sur le mur. On note $c = 342\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ la célérité du son dans l'air.

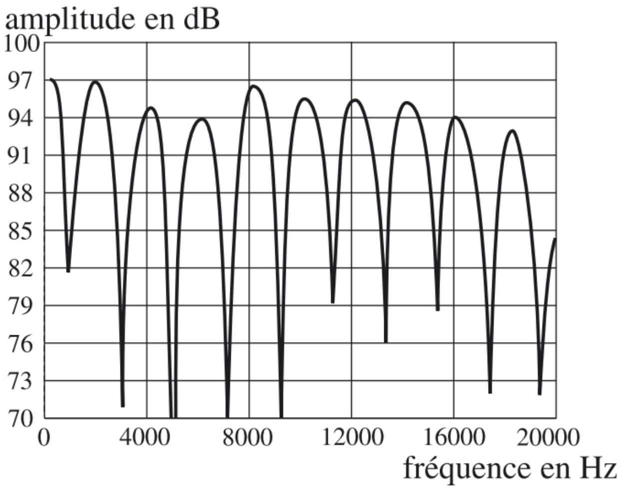
1. Exprimer le décalage temporel τ qui existe entre les deux ondes arrivant dans l'oreille de l'auditeur (onde arrivant directement et onde réfléchie).

2. On admet que la réflexion sur le mur ne s'accompagne d'aucun déphasage pour la surpression acoustique, grandeur à laquelle l'oreille est sensible. En déduire le déphasage $\Delta\varphi$ de ces deux ondes supposées sinusoïdales de fréquence f.

3. Expliquer pourquoi il y a un risque d'atténuation de l'amplitude de l'onde pour certaines fréquences. Exprimer ces fréquences en fonction d'un entier n. Quelle condition devrait vérifier D pour qu'aucune de ces fréquences ne soit dans le domaine audible. Est-ce réalisable ?

4. Expliquer qualitativement pourquoi on évite l'effet nuisible en éloignant l'auditeur du mur.

La figure ci-contre montre le résultat d'une expérience dans laquelle on a placé un micro, sensible à la surpression, à une certaine distance D du mur, puis envoyé un signal de fréquence variable et d'amplitude constante A_0. La courbe, d'allure très caractéristique, est appelée « courbe en peigne ».



On rappelle que l'amplitude en décibels est définie par

$$A_{\mathrm{dB}} = 20 \log \frac{A}{A_{\mathrm{ref}}},$$

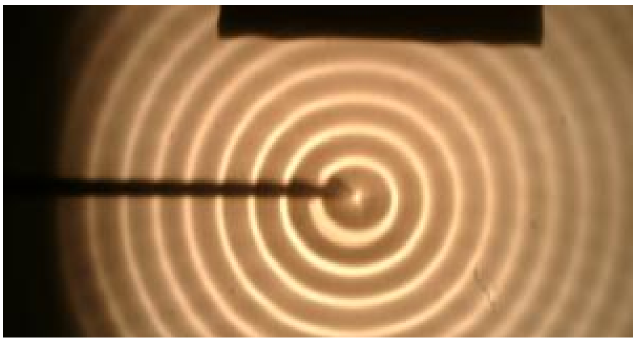
où A_{ref} est une amplitude référence.

5. Lorsqu'il y a superposition de deux ondes de même amplitude A_0, quelle est la valeur maximale de l'amplitude de l'onde résultante ? En déduire la valeur de $A_{0,\mathrm{dB}}$ d'après la courbe.

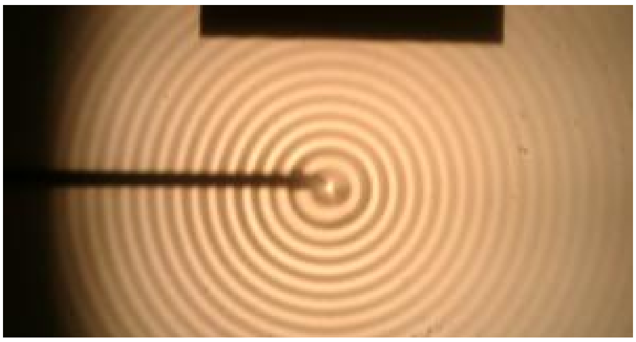
6. Calculer numériquement la distance D.

★★☆ Exercice 10 – Ondes de surface

On s'intéresse aux ondes de surface dans un dispositif de type cuve à ondes. On peut contrôler la fréquence du flux d'air créant les ondes, et donc la fréquence temporelle f de celles-ci. Par ailleurs, on mesure la longueur d'onde λ en prenant une photo du dispositif à un instant donné. La plaque noire en haut des deux photos ci-dessous prises pour des fréquences de 20,0 Hz et 39,4 Hz mesure en réalité 12 cm.



$f = 20{,}0\,\mathrm{Hz}$



$f = 39{,}4\,\mathrm{Hz}$

1. Compléter le tableau de mesures ci-dessous.

f (Hz)	15,1	20,0	25,2	30,6	39,4	60,1
λ (cm)	1,5		0,94	0,87		0,51

2. On définit la quantité
$$\ell_c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}},$$
avec γ le coefficient de tension superficielle, ρ la masse volumique de l'eau et g l'accélération de la pesanteur. Montrer que ℓ_c est homogène à une longueur. On l'appelle longueur capillaire. Faire l'application numérique dans le cas de l'eau pure à $20\,°\mathrm{C}$ où $\gamma = 72{,}8\,\mathrm{mN}\cdot\mathrm{m}^{-1}$.
3. La relation de dispersion lie les valeurs de k et de ω. Dans le cas des ondes de surface, elle ne s'écrit pas $\omega = kc$, mais
$$\omega^2 = gk + \frac{\gamma}{\rho}k^3$$
Montrer que la valeur ℓ_c délimite deux régimes, où chacun des deux termes est prédominant. Au vu des valeurs mesurées ici, peut-on se placer dans un régime limite ?
4. Si les deux termes sont présents, quelle grandeur faut-il représenter en fonction de quelle autre grandeur pour pouvoir effectuer une modélisation affine ? Avec Python ou une calculatrice, en déduire le coefficient de tension superficielle dans les conditions de l'expérience. Commentaire ?

★★★ Exercice 11 – Une autre famille d'ondes – Pour aller plus loin

On appelle onde stationnaire une onde pouvant s'écrire sous la forme d'un produit de deux fonctions, l'une d'espace, l'autre de temps : $s(x,t) = f(x)g(t)$. C'est la séparation des variables.

Étude préliminaire

On considère une corde tendue horizontalement entre deux points *fixes* distants de L. On s'intéresse aux déplacements verticaux y de la corde (onde transverse) et on admet que les ondes stationnaires peuvent s'écrire
$$y(x,t) = y_0 \cos(\omega t)\cos(kx+\varphi).$$

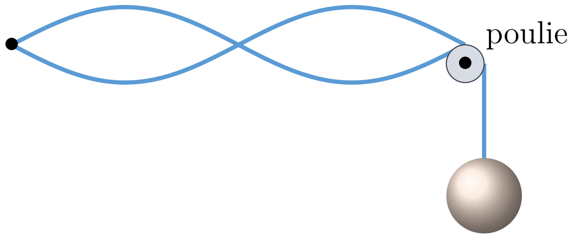
1. Montrer que cette onde peut être vue comme la superposition de deux ondes progressives sinusoïdales synchrones contrapropageantes (qui se propagent dans des sens opposés) de même amplitude a. Exprimer a en fonction de y_0.
Donnée : $\cos p + \cos q = 2\cos\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}$. univ-nantes.fr
2. En écrivant les conditions aux limites de la corde, déterminer φ, et montrer que k ne peut prendre que des valeurs quantifiées.
3. Dans cette configuration, on a toujours $\omega = kc$, où c est la célérité des ondes sur la corde. En déduire que la fréquence de vibration est également quantifiée. Qu'en est-il de la longueur d'onde ?
4. Représenter graphiquement l'allure des premiers modes de vibration. Quel type d'instrument modélise-t-on ainsi ?

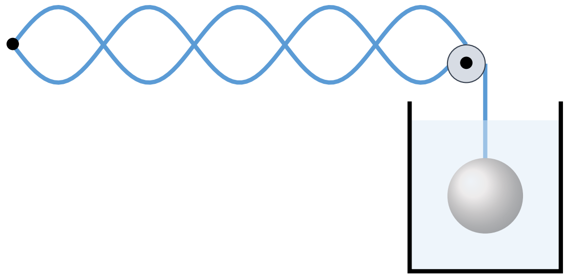
ScienceEtonnante : Musique & Maths

Modes de vibration

La célérité des ondes parcourant une corde tendue sous une force de tension T et de masse linéique μ est donnée par $c = \sqrt{T/\mu}$.

On montre ci-dessous deux modes d'oscillations de la corde. Dans les deux cas, la corde est tendue par une masse sphérique $m = 2{,}0\,\mathrm{kg}$, qui est d'abord plongée dans l'air, puis dans l'eau. On suppose que les autres paramètres de l'expérience (notamment la fréquence d'oscillation) restent inchangés.





5. Que vaut le rayon R de la sphère ?

Coups de pouce

Ex. 1 4. À quelle condition les cris et leur échos ne se mélangent-il pas ?
Ex. 2 2 et 3. Attention, l'onde ne se propage que pour $x > 0$.
Ex. 3 1. La longueur d'onde doit être mesurée dans la direction de propagation !
Ex. 4 1. Exprimer t_P et t_S en fonction de t_0, δ et des célérités. Oh ! Un système à deux inconnues !
Ex. 5 Facile si l'on a bien les résultats du cours en tête. Sinon faire l'Ex. 8 avant peut aider.
Ex. 6 1. La distance augmente entre le piéton et l'ambulance augmente entre deux bips : de quelle quantité ? 4. C'est la vitesse relative qui importe. 5. Que vaut alors $\vec{v_0}$?
Ex. 8 1. Faire un schéma. Que vaut l'angle de diffraction ? 4. Que vaut le déphasage si les deux ondes sont en phase ?
Ex. 9 1. Quelle distance supplémentaire doit parcourir l'onde réfléchie ? 3. Que se passe-t-il si les ondes interfèrent ?
Ex. 10 1. Cf. Ex. 3. 3. Comparer les deux termes de la relation de dispersion.
Ex. 11 2. La corde est fixe en $x = 0$ et $x = L$: que valent $y(0,t)$ et $y(L,t)$? 4. À quoi ressemble la corde prise en photo à un instant quelconque ? 5. Que vaut la tension de la corde ? Exprimer la fréquence des oscillations en fonction des paramètres du problème dans les deux cas.

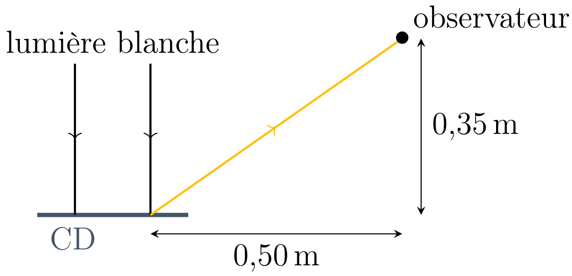
✓ Éléments de correction

Ex. 1 1. $\omega = 1{,}0 \times 10^4\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$, $k = 15{,}7\,\mathrm{rad\cdot m^{-1}}$, $A = 6$, $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$, $f = 1{,}6 \times 10^3\,\mathrm{Hz}$, $T = 625\,\mathrm{\mu s}$, $\lambda = 0{,}4\,\mathrm{m}$, $c = 640\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$; 2. $s(t) = 0{,}5 + 1{,}1\cos\left(\pi \times 10^6 t - \frac{\pi}{4}\right)$; 4. $d = \frac{c(t-\tau)}{2} = 11{,}4\,\mathrm{m}$.
Ex. 2 2. $\Delta x = c\tau$; 3. $s(x,t) = s_0 \sin\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$ si $\max(0, c(t-\tau)) \leqslant x \leqslant c\tau$, 0 sinon.
Ex. 3 1. $\lambda \approx 1{,}5\,\mathrm{cm}$; 2. $c = \lambda f \approx 27\,\mathrm{cm\cdot s^{-1}}$; 3. $\omega = 1{,}1 \times 10^2\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$, $k = 4{,}2 \times 10^2\,\mathrm{rad\cdot m^{-1}}$; $x > 0$: $s(x,t) = A\cos(\omega t - kx)$; $x < 0$: $s(x,t) = A\cos(\omega t + kx)$;
Ex. 4 1. $\delta = \frac{c_P c_S}{c_P - c_S}(t_S - t_P)$, $t_0 = \frac{c_P t_P - c_S t_S}{c_P - c_S}$.
Ex. 5 trous : $d \approx 1{,}22 \times \frac{2\lambda D}{d_A} \approx 40\,\mathrm{\mu m}$, $a = \frac{\lambda D}{i} \approx 84\,\mathrm{\mu m}$; fentes : $d \approx \frac{2\lambda D}{l} \approx 13\,\mathrm{\mu m}$, $a = \frac{\lambda D}{i} \approx 71\,\mathrm{\mu m}$.
Ex. 6 1. $T' = T\left(1 + \frac{v_0}{c}\right)$; 3. $f' \approx 0{,}96\,\mathrm{kHz}$; 4. $f' \approx f\left(1 - \frac{v_0 - v_P}{c}\right)$; 5. $f' = f\left(1 + \frac{v_0}{c}\right) = 1{,}04\,\mathrm{kHz}$; 6. $v_G \approx c\left(1 - \frac{\lambda_0}{\lambda_G}\right) = 2{,}49 \times 10^3\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$.
Ex. 7 1. $\delta = a(\sin\theta_p - \sin\theta_i)$; 2. $a(\sin\theta_p - \sin\theta_i) = p\lambda$.
Ex. 8 1. $L \approx \frac{2\lambda D}{\varepsilon} = 27\,\mathrm{mm} \gg a$; 3. $\Delta\varphi = 2\pi\frac{ax}{\lambda D}$; 4. $x = p\frac{\lambda D}{a}$, $N = \frac{2a}{\varepsilon} \approx 11$; 5. $x = \left(p + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda D}{a}$, $i = \frac{\lambda D}{a} \approx 2{,}4\,\mathrm{mm}$.
Ex. 9 1. $\tau = \frac{2D}{c}$; 2. $\Delta\varphi = 2\pi\frac{2fD}{c}$; 3. $f = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{c}{2D}$, $D < 4{,}3\,\mathrm{mm}$; 5. $A_{0,\mathrm{dB}} = A_{\mathrm{max,dB}} - 6\,\mathrm{dB} = 91\,\mathrm{dB}$; 6. $D = \frac{c}{2\Delta f} \approx 85\,\mathrm{cm}$.
Ex. 10 1. $f = 20{,}0\,\mathrm{Hz}$: $\lambda = 1{,}2\,\mathrm{cm}$; $f = 39{,}4\,\mathrm{Hz}$: $\lambda = 0{,}70\,\mathrm{cm}$; 2. $\ell_c \approx 2{,}72\,\mathrm{mm}$; 3. $\frac{\frac{\gamma}{\rho}k^3}{gk} = 4\pi^2\frac{\ell_c^2}{\lambda^2}$; 4. $\frac{\omega^2}{k} = g + \frac{\gamma}{\rho}k^2$, $\gamma \approx 7{,}0 \times 10^{-5}\,\mathrm{m^3\cdot s^{-2}}$.
Ex. 11 1. $y(x,t) = y_+(x,t) + y_-(x,t)$, $y_\pm(x,t) = \frac{y_0}{2}\cos(\omega t \mp kx + \varphi_\pm)$; 2. $\varphi = \pm\pi/2$, $k_n = \frac{n\pi}{L}$; 3. $f_n = \frac{nc}{2L}$, $\lambda_n = \frac{2L}{n}$; 5. $R = \left(\frac{63m}{100\pi\rho_{\mathrm{eau}}}\right)^{1/3} \approx 7{,}4\,\mathrm{cm}$.

Exercice 12 – Résolution de problème

Un CD est éclairé par une source de lumière blanche parallèle arrivant en incidence normale. D'un point d'observation indiqué sur le schéma ci-dessous, on perçoit une radiation jaune.

Proposer une estimation de la largeur des sillons, régulièrement espacés, constituant le disque.



Exercice 13 – Résolution de problème

On donne le grossissement d'un microscope optique : $G = \alpha/\alpha_0 = 60$, où α est l'angle sous lequel apparait l'image d'un objet à travers le microscope et α_0 l'angle apparent de ce même objet observé à l'œil nu au punctum proximum.

Proposer une estimation de la taille du plus petit objet discernable à l'aide du microscope.

python Exercice 14 – Superpositions de signaux

Interférences

1. À l'aide de Python, représenter graphiquement la somme de deux signaux sinusoïdaux, de même fréquence, d'amplitudes a_1 et a_2 et déphasés de $\Delta\varphi$. Faire varier les paramètres a_1, a_2 et $\Delta\varphi$ et noter vos observations.
2. Avec l'expérience « Générateur de son » de Phyphox, produire deux sons identiques de fréquence 800 Hz à l'aide de deux smartphones distants d'environ 1 m, puis déplacez-vous lentement autour des smartphones.„ Que remarque-t-on ? Interpréter.
3. Mesurer la longueur d'onde des ondes sonores ainsi produites et en déduire la vitesse du son. Est-ce cohérent avec vos connaissances ?
4. Répéter l'expérience pour quelques valeurs de la fréquence.

Phénomène de battement – hors programme

5. À l'aide de Python, représenter graphiquement la somme de deux signaux sinusoïdaux en phase, d'amplitudes a_1 et a_2 et de fréquence f_1 et f_2. Faire varier les paramètres a_1, a_2, f_1 et f_2 et noter vos observations. On veillera à choisir un intervalle de temps suffisamment grand pour la représentation graphique.
6. Avec l'expérience « Générateur de son », dans l'onglet Multi de Phyphox, produire deux sons de fréquences f_1 et f_2 séparées de quelques hertz. Comparer vos observations avec les résultats du programme Python.
7. Exprimer la somme des deux signaux dans le cas où leurs amplitudes sont égales, de manière à faire apparaitre deux fréquences caractéristiques.

   Donnée : $\cos p + \cos q = 2\cos\dfrac{p+q}{2}\cos\dfrac{p-q}{2}$