DM16 – RSF
Correction

Exercice 1 – Horloge à quartz – EPITA

1. En utilisant la loi des mailles, on trouve que la tension aux bornes du quartz est u_e. En RSF à la pulsation ω après passage en complexe, par définition de l'impédance :

$$\boxed{\underline{i} = \frac{\underline{u_e}}{\underline{Z_q}}.}$$

2. On a, en convention récepteur :

$$\boxed{\underline{Z_R} = R \qquad \underline{Z_C} = \frac{1}{jC\omega} \qquad \underline{Z_L} = jL\omega.}$$

3. En considérant $r = 0$, on a :

$$\frac{1}{\underline{Z_q}} = jC_0\omega + \frac{1}{\frac{1}{jC_1\omega} + jL_1\omega} = \ldots = jC_{\text{éq}}\omega \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2},$$

avec

$$\boxed{\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1C_1}} \qquad \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{\frac{C_0C_1}{C_0+C_1}L_1}} \qquad C_{\text{éq}} = C_0 + C_1.}$$

4. On remarque que $\dfrac{1}{|\underline{Z_q}|} \to \infty$ pour $\omega = \omega_1$: l'amplitude de i diverge, donc

$$\boxed{f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1C_1}}.}$$

5. Dans le nouveau circuit, on a :

$$\underline{i} = \frac{\underline{u_e}}{r + jL_1\omega + \frac{1}{jC_1\omega}} = \ldots = \frac{\underline{u_e}/r}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega}\right)}, \text{ avec } \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1C_1}} \text{ et } Q = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{L_1}{C_1}}.$$

6. À résonance, $i = \dfrac{u_e}{r}$, d'où $U_s = Ri_0 = \dfrac{R}{r}u_0$ et

$$\boxed{r = \frac{Ru_0}{U_s}.}$$

A.N. : on lit $U_s = 4{,}3\,\mathrm{V}$, d'où finalement $r = 2{,}2\,\mathrm{k\Omega}$.

7. Sur le graphe, on lit $f_1 = 32\,768\,\text{Hz}$ et $\Delta f = 1{,}5\,\text{Hz}$. A.N. : $Q = 22\,000$.

8. À partir des expressions de ω_1 et Q données précédemment :

$$\boxed{L_1 = \frac{rQ}{\omega_1} \qquad C_1 = \frac{1}{\omega_1 rQ}.}$$

9. A.N. : $L_1 = 200\,\text{H}$. Cette valeur est très élevée en comparaison des valeurs d'inductances utilisées en TP, qui sont de l'ordre de la dizaine de mH. Ce n'est pas un problème puisqu'il s'agit d'un composant fictif, permettant de modéliser la réponse mécanique du quartz.

10. En régime libre, la durée du régime transitoire est de l'ordre de Q/f_1 soit $1\,\text{s}$ avec les valeurs obtenues précédemment. Ce n'est pas suffisant pour une horloge !

11. Grâce à des circuits logiques, il est facile de diviser la fréquence d'un signal par deux. En utilisant plusieurs diviseurs de fréquence, on pourra obtenir un signal à $1\,\text{Hz}$ correspondant à un battement par seconde.

12. L'imprécision cumulée sur une journée est de $24 \times 60 \times 60 \times 1 \times 10^{-6} = 86\,\text{ms}$.

13. C'est bien supérieur à la précision atteinte par les horloges à quartz indiquées dans la figure (*Je ne sais pas à quelle figure ils font référence...*). Un moyen simple de contrôle est de placer le quartz dans une enceinte contrôlée en température.