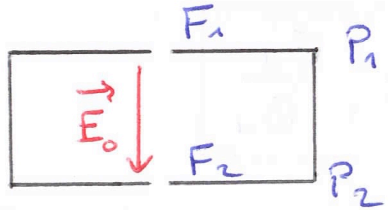
DM 7

1. Les ions sont chargés positivement ($q>0$). Entre P_1 et P_2, ils ne subissent que la composante électrique de la force de Lorentz due au champ $\vec{E_0}$:

$$\vec{F_L} = q\vec{E_0}$$

qui doit être orientée de P_1 vers P_2. Le champs $\vec{E_0}$ est donc aussi orienté de P_1 vers P_2 :

accélération 

Le champ électrique est orienté des zones de fort potentiel électrique vers les zones de faible potentiel : la plaque P_1 a donc un potentiel électrique plus élevé que la plaque P_2.

$$E_0 = \frac{U}{d} = 1{,}00 \times 10^4 \ V.m^{-1}$$

2. On s'intéresse à un ion de masse m et de charge $q = 2e$ et on suppose le référentiel du laboratoire galiléen. Entre P_1 et P_2, l'ion n'est soumis qu'à la force de Lorentz donc le mouvement est conservatif. Le TEM donne : $\Delta E_m = 0$ entre F_1 et F_2.

- En F_1.

$$E_{m1} = 0 + qU$$

- En F_2

$$E_{m2} = \frac{1}{2} m v_0^2 + 0.$$

On peut choisir d'imposer un potentiel électrique nul à la plaque P_2 en la reliant à la masse.

On a donc

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = qU$$

d'où

$$\boxed{v_0 = \sqrt{\frac{2qU}{m}} = 2\sqrt{\frac{eU}{m}}}$$

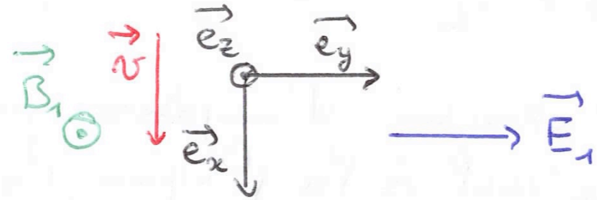
3. La masse des ions est donnée par le nombre de nucléons qui compose leur noyau.

$$v_{01} = 2\sqrt{\frac{1,6\times10^{-19}\times 1,00.10^{4}}{200\times 1,67.10^{-27}}} = 1,384\times10^{5}\ m.s^{-1}$$

$$v_{02} = 1,377\times10^{5}\ m.s^{-1}$$

On vérifie au passage $v_{01}\approx v_{02} \ll c$.
→ les effets relativistes sont très faibles et une approche classique est justifiée.

4.



Dans la zone de filtrage, les ions sont soumis à la force de Lorentz :

$$\vec F_L = q(\vec E_1 + \vec v \wedge \vec B_1)$$
$$= q(E_1 \vec e_y + v B_1 \vec e_x \wedge \vec e_z)$$
$$= q(E_1 - v B_1)\vec e_y$$

Leur trajectoire est rectiligne si

$$\vec F_L = \vec 0$$

compte tenu de l'orientation de $\vec E_1$ et $\vec B_1$, c'est-à-dire, si la composante électrique et la composante magnétique de la force de Lorentz se compensent :

$$E_1 = v B_1$$

5. En F_2, la vitesse des ions est v_0, ils ne parviennent en F_3 que si

$$\boxed{v_0 = \frac{E_1}{B_1}}$$

6. AN : $v_0 = 1,384.10^{5}\ m.s^{-1}$

Ce sont donc les ions $^{200}_{80}Hg^{2+}$ qui passent.

7. Dans la zone de séparation, un ion de masse m et de vitesse v n'est soumis qu'à la composante magnétique de la force de Lorentz due au champ $\vec B_2$

Or la composante magnétique ne

travaille pas, donc d'après le TEC $v = \text{cste}$.

Rappel : $\mathcal{P}(\vec{F}_{L,B}) = \vec{F}_{L,B} \cdot \vec{v}$

$$= (q\vec{v} \wedge \vec{B}_2) \cdot \vec{v} = 0$$

$$\frac{d\mathcal{E}_c}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad v = \text{cste}$$

Dans la zone de séparation le mouvement est donc uniforme

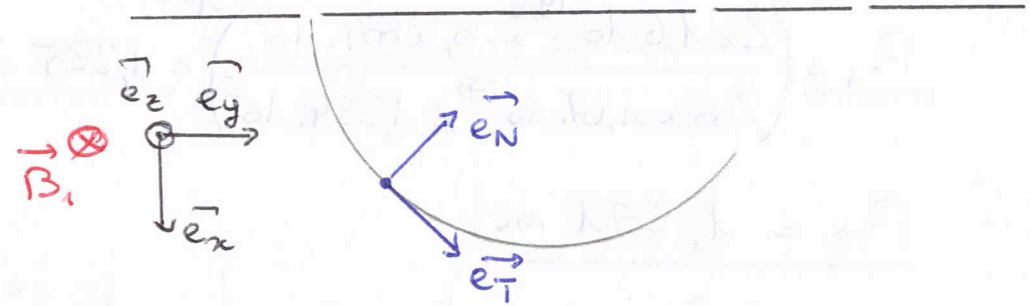
8. Le mouvement est circulaire, on utilise le repère de Frenet :

$$\vec{v} = v\,\vec{e_T}$$

$$\vec{a} = \underbrace{\cancel{\frac{dv}{dt}\vec{e_T}}}_{\text{mvt uniforme}} + \frac{v^2}{R}\vec{e_N}$$

$\vec{0}$

Puisque $\vec{B_2} = -B_2\vec{e_z}$ ($\vec{e_z}$ défini à la question 4) et qu'en F_3 $\vec{v} = v_0\vec{e_x}$ le mouvement se fait dans le plan $(O, \vec{e_x}, \vec{e_y})$.



La base $(\vec{e_T}, \vec{e_N}, \vec{e_z})$ est directe

$$\vec{F_L} = q(-v_0\vec{e_T} \wedge B_2\vec{e_z})$$

$$= q v_0 B_2 \vec{e_N}$$

D'après le PFD, projeté selon $\vec{e_N}$:

$$m\frac{v_0^2}{R} = q\cancel{v_0}B_2$$

d'où

$$\boxed{R = \frac{m v_0}{q B_2}}$$

Rq : on peut écrire directement que la composante radiale de l'accélération est liée à la composante magnétique de la force de Lorentz en invoquant le résultat du cours :

$$m\frac{v_0^2}{R} = q v_0 B_2.$$

AN :

$$R_1 = \frac{200 \times 1{,}67.10^{-27} \times 1{,}384.10^{5}}{2 \times 1{,}6.10^{-19} \times 0{,}200} = 0{,}722 \text{ m}$$

$$R_2 = 0{,}726 \text{ m}.$$

Attention à bien prendre vos pour la 2e AN.

9. $F_3O_1 = 2R_1 \rightarrow$ C_1 reçoit les ions ${}^{200}_{80}Hg^{2+}$

$F_3O_2 = 2R_2 \rightarrow$ C_2 reçoit les ions ${}^{202}_{80}Hg^{2+}$

10. Soit N_1 et N_2 le nombre d'ions reçus par les collecteurs C_1 et C_2 :

on a

$$N_1 = \frac{Q_1}{2e} \quad \text{et } N_2 = \frac{Q_2}{2e}$$

car chaque ion possède une charge 2e.

AN : $N_1 = 3{,}75 . 10^{11}$

$N_2 = 1{,}09 . 10^{11}$

$$\frac{N_1}{N_1+N_2} = 77{,}5\% \qquad \frac{N_2}{N_1+N_2} = 22{,}5\%.$$

Le mélange d'ions est donc composé à 77,5% d'ions ${}^{200}_{80}Hg^{2+}$

Rq : Puisque la charge de tous les ions est la même, on pouvait directement obtenir leur proportion respective avec

$$\frac{Q_1}{Q_1+Q_2} \quad \text{et} \quad \frac{Q_2}{Q_1+Q_2}$$

La masse atomique est donnée par

$$m = 0{,}775 \times 200 + 0{,}226 \times 202 = 200{,}5 \text{ u}$$

$$= 3{,}35.10^{-25} \text{ kg}$$