

## DM14 – Thermodynamique

### Exercice 1 – Étude d'une pompe à vide à piston – CCP PSI 2002

On envisage le dispositif dont le schéma est donné dans la figure 1. Une enceinte de volume  $V$  (à gauche de  $KK'$ ) est reliée par un raccord (entre  $KK'$  et  $LL'$ ) de volume  $v_m$  à une pompe à piston (à droite de  $LL'$ ). Le volume total maximum du corps de la pompe avec son raccord est  $V_M$  (entre  $KK'$  et  $NN'$ ). Le piston de la pompe et le raccord sont munis de clapets anti-retour ( $CR$  en  $KK'$  et  $CP$  en  $MM'$ ) qui ne laissent passer le gaz que de la gauche vers la droite. **Ces clapets, parfaitement étanches lorsqu'ils sont fermés, s'ouvrent dès que la pression à leur gauche est plus élevée qu'à leur droite, ils se ferment dès que les pressions sont plus faibles du côté gauche.** Au niveau de la partie droite de la pompe (en  $NN'$ ), le passage de la tige du piston n'est pas étanche et de ce fait, **la pression à droite du piston est toujours égale à la pression atmosphérique  $P_0$ .** Avec cette disposition de clapets, cette pompe permet d'abaisser la pression dans l'enceinte. On suppose évidemment que le contact entre le piston et le corps de la pompe est parfaitement étanche. On admettra que l'air de l'atmosphère peut être considéré comme un gaz parfait isotherme et que même si les pressions changent dans l'enceinte et dans la pompe, la température du gaz reste constante et égale à celle de l'air ambiant.

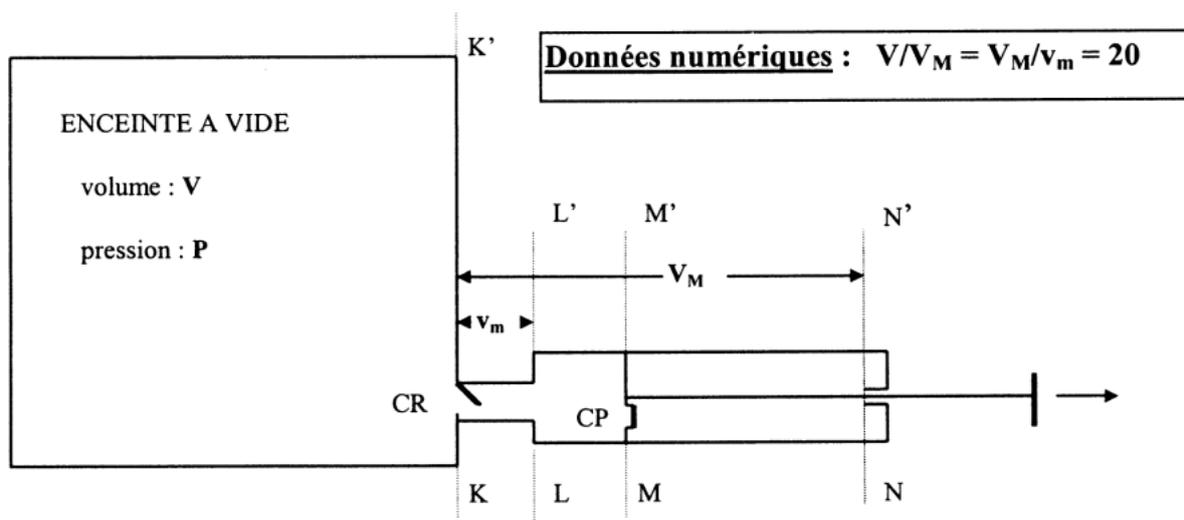


FIGURE 1 – Schéma de principe de la pompe à piston raccordée à l'enceinte. Attention, sur ce schéma, les proportions ne sont pas respectées.

1. Au départ, l'enceinte est à la pression atmosphérique  $P_0$  et on donne un premier coup de pompe (un aller-retour avec le piston  $LL' \rightarrow NN'$  puis  $NN' \rightarrow LL'$ ). Au début, lorsque le piston est en  $LL'$ , les deux clapets sont ouverts et la pression dans le raccord est aussi  $P_0$ ; le clapet  $CP$  se ferme dès que le piston se déplace vers  $NN'$ , tandis que le clapet  $CR$  reste ouvert puisque la pression diminue dans le compartiment de droite. Expliquer le fonctionnement des clapets lorsqu'on inverse le mouvement du piston une fois arrivé en  $NN'$ .
2. Donner la valeur  $P_1$  de la nouvelle pression dans l'enceinte après ce premier coup de pompe.

3. Soit  $P_L$  la pression la plus faible que l'on peut théoriquement obtenir dans la pompe seule munie de son raccord (on la suppose obturée en  $KK'$ ). Montrer que l'expression de  $P_L$  est

$$P_L = P_0 \frac{v_m}{V_M}$$

et donner sa valeur.

4. On introduit des rapports volumétriques

$$a = \frac{V_M}{V + V_M} \text{ et } b = 1 - a = \frac{V}{V + V_M},$$

Exprimer alors  $P_1$  en fonction de  $P_0$ ,  $P_L$ ,  $a$  et  $b$ .

5. On donne un deuxième coup de pompe, la nouvelle pression dans l'enceinte est alors  $P_2$ ; préciser quand le clapet  $CR$  s'ouvre et exprimer  $P_2$  en fonction de  $P_1$ ,  $P_L$ ,  $a$  et  $b$ . En déduire l'expression de  $P_2$  en fonction de  $P_0$ ,  $P_L$ ,  $a$ , et  $b$ .
6. Donner en définitive la pression  $P_q$  dans l'enceinte après  $q$  coups de pompe en fonction de  $q$ ,  $P_0$ ,  $P_L$ ,  $a$ , et  $b$ .
7. En utilisant la formule

$$\sum_{i=0}^n b^i = \frac{1 - b^{n+1}}{1 - b}$$

donner  $P_q$  en fonction de  $q$ ,  $P_0$ ,  $P_L$  et  $b$ .

8. De l'expression donnant  $P_q$ , déduire le nombre de coups de pompe  $q$ , nécessaires pour que le rapport  $(P_q - P_L)/(P_0 - P_L)$  prenne les valeurs  $10^{-1}$ ,  $10^{-2}$  et  $10^{-3}$ .
9. La pression dans l'enceinte a maintenant une valeur  $P$  comprise entre  $P_0$  et  $P_L$  et après avoir donné un seul coup de pompe, la nouvelle pression est  $(P + \Delta P)$ ; exprimer le rapport  $\Delta P/(P - P_L)$  en fonction des données volumétriques qui conviennent.
10. Exprimer la quantité de matière  $n$  dans l'enceinte en fonction de  $n_0$  la quantité initiale de gaz, de  $P$  et  $P_0$ . En déduire la quantité de gaz  $\Delta n$  extraite par un coup pompe en fonction de  $\Delta P$ ,  $P_0$  et  $n_0$ . Exprimer la quantité

$$\Delta n = \frac{dn_-}{dq}$$

extraite par coup de pompe, au moyen de l'expression établie à la question 9, en fonction de  $a$ ,  $n_0$ ,  $P$ ,  $P_0$  et  $P_L$ . Comment varie  $\frac{dn_-}{dq}$  au fur et à mesure que la pression dans l'enceinte se rapproche de  $P_L$ ?

11. On suppose maintenant que, par suite d'un défaut d'étanchéité, du gaz pénètre dans l'enceinte avec un débit faible mais constant  $\frac{dn_+}{dt}$ . Simultanément, la pompe est actionnée par un moteur lui faisant faire  $\frac{dq}{dt}$  coups par unité de temps. Donner alors l'expression de la nouvelle pression limite  $P'_L$  qui s'établit dans l'enceinte en fonction de  $P_0$ ,  $n_0$ ,  $\frac{dn_+}{dq}$  et des caractéristiques volumétriques de la pompe et de l'enceinte.