TD T2 – Bilans d'énergie, premier principe de la thermodynamique

★☆☆ Exercice 1 – Énergie d'un gaz

On cherche à déterminer les ordres de grandeur des différents termes dans l'énergie d'un gaz. Pour cela, on considère une mole d'air de masse molaire $M = 29\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$, que l'on supposera parfait. On rappelle qu'il s'agit d'un gaz diatomique, car très majoritairement composé de diazote et de dioxygène.

1. Déterminer le volume occupé par ce gaz dans les CNTP.
2. Évaluer sa variation d'énergie cinétique macroscopique si on le met en mouvement à $1\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.
3. Quelle est sa variation d'énergie potentielle macroscopique si on le monte de $10\,\mathrm{m}$.
4. Quelle est sa variation d'énergie interne si on élève sa température de $20\,°\mathrm{C}$ en gardant son volume constant ? Commenter.

★☆☆ Exercice 2 – Détente de Joule Gay-Lussac

Dans un mémoire de 1843, Joule décrit une expérience sur la détente des gaz. Elle consiste à mettre en communication deux réservoirs de même volume V, l'un vide, l'autre rempli de gaz initialement à la pression P_0 et à la température T_0. On suppose que les parois des réservoirs sont calorifugées et on étudie la transformation qui mène le système {gaz+vide} à l'état final d'équilibre.

1. Par quel(s) adjectif(s) peut être caractérisée cette transformation ?
2. Évaluer indépendamment le travail W et le transfert thermique Q reçus par le gaz, puis en déduire $W + Q$.
3. Que peut-on déduire sur la variation d'énergie interne au cours de cette transformation ?
4. En se plaçant dans le modèle du gaz parfait, que peut-on déduire sur la température finale ?
5. Toujours pour un gaz parfait, déterminer la pression finale P_f.

★☆☆ Exercice 3 – Cycle

Une mole de gaz parfait décrit un cycle thermodynamique $ABCDA$ supposé réversible, constitué de deux transformations isothermes et deux transformations isobares :

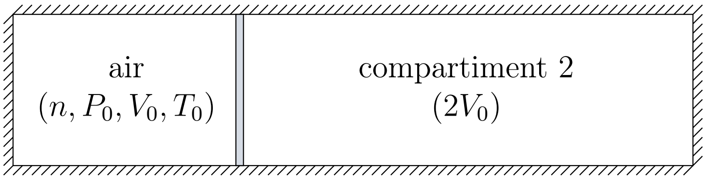
- AB : transformation isobare à P_2 entre un volume V_A et un volume $V_B > V_A$;
- BC : transformation isotherme à T_c jusqu'à un volume V_C ;
- CD : transformation isobare à $P_1 < P_2$ jusqu'à un volume V_D ;
- DA : transformation isotherme à T_f.

1. Dans un digramme de Watt (P, V), quelle est l'équation de la courbe $P(V)$ associée à une isotherme ?

2. Représenter ce cycle thermodynamique dans un diagramme de Watt (P, V). Quel est le sens de parcours ? En déduire le signe du travail des forces de pression.
3. Justifier que $T_c > T_f$.
4. Calculer les travaux sur les différentes portions du cycle. Conclusion ?

★☆☆ Exercice 4 – Travail des forces de pression

On considère un cylindre séparé en deux zones par une paroi diatherme de masse et de volume négligeable. Les parois latérales sont calorifugées. Le premier compartiment, de volume $V_0 = 1\,\mathrm{L}$ contient $n_0 = 0{,}1\,\mathrm{mol}$ d'air à la température $T_0 = 20\,°\mathrm{C}$ et pression P_0. Le second, de volume $2V_0$, sera rempli différemment suivant les questions. À l'instant initial (représenté ci-dessous), on laisse la paroi séparant ces deux zones évoluer suivant l'axe du cylindre. On note (n, P, V, T) les variables caractérisant l'air contenu dans la zone de gauche. Tous les gaz seront modélisés par des gaz parfaits.



1. Déterminer la valeur de P_0.

Le compartiment 2 est initialement vide.

2. Déterminer les valeurs n_f et V_f caractérisant l'air à l'état final.
3. Calculer le travail des forces de pression W, puis T_f et P_f.
4. Montrer que, pour cette transformation :

$$W \neq -\int_{V_0}^{V_f} P\mathrm{d}V.$$

Le compartiment 2 est initialement rempli de n_0 mole d'air à température T_0 et pression $P_0/2$.

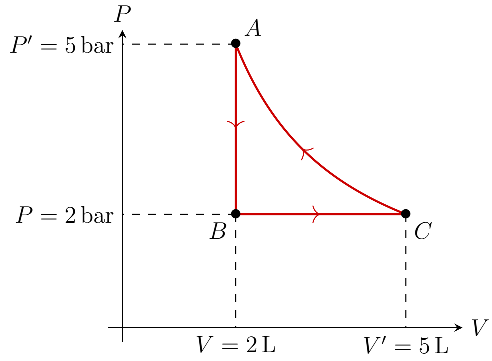
5. Déterminer les valeurs n_f et V_f caractérisant l'air à l'état final.
6. Rappeler la capacité thermique à volume constant de l'air du volume de gauche. En utilisant le premier principe pour l'ensemble des deux gaz, déterminer T_f.
7. En déduire la valeur de P_f.
8. Pour l'air du compartiment de gauche, établir un lien entre le travail des forces de pression W et le transfert thermique Q lors de cette transformation.
9. On suppose à présent l'évolution des gaz des deux compartiments comme isotherme. Comment réaliser cela en pratique ? Calculer W. A-t-on cette fois

$$W = -\int_{V_0}^{V_f} P\mathrm{d}V \ ?$$

★★☆ Exercice 5 – Diagramme de Watt

On considère le cycle thermodynamique réversible représenté ci-contre dans un diagramme de Watt (P, V).

1. Spécifier les différentes transformations dont est composé ce cycle. Justifier.
2. Donner l'expression du travail fourni au gaz sur un cycle. Conclusion ?
3. Faire l'application numérique pour une quantité de gaz $n = 0{,}4\,\mathrm{mol}$ et un thermostat (étape isotherme) $T = 300\,\mathrm{K}$.



★★☆ Exercice 6 – Transformation adiabatique

Une mole de gaz parfait diatomique de capacité thermique molaire à volume constant $C_m = 5R/2$ est enfermée dans un cylindre vertical calorifugé fermé par un piston mobile calorifugé de section $S = 0{,}01\,\mathrm{m}^2$ en contact avec une atmosphère extérieure à la pression constante $P_0 = 1\,\mathrm{bar}$.

1. On pose sur le piston une masse $M = 102\,\mathrm{kg}$ et on laisse le système évoluer. Déterminer la pression P_1 et la température T_1 lorsqu'on a atteint le nouvel équilibre.
2. À partir de cet état d'équilibre, on enlève la masse M et on laisse le système évoluer. Déterminer la pression P_2 et la température T_2 lorsqu'on a atteint le nouvel état d'équilibre.

★★☆ Exercice 7 – Calorimétrie

On souhaite mesurer la capacité thermique d'un métal. Avant cela, on doit déterminer la valeur en eau du calorimètre Tout d'abord, avec la méthode des mélanges : le calorimètre contient $m_1 = 95\,\mathrm{g}$ d'eau à $\theta_1 = 20\,°\mathrm{C}$. On y ajoute $m_2 = 71\,\mathrm{g}$ d'eau à $\theta_2 = 50\,°\mathrm{C}$.

1. Quelle est la variation d'enthalpie du système {calorimètre, accessoires, deux volumes d'eau} ?
2. Quelle serait la température d'équilibre si l'on pouvait négliger la capacité thermique du calorimètre et de ses accessoires devant celle de l'eau.
3. La température d'équilibre observée est $\theta_f = 31{,}3\,°\mathrm{C}$. En déduire la valeur en eau μ du calorimètre et de ses accessoires, c'est-à-dire la masse d'eau qui aurait la même capacité thermique que le calorimètre et ses accessoires.

Le calorimètre contient maintenant $m_0 = 450\,\mathrm{g}$ d'eau à la température de $\theta_0 = 20\,°\mathrm{C}$. On place à l'intérieur une résistance chauffante $R = 5\,\Omega$ dans laquelle on fait passer un courant $I = 2\,\mathrm{A}$ pendant une durée $\tau = 10\,\mathrm{min}$ au cours de laquelle la température s'élève de $6\,°\mathrm{C}$.

4. En déduire la capacité thermique massique c_e de l'eau. Commenter.

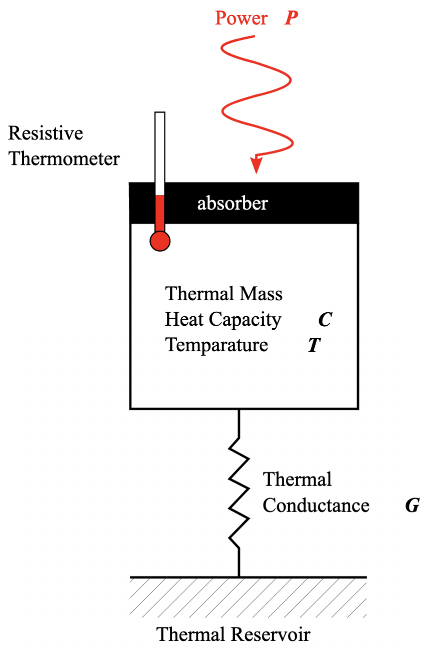
Le même calorimètre contient maintenant $m = 100\,\mathrm{g}$ d'eau à $\theta_e = 15\,°\mathrm{C}$. On y plonge un échantillon métallique de masse $m_m = 25\,\mathrm{g}$ sortant d'une étude à $\theta_m = 95\,°\mathrm{C}$. La température d'équilibre est alors de $\theta'_f = 16{,}7\,°\mathrm{C}$.

5. Calculer la capacité thermique massique c_m du métal.

★★★ Exercice 8 – Caméra thermique

Une caméra thermique fonctionne sur le principe d'un capteur bolométrique. On mesure la puissance thermique d'un rayonnement incident par le biais d'un matériau absorbant de capacité thermique C. Celui-ci est relié à un thermostat (*thermal reservoir*) à température T_0 par le biais d'un matériau de conductance thermique G. On rappelle que la conductance est l'inverse de la résistance $G = 1/R$.

1. En l'absence de rayonnement, à quelle température est le matériau absorbant ?
2. L'article wikipédia stipule que « The intrinsic thermal time constant τ, which sets the speed of the detector, is equal to the ratio of the heat capacity of the absorptive element to the thermal conductance between the absorptive element and the reservoir ». Justifier dimensionnellement cette affirmation.
3. En présence d'un rayonnement incident de puissance $\mathcal{P}$ et une fois le régime permanent établi, donner l'accroissement en température ΔT du matériau absorbant.
4. Calculer τ et ΔT, avec $C = 2{,}5\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{K}^{-1}$, $G = 1\,\mathrm{W}\cdot\mathrm{K}^{-1}$ et $P = 50\,\mathrm{W}$. Commentaires ?



★★★ Exercice 9 – Gaz chauffé par une résistance

Un récipient de volume $2V_0$ est séparé en deux par un piston mobile calorifugé. L'enceinte de gauche (enceinte A) est parfaitement calorifugée, tandis que celle de droite (enceinte B) est en contact avec un thermostat de température T_0. On note $\gamma = C_p/C_v$ le rapport des capacités thermiques.

À l'état initial, chaque compartiment contient n moles d'un gaz parfait qui occupent un volume V_0, à une pression P_0 et une température T_0. On chauffe l'enceinte A jusqu'à la température T_1 à l'aide d'une résistance électrique. Les transformations seront considérées réversibles.

1. Déterminer les volumes finaux des deux enceintes ainsi que la pression finale.
2. Calculer la variation d'énergie interne de chacune des enceintes A et B, ainsi que celle de l'ensemble $\{A + B\}$.
3. Quelle est la nature de la transformation du gaz de l'enceinte B ? En déduire le travail W reçu par B de la part de A, ainsi que le transfert thermique Q_1 reçu par B de la part du thermostat.
4. Déterminer le transfert thermique Q_2 fourni par la résistance.

★★★ Exercice 10 – Température d'un conducteur ohmique

Un conducteur ohmique de résistance $R = 1{,}00\,\mathrm{k\Omega}$, assimilé à une phase condensée idéale de capacité thermique C est placé dans l'air ambiant dont la température $T_0 = 293\,\mathrm{K}$ est supposée constante. On modélise les transferts thermiques entre ces deux systèmes en supposant que le conducteur ohmique à la température T reçoit pendant un intervalle de temps $\mathrm{d}t$ un transfert infinitésimal $\delta Q = h(T_0 - T)\mathrm{d}t$ de la part de l'atmosphère. À partir de $t = 0$, le conducteur ohmique est parcouru par un courant d'intensité $I = 100\,\mathrm{mA}$ constante.

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la température T du conducteur ohmique pour $t \geqslant 0$. Quelle est la durée caractéristique τ du phénomène décrit par cette équation ?
2. Au bout d'un temps suffisamment long, le conducteur ohmique atteint une température limite $T_1 = 313\,\mathrm{K}$. En déduire la valeur du coefficient h.
3. Résoudre l'équation différentielle pour obtenir la température $T(t)$ du conducteur ohmique. Représenter graphiquement $T(t)$.

★★★ Exercice 11 – Calfeutrement d'une grotte

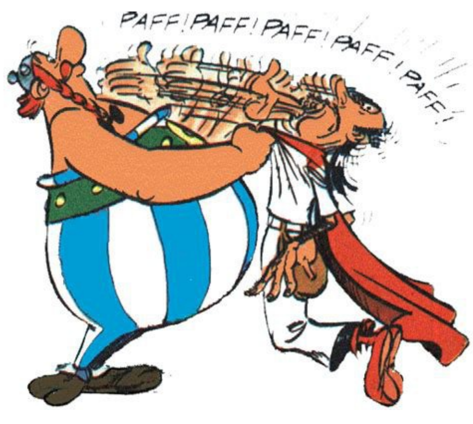
Des aventurières se réfugient, par une nuit d'hiver glaciale, dans une grotte de volume V, qui communique avec l'extérieur par le moyen d'une entrée de section $S = 4\,\mathrm{m}^2$.

La température extérieure est de $-10\,°\mathrm{C}$. Les aventurières, au nombre de quatre, dégagent chacune une puissance $\phi = 50\,\mathrm{W}$. Afin de pouvoir passer la nuit sereinement, elles souhaitent que la température dans la grotte atteigne une valeur constante de $10\,°\mathrm{C}$. Pour cela, elles calfeutrent l'entrée de la grotte en faisant un mur de neige d'épaisseur e.

1. Quelle valeur minimale doit avoir e ? On donne la conductivité thermique de la neige $\lambda = 0{,}43\,\mathrm{W\cdot m^{-1}\cdot K^{-1}}$.
2. En réalité, l'échange avec l'extérieur n'est pas un contact avec un thermostat : il existe un échange conducto-convectif avec l'extérieur. On prend $h_1 = 10\,\mathrm{W\cdot m^{-2}\cdot K^{-1}}$ pour l'interface neige/air. Calculer l'épaisseur e'.
3. Le vent souffle, on passe à une situation de convection forcée pour laquelle $h_2 = 100\,\mathrm{W\cdot m^{-2}\cdot K^{-1}}$. Quelle est la nouvelle valeur e'' ?
4. Commenter la hiérarchie entre les différentes valeurs d'épaisseur.

Exercice 12 – « Ils sont fous ces romains ! » (Bonus)

Imaginez qu'Obélix vous gifle ! Vous ressentez une rougeur à la joue. La température de la région touchée a varié de $1{,}8\,°\mathrm{C}$.



En supposant que la masse de la main qui vous atteint est de $1{,}2\,\mathrm{kg}$ et que la masse de la peau rougie est de $150\,\mathrm{g}$, estimez la vitesse de la main juste avant l'impact, en prenant comme valeur de la capacité thermique massique de la peau de la joue : $c = 3{,}8\,\mathrm{kJ\cdot kg^{-1}\cdot K^{-1}}$.

Coups de pouce

Ex. 2 3. On admet que l'énergie interne du vide est nulle. 4. Qu'implique la première loi de Joule ?
Ex. 3 1. Exprimer P en fonction de T avec la loi des GP.
Ex. 5 2. Par concavité du logarithme, ou à l'aide de son graphe, on a $\ln(1+x) - x < 0$. 3. S'inspirer de l'Ex. 3.
Ex. 6 1. $P_{\text{ext}} \neq P_0$! Que vaut P_{ext} ? 2. Que vaut P_{ext} ?
Ex. 7 Appliquer soigneusement la méthode mise en œuvre dans les dernières applications du cours.
Ex. 8 3. En RP, la température de du matériau absorbant est constante donc son énergie interne aussi : $\mathrm{d}U = 0$. Il y a pourtant des échanges thermiques ! Lesquels ?

Ex. 9 1. Que peut-on dire de la pression dans les d'enceinte A et B à l'équilibre ? Obtenir un système de deux équations vérifiées par V_A et V_B. 2. La première loi de Joule suffit.

Ex. 10 1. Ici, le coefficient h comprend déjà la surface d'échange. Il s'exprime donc en $\mathrm{W \cdot K^{-1}}$ et non en $\mathrm{W \cdot K^{-1} \cdot m^{-2}}$.

Ex. 11 1. Cf. Chap. T2, App. 5. 2. Il faut reconnaitre une association de résistances thermiques.

✓ Éléments de correction

Ex. 1 1. $V = \frac{nRT}{P} = 22{,}4\,\mathrm{L}$; 2. $\Delta\mathcal{E}_c = \frac{1}{2}nMv^2 = 15\,\mathrm{mJ}$; 3. $\Delta\mathcal{E}_p = nMg\Delta z = 2{,}8\,\mathrm{J}$; 4. $\Delta U = \frac{5}{2}nR\Delta T = 415\,\mathrm{J}$.
Ex. 2 1. adiabatique et isochore ; 2. $W = 0$, $Q = 0$; 3. $\Delta U = 0$; 4. $T_f = T_0$; 5. $P_f = \frac{P_0}{2}$.
Ex. 3 1. $PV = \text{cste}$: hyperbole ; 2. $W < 0$; 3. $P_1V_D < P_1V_C$; 4. $W_{AB} = P_2(V_A - V_B)$, $W_{BC} = nRT_c\ln(V_B/V_C)$, $W_{CD} = P_1(V_C - V_D)$, $W_{DA} = nRT_f\ln(V_D/V_A)$.
Ex. 4 1. $P_0 = \frac{n_0RT_0}{V_0} = 2{,}4\,\mathrm{bar}$; 2. $n_f = n_0$, $V_f = 3V_0$; 3. $W = 0$, $T_F = T_0$, $P_f = \frac{n_fRT_f}{V_f} = 0{,}81\,\mathrm{bar}$; 4. $-\int_{V_0}^{3V_0} P\mathrm{d}V < 0$; 5. $n_f = n_0$, $V_f = \frac{3V_0}{2}$; 6. $C_\mathrm{v} = \frac{5}{2}n_0R$, $T_f = T_0$; 7. $P_f = \frac{2n_0RT_0}{3V_0} = 1{,}6\,\mathrm{bar}$; 8. $W = -Q$; 9. $W = -n_0RT_0\ln(4/3) \neq -\int_{V_0}^{V_f} P\mathrm{d}V = -n_0RT_0\ln(3/2)$.
Ex. 5 2. $W = nRT\left(\frac{V-V'}{V'} - \ln\left(1+\frac{V-V'}{V'}\right)\right) > 0$; 3. $W = 316\,\mathrm{J}$.
Ex. 6 1. $P_1 = P_0 + Mg/S = 2\,\mathrm{bar}$, $T_1 = \frac{9}{7}T_0$; 2. $P_2 = P_0$, $T_2 = \frac{54}{49}T_0$.
Ex. 7 1. $\Delta H = 0$; 2. $T_f = \frac{m_1T_1+m_2T_2}{m_1+m_2} = 32{,}8\,°\mathrm{C}$; 3. $\mu = -m_1 - m_2\frac{T_f-T_2}{T_f-T_1} = 22{,}5\,\mathrm{g}$; 4. $c_{\text{eau}} = \frac{RI^2\tau}{(m_0+\mu)\Delta T} = 4{,}23\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$. 5. $c_m = -\frac{(m_e+\mu)c_e(T'_f - Te)}{m_m(T'_f - T_m)} = 445\,\mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$.
Ex. 8 1. $T = T_0$; 2. $[C/G] = \mathrm{T}$; 3. $\Delta T = \mathcal{P}/G$; 4. $\tau = 2{,}5\,\mathrm{s}$, $\Delta T = 50\,\mathrm{K}$.
Ex. 9 1. $V_A = \frac{2V_0T_1}{T_1+T_0}$, $V_B = \frac{2V_0T_0}{T_1+T_0}$, $P_f = P_0\frac{T_0+T_1}{2T_0}$; 2. $\Delta U = \frac{nR}{\gamma-1}(T_1 - T_0)$; 3. $W = nRT_0\ln\frac{T_1+T_0}{2T_0}$, $Q_1 = -W$; 4. $Q_2 = \frac{nR}{\gamma-1}(T_1 - T_0) + nRT_0\ln\frac{T_1+T_0}{2T_0}$.
Ex. 10 1. $\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} + \frac{h}{C}T = \frac{h}{C}T_0 + \frac{RI^2}{C}$, $\tau = \frac{C}{h}$; 2. $h = \frac{RI^2}{T_1-T_0} = 0{,}500\,\mathrm{W \cdot K^{-1}}$; 3. $T(t) = (T_0 - T_1)\exp(-t/\tau) + T_1$.
Ex. 11 1. $e = \frac{\lambda S\Delta T}{4\phi} = 17\,\mathrm{cm}$; 2. $e' = e - \lambda/h_1 = 13\,\mathrm{cm}$; 3. $e'' = e - \lambda/h_2 = 16{,}7\,\mathrm{cm}$.

Exercice 13 – Résolution de problème

Un briquet pneumatique permet d'allumer un petit morceau de coton ou de papier afin de démarrer un feu. La vidéo ci-contre montre son utilisation, filmée à l'aide d'une caméra rapide.

https://youtu.be/Bjy6m6MR-PQ

Proposer une estimation de la température du gaz au moment où le coton s'enflamme.