

TP22 – Pendule pesant

Jusqu'à présent, le mouvement des systèmes considérés en mécanique s'est toujours ramené à la description du mouvement de leur centre de masse. Certains phénomènes ne peuvent toutefois s'expliquer qu'en tenant compte du mouvement des autres points du système : les effets de marée et les effets (spin) au tennis en sont des exemples. Dans ce TP on s'intéresse au mouvement d'un pendule pesant et l'on cherche à mesurer son moment d'inertie.

Objectifs

- Utiliser une balance de précision.
- Repérer la position d'un centre de masse et mesurer un moment d'inertie à partir d'une période.
- Mettre en œuvre un accéléromètre, par exemple avec l'aide d'un microcontrôleur.
- **Réaliser l'étude énergétique d'un pendule pesant et mettre en évidence une diminution de l'énergie mécanique.**

Étude préliminaire

On considère le pendule pesant décrit dans le document 2.

- ✎ 1. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par l'angle θ s'écrit

$$J\ddot{\theta} + (mr + m_t r_t)g \sin \theta = 0.$$

- ✎ 2. Montrer que, dans le cas où $m_t \ll m$ et si les dimensions de la masselotte sont faibles (devant quoi?), on retrouve la période du pendule simple.
- ✎ 3. Ouvrir l'expérience « Gyroscope (vitesse angulaire) » de Phyphox et déterminer l'orientation des trois axes de la centrale inertielle du smartphone. Les représenter sur un schéma. Comparer les résultats obtenus à ceux du TP10 – Loi de Hooke.
- ✎ 4. Préparer un programme Python en vue de l'exploitation des résultats des mesures à réaliser lors du TP. En particulier : écrire les fonctions `moment_inertie(m, R, h, r, mt, Rt, ht, rt)` et `moment_inertie_periode(m, r, mt, rt, T)` qui renvoient le moment d'inertie du pendule pesant en fonction des paramètres mesurables.

Mesure du moment d'inertie

5. Proposer et mettre en œuvre deux protocoles permettant de mesurer le moment d'inertie du pendule pesant. Une comparaison quantitative entre les deux mesures est attendue.

APP ANA
REA VAL
COM

Étude énergétique

- ✎ 6. Exprimer les énergies cinétique \mathcal{E}_c et potentielle \mathcal{E}_p du pendule pesant. En déduire que son énergie mécanique \mathcal{E}_m s'écrit

$$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 + (mr + m_t r_t)g(1 - \cos \theta).$$

7. Proposer et mettre en œuvre un protocole permettant d'étudier l'évolution des énergies cinétique, potentielle et mécanique au cours du temps.

APP ANA
REA VAL
COM

Documents

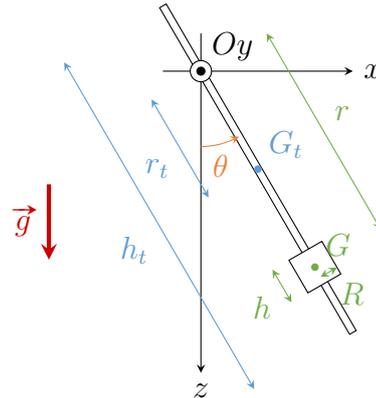
Document 1 – Matériel

- pendule pesant ;
- balance ;
- mètre à ruban et pied à coulisse ;
- smartphone (le vôtre!) + Phyphox ;
- ordinateur + Python ;
- élastiques.

Document 2 – Moment d'inertie du pendule pesant

Le pendule pesant utilisé en TP est formé de deux cylindres : une tige de masse m_t , de rayon R_t et de hauteur h_t ; une masselotte de masse m , de rayon R et de hauteur h .

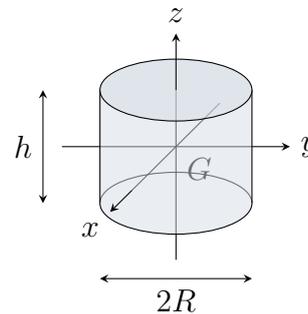
La tige est accrochée à une liaison pivot d'axe (Oy) . On peut ajuster les distances $r_t = OG_t$ et $r = OG$ entre l'axe de rotation et le centre de gravité de chaque cylindre. On note J le moment d'inertie du solide formé par les deux cylindres.



Moment d'inertie d'un cylindre

On donne les moments d'inertie d'un cylindre plein de masse m , de rayon R et de hauteur h , par rapport à ses axes de rotation.

$J_{Gx} = J_{Gy}$	J_{Gz}
$m \left(\frac{R^2}{4} + \frac{h^2}{12} \right)$	$\frac{1}{2}mR^2$



Théorème de Huygens

On considère un solide de centre de gravité G et de masse m . Le théorème de Huygens établit le lien entre le moment d'inertie J_{Oy} du solide par rapport à un axe (Oy) et J_{Gy} , moment d'inertie par rapport à l'axe (Gy) , de même direction que (Oy) mais passant par le centre de gravité du solide. On a

$$J_{Oy} = J_{Gy} + mOG^2.$$

D'après le théorème de Huygens, le moment d'inertie du pendule pesant par rapport à l'axe (Oy) est donc

$$J = J_{Oy} = m \left(r^2 + \frac{R^2}{4} + \frac{h^2}{12} \right) + m_t \left(r_t^2 + \frac{R_t^2}{4} + \frac{h_t^2}{12} \right).$$

Par ailleurs, on montre que pour des oscillations de faible amplitude, la période T du pendule est

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{(mr + m_tr_t)g}}.$$