

DS4 – Mécanique, signaux, thermodynamique

Durée : 2h.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Si au cours de l'épreuve, le candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

RCO Des questions de cours sont identifiées dans le sujet par le sigle **RCO** dans la marge.

Certaines questions peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Leur énoncé est repéré par une barre en marge. Il est alors demandé d'explicitier clairement la démarche, les choix et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Toute démarche engagée, même non aboutie, et toute prise d'initiative seront valorisées.

Critères d'évaluation de la présentation

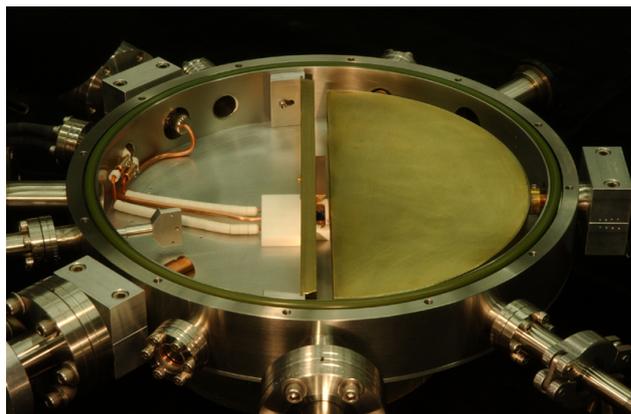
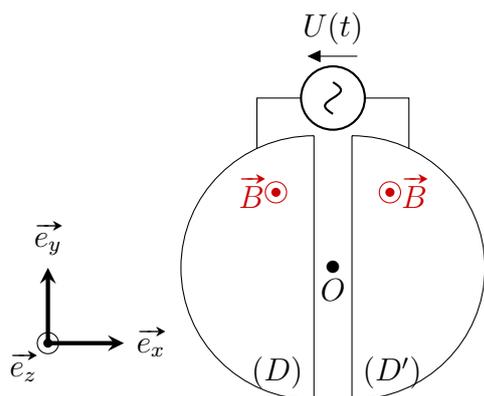
Présentation générale	La copie est propre, aérée et lisible. L'orthographe est correcte. Les expressions littérales sont encadrées et les A.N. soulignées. Les pages sont numérotées.
Rédaction	Le vocabulaire scientifique est précis. Les réponses sont claires, explicites et succinctes. Les lois, principes et théorèmes utilisés sont nommés.
Schémas	Les schémas sont suffisamment grands : plus petit que la carte étudiant = invisible. Les schémas sont soignés : règle et compas. Utilisation pertinente de la couleur.
Expressions littérales	Le résultat est celui demandé par l'énoncé. Les notations de l'énoncé sont respectées. Les expressions sont homogènes. Respect des notations : grandeurs algébriques, vectorielles, scalaires, etc. Pas de mélange entre les A.N. et E.L.
Applications numériques	La valeur numérique est accompagnée de son unité. L'A.N. est complète : pas de fraction restante, etc. Le nombre de chiffres significatifs est adapté. Les conversions sont effectuées correctement.
Représentations graphiques	Le graphique est suffisamment grand. Les axes sont tracés à la règle, nommés et les unités sont indiquées (si A.N.). Les limites et valeurs notables, les comportements asymptotiques sont respectés. Les courbes sont tracées à main levée, les droites à la règle, etc.

Exercice 1 – Accélérateur de particules

On souhaite accélérer des protons au moyen d'un cyclotron. Cet appareil est constitué de deux demi-cylindres métalliques creux (D) et (D'), d'axe vertical (Oz), placés dans le vide et dans lesquels règne un champ magnétique $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$ uniforme et constant, avec $B_0 = 1,0$ T. Le champ magnétique entre les demi-cylindres est nul. On applique entre (D) et (D') une différence de potentiel alternative $U(t) = U_m \cos(\omega t)$ délivrée par un générateur haute fréquence, qui crée entre (D) et (D') un champ électrique uniforme.

Un proton de masse $m = 1,67 \times 10^{-27}$ kg et de charge électrique $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C est injecté dans l'appareil au voisinage du point O avec une vitesse négligeable. Dès que la particule sort d'un demi-cylindre pour pénétrer dans l'autre, elle est soumise dans l'intervalle étroit qui les sépare à l'action du champ électrique associé à la différence de potentiel extrême imposée par le générateur.

On négligera le temps de passage de la particule d'un demi-cylindre à l'autre devant le temps passé par la particule dans les demi-cylindres : lors du passage d'une particule d'un demi-cylindre à l'autre, le champ électrique sera supposé uniforme et stationnaire, dirigé selon $\pm \vec{e}_x$. On admet que la trajectoire des particules est contenue dans le plan (Oxy), qu'elle est circulaire dans les demi-cylindres et rectiligne dans l'intervalle qui les sépare. On raisonnera de plus comme si les portions de trajectoires circulaires étaient centrées en O .



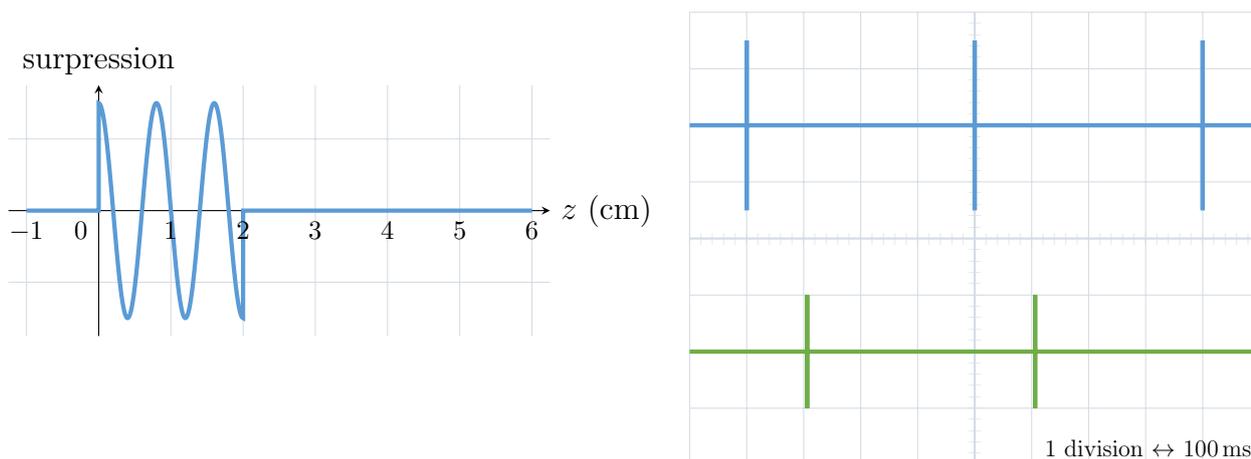
1. Montrer que le mouvement d'une particule dans un demi-cylindre est uniforme.
2. Établir l'expression du rayon R de la trajectoire circulaire d'un proton de vitesse v en fonction de m , e , v et B_0 dans un demi-cylindre. On posera $\omega_c = eB_0/m$, appelée pulsation cyclotron. Quel est le sens de rotation des protons dans le cyclotron ?
3. Exprimer la fréquence f de la tension $U(t)$ à appliquer pour que la particule soit effectivement accélérée à chaque passage. Faire l'application numérique.
4. Exprimer la variation d'énergie cinétique $\Delta \mathcal{E}_c$ d'un proton lors d'un passage entre les demi-cylindres en fonction de e et U_m .
5. Le diamètre du cyclotron est $d = 62,5$ cm et la tension imposée par le générateur a pour amplitude $U_m = 20$ kV. Évaluer numériquement la vitesse maximale v_{\max} atteinte par les protons qui sortent tangentiellement du cyclotron, ainsi que leur énergie cinétique $\mathcal{E}_{c,\max}$ en sortie de l'appareil. En déduire le nombre N de tours effectués ainsi que la durée τ de transit dans l'appareil.
6. Pour augmenter l'énergie cinétique des protons en sortie du cyclotron, sur quels paramètres est-il possible de jouer ?

Exercice 2 – Mesure de la hauteur d'un bâtiment

En 2025, deux élèves de MP2I au lycée Paul Valéry, Alice et Bob, souhaitent mesurer la hauteur H du bâtiment principal de leur établissement, dont la rénovation s'est terminée il y a peu. Mais aucun mètre n'est assez long pour mesurer directement le bâtiment. Étudiants sérieux, ils réinvestissent les compétences développées en TP et mettent en place trois protocoles basés sur l'utilisation d'ondes sonores. À 15°C , température extérieure au moment des mesures, la vitesse du son dans l'air est $c = 340\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Sonar

Alice et Bob montent sur le toit du bâtiment (la proviseure est d'accord!), où ils disposent un émetteur et un récepteur ultrasonores côte à côte, orientés vers le sol. L'émetteur émet de brèves impulsions, associées à une onde de pression dont l'allure à l'instant $t = 0$ est représentée ci-dessous à gauche. Le signal émis et l'écho capté par le récepteur sont observés simultanément sur un oscilloscope, dont l'écran est représenté ci-dessous à droite (les deux signaux sont décalés verticalement pour plus de lisibilité : le signal émis est en haut, celui reçu en bas). On note (Oz) l'axe vertical orienté vers le bas, dont l'origine est située au niveau du toit.



- RCO** 1. Pour une onde progressive sinusoïdale, rappeler le lien entre la longueur d'onde λ , la fréquence f et sa célérité c . Préciser le domaine de fréquence associé aux sons audibles.
2. Déterminer la longueur d'onde des ultrasons utilisés dans l'expérience. En déduire leur fréquence. Commenter.
- RCO** 3. Représenter l'allure spatiale de l'onde de pression à l'instant $t = 100\ \mu\text{s}$. On indiquera précisément la position du front d'onde, ainsi que la longueur de l'impulsion.
- RCO** 4. Représenter sur un autre graphique l'allure du signal reçu par un capteur situé à $z = 19\text{ cm}$ sous l'émetteur. Préciser la position du front d'onde, ainsi que la durée de l'impulsion.
5. Déterminer une première valeur H_1 de la hauteur de l'immeuble.

Chronomètre sonore Phyphox

L'application Phyphox dispose d'un chronomètre sonore, déclenché par exemple par un claquement de main et stoppé par un autre claquement.

Alice est toujours sur le toit, tandis que Bob redescend au niveau du sol. L'un après l'autre, ils claquent des mains à proximité de leur smartphone respectif. Les captures d'écran des deux téléphones sont représentées ci-dessous.



Alice



Bob

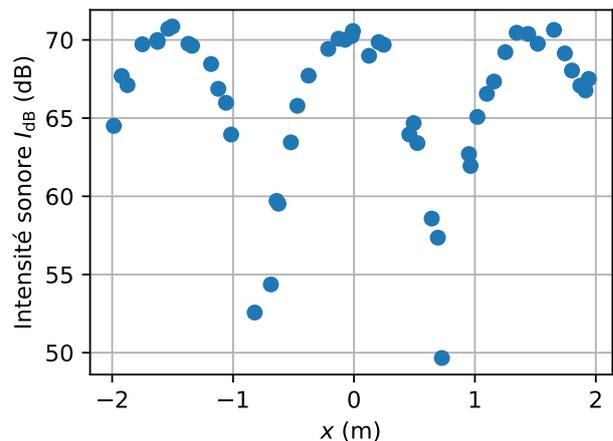
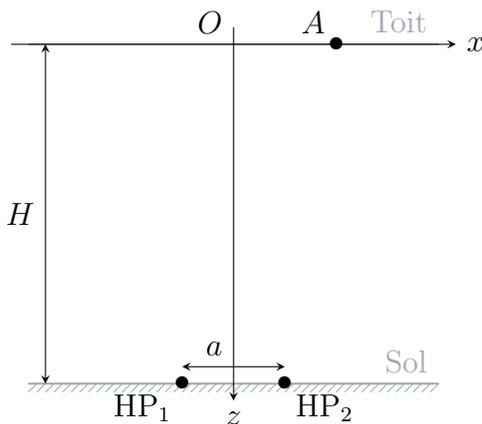
6. Qui a claqué des mains le premier ? Déterminer une deuxième valeur H_2 pour la hauteur de l'immeuble. On justifiera soigneusement la réponse.

Interférences

Toujours au pied du bâtiment, Bob connecte cette fois son smartphone, qui génère un signal sinusoïdal continu de fréquence $f = 4,0 \text{ kHz}$, à deux enceintes HP_1 et HP_2 qu'il sépare d'une distance $a = 1 \text{ m}$ (cf. schéma ci-dessous). Alice, toujours sur le toit du lycée, se déplace le long du mur et mesure l'intensité du signal sonore reçu sur son smartphone pour plusieurs positions repérées sur l'axe (Ox) . Avec Python, ils obtiennent le graphique ci-dessous. L'intensité sonore I_{dB} , exprimée en décibel, est définie par

$$I_{\text{dB}} = 20 \log \left(\frac{A_{\text{mes}}}{A_{\text{ref}}} \right),$$

où A_{mes} est l'amplitude de l'onde mesurée et A_{ref} une constante.



- RCO 7. Exprimer la différence $\delta = \delta_1 - \delta_2$ en fonction de x , H et a , où δ_1 (resp. δ_2) est la distance entre l'enceinte HP_1 (resp. HP_2) et le point A d'abscisse x . On supposera $H \gg a$ et $H \gg x$.
- RCO 8. Rappeler la condition sur le déphasage $\Delta\varphi$ entre les ondes issues des deux enceintes, pour laquelle l'onde résultante en A a une amplitude minimale. En déduire que la distance

i entre deux points où le signal mesuré par Alice a une amplitude minimale s'exprime $i = \lambda H/a$, où λ est la longueur d'onde de l'onde sonore.

9. Déterminer une dernière valeur H_3 de la hauteur du bâtiment. Conclure.

Exercice 3 – Coups de pompe

On considère un pneu de vélo de volume $V = 2,5 \text{ L}$ supposé indéformable, donc de volume constant. Le pneu est initialement dégonflé : l'air qui s'y trouve est à la pression atmosphérique $P_0 = 1,0 \text{ bar}$ à température ambiante $\theta_0 = 25^\circ\text{C}$ ($T_0 = 298 \text{ K}$). On souhaite gonfler ce pneu jusqu'à une pression $P_f = 6,0 \text{ bar}$ avec une pompe manuelle pouvant contenir un volume $V_p = 500 \text{ cm}^3$.

Lorsqu'on tire le piston de la pompe vers le haut (étape d'admission), on admet un volume V_p d'air à la pression ambiante. On admet que, lors de la descente du piston (étape de refoulement), l'air admis est intégralement introduit dans le pneu de volume V . La pression augmente donc. On considère que la température θ_0 n'évolue pas car on procède lentement.

La valeur de la constante des gaz parfaits est $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

- RCO**
1. Exprimer la quantité de matière n_0 d'air initialement contenu dans le pneu. Faire l'application numérique.
 2. Exprimer la quantité de matière n_p d'air injecté dans le pneu à chaque coup de pompe.
 3. En déduire l'expression de la pression P_1 dans le pneu après le premier coup de pompe, puis de la pression P_k après k coups de pompe en fonction de k , P_0 , V_p et V .
 4. Combien de coups de pompe sont nécessaires pour gonfler le pneu à la pression désirée ?
- RCO**
5. Le piston, de masse supposée négligeable, est un disque de diamètre $d = 5 \text{ cm}$. Exprimer, puis calculer la force minimale F que l'opérateur doit appliquer au piston pour atteindre la pression P_f dans le pneu. Pourquoi choisit-on généralement une pompe plus longue que large, c'est-à-dire dont la hauteur est plus grande que le diamètre ?
 6. En pratique, avec une pompe manuelle, il est impossible de dépasser une certaine valeur de pression P_{max} . Proposer une explication.