DS4 – Mécanique, signaux, thermodynamique
Correction

Exercice 1 – Accélérateur de particules

1. Cf. cours : le TPM montre la conservation de l'énergie cinétique, d'où $\|\vec{v}\| = \text{cste}$.
2. Dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen, on applique le PFD « en norme » à un proton, soumis dans un dee à la seule composante magnétique de la force de Lorentz :
$$m\frac{v^2}{R} = evB_0, \quad \text{d'où} \quad \boxed{R = \frac{mv}{eB_0} = \frac{v}{\omega_c}.}$$
Pour que la composante magnétique de la force de Lorentz soit dirigée vers O (force centripète), il faut que les protons tournent dans le sens horaire.
3. Le temps Δt nécessaire pour parcourir la trajectoire demi-circulaire de rayon R à la vitesse v vaut
$$\Delta t = \frac{\pi R}{v} = \frac{\pi}{\omega_c}.$$
Ce temps est indépendant du rayon de la trajectoire : pour faire un tour complet il faut donc un temps $T = 2\Delta t$ d'où
$$T = \frac{2\pi}{\omega_c} \quad \text{et} \quad \boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{\omega_c}{2\pi}.}$$
A.N. : $f \approx 15\,\mathrm{MHz}$.
De cette façon la tension $U(t)$ est positive quand le proton passe dans l'espace entre les dees au dessus de O, ce qui permet de l'accélérer vers la droite, et inversement pour le passage en dessous de O.
4. L'application du TEM au proton lors d'un passage entre les dees donne
$$\Delta\mathcal{E}_c - eU_m = 0, \quad \text{d'où} \quad \boxed{\Delta\mathcal{E}_c = eU_m.}$$
5. La vitesse maximale est celle qui correspond à une trajectoire circulaire de rayon $d/2$, d'où
$$\boxed{v_{\max} = \frac{d\omega_c}{2}} \approx 3{,}0 \times 10^{-7}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}},$$
soit $c/10$: l'approximation classique reste raisonnable.
On en déduit
$$\boxed{\mathcal{E}_{c,\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \approx 7{,}5 \times 10^{-13}\,\mathrm{J},} \quad \text{puis} \quad \boxed{N \approx \frac{\mathcal{E}_{c,\max}}{\Delta\mathcal{E}_c} \approx 234,}$$
et enfin
$$\boxed{\tau = \frac{NT}{2} = \frac{N\pi}{\omega_c} \approx 7{,}7\,\mathrm{ms}.}$$
6. Pour augmenter l'énergie cinétique des protons en sortie du cyclotron, on peut : augmenter le diamètre des dees ; augmenter l'intensité du champ magnétique B_0. Augmenter la tension U_m ne sert qu'à réduire le nombre de tours que font les protons avant de sortir du cyclotron, ce qui permet de réduire le temps de transit qui semble déjà très court.

Exercice 2 – Mesure de la hauteur d'un bâtiment

1. On a

$$\boxed{c = \lambda f.}$$

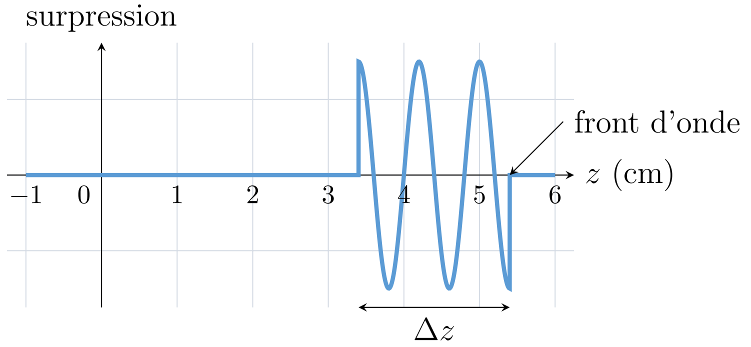
Les sons audibles ont une fréquence comprise **entre 20 Hz et 20 kHz**.

2. Le graphe de l'allure spatiale de l'onde montre que le train d'onde a une longueur $\Delta z = 2{,}0\,\mathrm{cm}$, correspondant à 2,5 longueurs d'onde, d'où

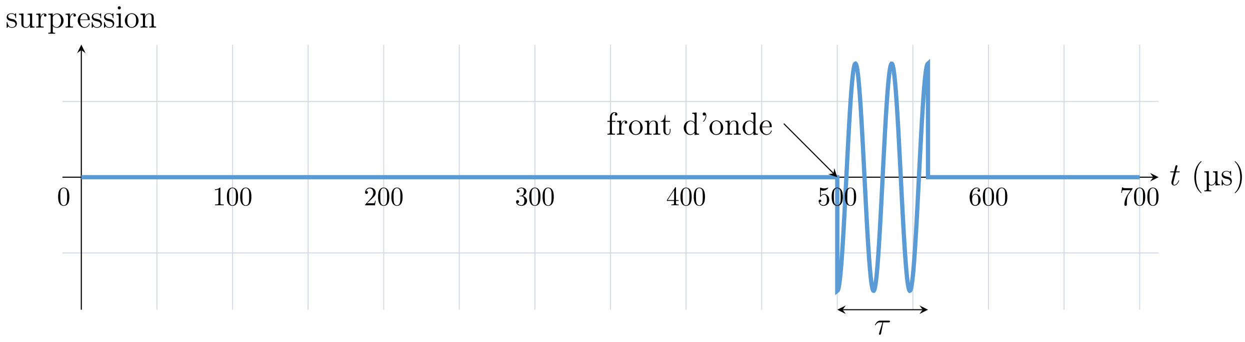
$$\boxed{\lambda = \frac{\Delta z}{2{,}5}.}$$

A.N. : $\lambda = 8{,}0\,\mathrm{mm}$.
On en déduit, $f = \frac{c}{\lambda} = 42{,}5\,\mathrm{kHz} > 20\,\mathrm{kHz}$: il s'agit bien d'ultrasons.

3. À l'instant $t = 100\,\mathrm{\mu s}$, l'onde a parcouru une distance $ct = 3{,}4\,\mathrm{cm}$. La longueur du train d'onde est toujours Δz.



4. Le front d'onde arrive sur le capteur à l'instant $(z - \Delta z)/c = 500\,\mathrm{\mu s}$. La durée du signal est $\tau = \Delta z/c \approx 60\,\mathrm{\mu s}$.



5. Sur l'écran de l'oscilloscope, on lit un décalage temporel entre les deux signaux $\Delta t \approx 100\,\mathrm{ms}$. La durée Δt qui sépare l'émission d'une impulsion ultrasonore et la réception de son écho correspond au temps de vol de l'impulsion sur un aller-retour après réflexion sur le sol. Cela correspond à un retard dû à une propagation sur une distance $2H$, d'où

$$\boxed{H = \frac{c\Delta t}{2}.}$$

A.N. : $H_1 = 17\,\mathrm{m}$.

6. Supposons qu'Alice claque des mains en premier. Son chronomètre se déclenche à l'instant $t_0 = 0$, tandis que celui de Bob se déclenche à l'instant $t_1 = H/c$. Bob claque ensuite des mains, et son chronomètre s'arrête aussitôt à l'instant t_2, tandis que celui d'Alice s'arrête à l'instant $t_3 = t_2 + H/c$. Le chronomètre d'Alice a fonctionné pendant une durée $\Delta t_A = t_3 - t_0 = t_2 + H/c$, tandis que celui de Bob n'a fonctionné que pendant une durée $\Delta t_B = t_2 - t_1 = t_2 - H/c$. Si Alice claque des mains en premier, on doit donc avoir $\Delta t_A > \Delta t_B$, ce qui est le cas ici. **Alice a claqué des mains la première**.
Par ailleurs, on a

$$\Delta t_A - \Delta t_B = \frac{2H}{c}, \quad \text{d'où} \quad \boxed{H = \frac{c(\Delta t_A - \Delta t_B)}{2}.}$$

A.N. : $H_2 = 18{,}5\,\mathrm{m}$.

7. On a

$$\delta_1 = \sqrt{H^2 + \left(\frac{a}{2} + x\right)^2} = H\sqrt{1 + \left(\frac{\frac{a}{2} + x}{H}\right)^2}.$$

On a $H \gg a/2$, et $H \gg x$: on reconnait une forme $\sqrt{1+\varepsilon}$, avec $\varepsilon \ll 1$. On a donc $\sqrt{1+\varepsilon} \approx 1 + \varepsilon/2$, d'où

$$\delta_1 \underset{\mathrm{DL1}}{\approx} H\left(1 + \frac{\frac{a^2}{4} + x^2 + ax}{2H^2}\right).$$

De même, en remplaçant $a/2$ par $-a/2$, on obtient

$$\delta_2 \underset{\mathrm{DL1}}{\approx} H\left(1 + \frac{\frac{a^2}{4} + x^2 - ax}{2H^2}\right), \quad \text{d'où} \quad \boxed{\delta = \delta_1 - \delta_2 = \frac{ax}{H}.}$$

8. L'amplitude de l'onde résultante en A est minimale si les ondes issues de HP_1 et HP_2 sont en **opposition de phase**, c'est-à-dire si

$$\boxed{\Delta\varphi = \pi + 2n\pi,}$$

où n est un entier. On a $\Delta\varphi = 2\pi\delta/\lambda$, donc la position x_n des minima d'intensité est donnée par

$$x_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda H}{a}.$$

Avec $i = x_{n+1} - x_n$, on obtient finalement

$$\boxed{i = \frac{\lambda H}{a}.}$$

9. On mesure graphiquement la distance entre deux minima d'intensité sonore. On trouve $i \approx 1{,}5\,\mathrm{m}$ et on a

$$\boxed{H = \frac{ai}{\lambda},} \quad \text{avec} \quad \lambda = \frac{c}{f}.$$

A.N. : $H_3 = 17{,}6\,\mathrm{m}$.
Les trois protocoles donnent des valeurs proches, ce qui est rassurant. Il faudrait les comparer quantitativement à l'aide de l'écart normalisé ce qui nécessite bien sûr d'estimer les incertitudes-types sur chacune de ces valeurs.

Exercice 3 – Coups de pompe

1. On applique la loi des GP à l'air contenu dans le pneu :

$$P_0V = n_0RT_0, \quad \text{d'où} \quad \boxed{n_0 = \frac{P_0V}{RT_0}.}$$

A.N. : $n_0 = 0{,}10\,\text{mol}$.

2. On fait de même pour l'air contenu dans la pompe :

$$\boxed{n_p = \frac{P_0V_p}{RT_0}.}$$

3. Puisque tout l'air de la pompe est injecté dans le pneu, on a après le premier coup de pompe

$$P_1 = \frac{(n_0+n_p)RT_0}{V} = P_0\left(1+\frac{V_p}{V}\right).$$

Après k coups de pompe, on a

$$\boxed{P_k = P_0\left(1+k\frac{V_p}{V}\right).}$$

4. Après N coups de pompe, la pression dans le pneu atteint P_f, d'où

$$P_f = P_0\left(1+N\frac{V_p}{V}\right), \quad \text{soit} \quad \boxed{N = \frac{V}{V_p}\left(\frac{P_f}{P_0}-1\right).}$$

A.N. : $N = 25$.

5. Le piston est soumis à la force de pression du gaz comprimé à la pression P_f, à la force de pression de l'air extérieur et à la force de l'opérateur, d'où dans le cas limite

$$F + P_0S - P_fS = 0, \quad \text{avec} \quad S = \pi\frac{d^2}{4}, \quad \text{d'où} \quad \boxed{F = (P_f - P_0)\pi\frac{d^2}{4}.}$$

A.N. : $F = 0{,}35\,\text{kN}$: c'est le poids d'une masse de $36\,\text{kg}$.

La force a appliquer augmente avec le carré du diamètre : pour une pompe de $5\,\text{cm}$ de diamètre, la force à appliquer serait équivalente au poids d'une masse de $100\,\text{kg}$ ce qui ne permet pas à tout le monde d'actionner la pompe. Plus la pompe est large, plus la force à appliquer est importante, jusqu'à ne plus pouvoir être actionnée à la main.

6. La présence d'un volume mort, dû à la présence de connecteurs etc. explique cette limite. À chaque coup de pompe, tout l'air de la pompe n'est pas injecté dans le pneu et il arrive un moment où l'air dans la pompe ne peut atteindre une pression suffisante pour injecter l'air dans le pneu.