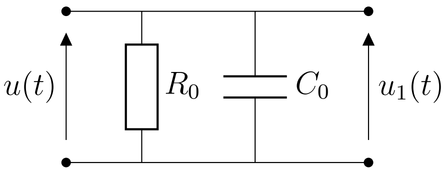
DM17 – Filtrage

Exercice 1 – Impédance d'entrée d'un oscilloscope

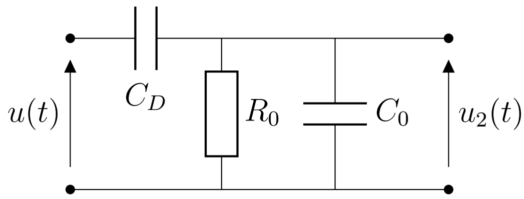
Couplages DC et AC

On applique une tension $u(t)$ à l'entrée d'un oscilloscope et l'on étudie tout d'abord l'influence du couplage DC (*direct current*) ou AC (*alternating current*) sur le signal affiché.

Sur un oscilloscope analogique, le couplage DC correspond à l'application directe de la tension $u(t)$ sur les plaques de déviation verticale, après une amplification propre à la sensibilité choisie. Ces plaques se comportent physiquement comme un condensateur de faible capacité $C_0 = 63\,\text{pF}$ en dérivation avec une grande résistance $R_0 = 1{,}0\,\text{M}\Omega$. Le couplage AC se différencie du couplage DC par l'ajout en série d'un condensateur de capacité C_D, en amont des plaques de déviation verticale.



couplage DC



couplage AC

RCO

1. Exprimer l'impédance $\underline{Z}_{\text{éq}}$ équivalente à l'association en parallèle de la résistance R_0 avec le condensateur C_0.
2. Exprimer la tension u_1 en fonction de u dans le cas du couplage DC. Quelle est alors la fonction de transfert $\underline{H}_{\text{DC}}(j\omega)$ correspondant au couplage DC ?
3. Montrer que la fonction de transfert $\underline{H}_{\text{AC}}(j\omega) = \underline{u}_2/\underline{u}$ associée au couplage AC s'écrit
$$\underline{H}_{\text{AC}}(j\omega) = \frac{jR_0C_D\omega}{1 + jR_0(C_D + C_0)\omega}.$$
Simplifier la fonction de transfert en considérant $C_D \gg C_0$ et la mettre sous forme canonique en faisant apparaitre la pulsation réduite $x = \omega/\omega_{\text{AC}}$, où ω_{AC} est une pulsation caractéristique dont on donnera l'expression.
4. Quelle est la nature du filtre obtenu ? Décrire qualitativement son action sur un signal périodique quelconque de fréquence $1\,\text{kHz}$, comportant une composante continue. On supposera la fréquence de coupure du filtre de l'ordre de la dizaine de hertz.
5. Déterminer l'expression du gain linéaire $G_{\text{AC}}(x) = |\underline{H}_{\text{AC}}(jx)|$, ainsi que le gain maximal $G_{\text{AC,max}}$ en couplage AC. En déduire la fréquence de coupure $f_{c,\text{AC}}$ correspondante.

Dans le but de déterminer expérimentalement la fréquence de coupure du filtre associé au couplage AC, on réalise maintenant la manipulation suivante : on applique la même tension sinusoïdale $u(t)$ sur l'entrée 1 (couplage DC) et sur l'entrée 2 (couplage AC) de l'oscilloscope. On fait varier la fréquence de $u(t)$ jusqu'à obtenir l'oscillogramme de la Fig. 1.

6. Déterminer la fréquence de coupure $f_{c,\text{AC}}$ en mesurant le rapport des amplitudes U_2/U_1.
7. Retrouver ce résultat en mesurant le déphasage φ de $u_2(t)$ par rapport à $u_1(t)$.

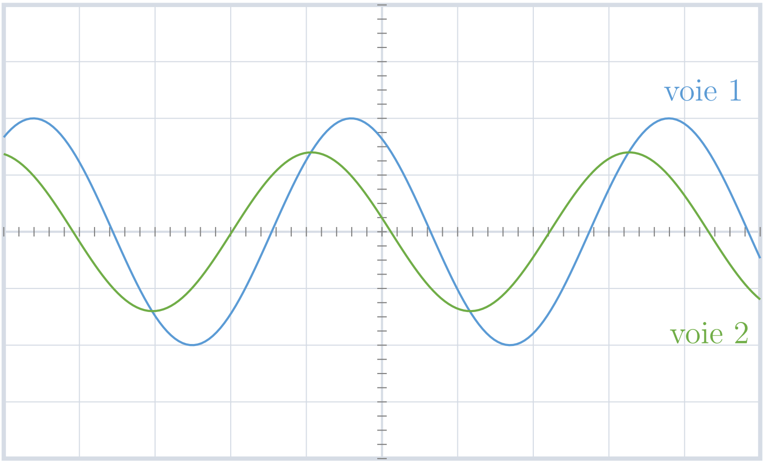


FIGURE 1 – Oscillogrammes de la même tension sinusoïdale $u(t)$ observée en couplage DC (voie 1) et en couplage AC (voie 2). Les sensibilités verticales sont de 1,0 V/division. La base de temps est de 20 ms/division.

8. En déduire la valeur de C_D et vérifier l'hypothèse $C_D \gg C_0$.
9. Le choix du couplage d'entrée AC peut donc perturber l'observation des signaux basse fréquence. L'oscillogramme de la Fig. 2 a été obtenu avec un signal carré envoyé simultanément sur la voie 1 (couplage DC) et sur la voie 2 (couplage AC).
Comment expliquer la déformation observée avec le couplage AC ?

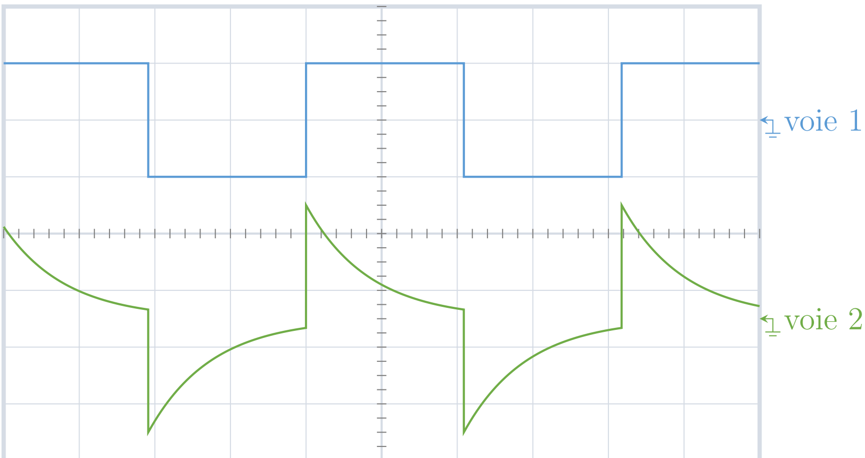
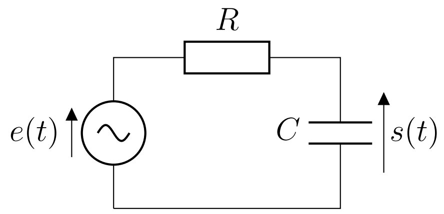


FIGURE 2 – Oscillogrammes de la même tension créneau observée en couplage DC (voie 1) et en couplage AC (voie 2). Les sensibilités verticales sont de 2,0 V/division. La base de temps est de 100 ms/division. Les marques à droite de l'oscillogramme indiquent les zéros des voies.

Influence de l'impédance d'entrée en couplage DC

On considère le filtre RC représenté ci-contre. Ce filtre est alimenté par un générateur idéal de tension sinusoïdal délivrant la tension d'entrée $e(t) = E\cos(\omega t)$ d'amplitude $E > 0$ constante et de pulsation ω. On mesure la tension de sortie $s(t)$ aux bornes du condensateur, en régime sinusoïdal forcé.



RCO **10.** Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \underline{s}/\underline{e}$ à vide du filtre représenté ci-dessus. La mettre sous forme canonique en faisant apparaitre une pulsation caractéristique ω_c dont on donnera l'expression. On notera $x = \omega/\omega_c$ la pulsation réduite.

RCO **11.** Sur l'annexe 1 **à rendre avec la copie**, représenter les diagrammes de Bode asymptotiques du filtre, puis l'allure des diagrammes réels. On précisera les équations des asymptotes basse et haute fréquence, ainsi que la valeur maximale $G_{\text{dB,max}}$ du gain en décibel.

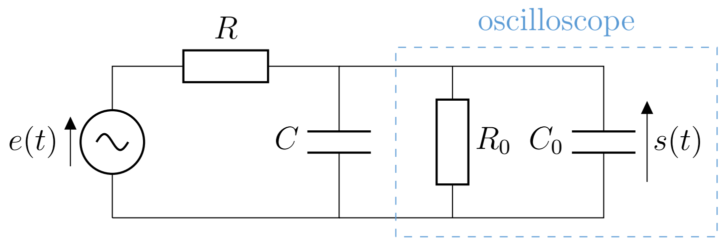
RCO **12.** Déterminer l'expression littérale de la fréquence de coupure f_c du filtre. Calculer numériquement sa valeur pour (a) $R = 4{,}7\,\text{k}\Omega$ et $C = 6{,}8\,\text{nF}$, puis pour (b) $R = 680\,\text{k}\Omega$ et $C = 47\,\text{pF}$.

RCO **13.** Pour cette question seulement, on soumet le filtre RC à une tension $e(t)$ de la forme

$$e(t) = E + E\cos(\omega t) + E\cos(10\omega t), \quad \text{avec} \quad \omega = 2\pi \times 5\,\text{kHz}.$$

Déterminer l'expression de la tension $s(t)$.

Les tensions d'entrée $e(t)$ et de sortie $s(t)$ sont appliquées aux bornes d'un oscilloscope en couplage DC. L'analyse des signaux à l'oscilloscope donne des résultats très voisins de la théorie dans le cas (a), alors que les valeurs de $G_{\text{dB,max}}$ et f_c sont différents des prédictions théoriques dans le cas (b). Pour expliquer l'écart constaté, on est amené à prendre en compte l'impédance d'entrée de l'oscilloscope en couplage DC. Le schéma électrique équivalent est représenté ci-dessous.



14. Déterminer la nouvelle fonction de transfert $\underline{H}'(j\omega)$ du filtre RC branché aux bornes de l'oscilloscope en couplage DC. Donner sa forme canonique en définissant les paramètres nécessaires. La nature du filtre a-t-elle changé ?

15. Préciser les nouvelles expressions du gain maximal en décibel et de la fréquence de coupure. Faire les applications numériques pour les cas (a) et (b). Conclure.

Annexe 1 – Diagrammes de Bode