TD T5 – Machines thermiques

★☆☆ Exercice 1 – Rafraichir sa cuisine en ouvrant le frigo

Un réfrigérateur est une machine thermique à écoulement, dans laquelle un fluide subit une série de transformations thermodynamiques cycliques. À chaque cycle le fluide extrait de l'intérieur du frigo un transfert thermique $|Q_{\text{int}}|$, cède un transfert thermique $|Q_{\text{ext}}|$ à la pièce dans laquelle se trouve le frigo et reçoit un travail $|W|$ fourni par un moteur électrique. On fait l'hypothèse que l'intérieur du réfrigérateur et l'air ambiant constituent deux thermostats aux températures respectives $T_{\text{int}} = 268\,\text{K}$ et $T_{\text{ext}} = 293\,\text{K}$ et qu'en dehors des échanges avec ces thermostats, les transformations sont adiabatiques.

1. Quel est le signe des énergies échangées ?
2. Lorsqu'il fait très chaud en été, est-ce une bonne idée d'ouvrir la porte de son frigo pour refroidir sa cuisine ? Justifier.
3. Pourquoi cela est-il possible avec un climatiseur ?

★☆☆ Exercice 2 – Pompe à chaleur domestique

On veut maintenir la température d'une maison à $T_1 = 20\,°\text{C}$ alors que la température extérieure est égale à $T_2 = 5\,°\text{C}$ en utilisant une pompe à chaleur. L'isolation thermique de la maison est telle qu'il faut lui fournir un transfert thermique égal à $20\,\text{MJ}$ par heure.

1. Rappeler le schéma de principe d'une pompe à chaleur ditherme et le sens réel des échanges d'énergie du fluide caloporteur.
2. Quel doit être le cycle thermodynamique suivi par le fluide pour que l'efficacité de la pompe à chaleur soit maximale ?
3. Définir et calculer l'efficacité théorique maximale de la pompe dans ces conditions. Quel est le sens physique de l'efficacité ?
4. En déduire la puissance électrique minimale consommée par la pompe à chaleur.
5. En supposant la température intérieure imposée, pour quelle température extérieure l'efficacité est-elle maximale ? Commenter.

★☆☆ Exercice 3 – Perte de performance d'un congélateur

Un congélateur neuf a un coefficient d'efficacité $e = 2{,}0$. Un appareil dans lequel on a laissé s'accumuler une couche de glace a une efficacité réduite. On suppose que l'effet de la couche de glace est de multiplier par deux l'entropie créée pour un même transfert thermique pris à la source froide. L'intérieur du congélateur est à $-20\,°\text{C}$ et la pièce dans laquelle il se trouve à $19\,°\text{C}$.

1. Calculer numériquement α, rapport entre l'efficacité du congélateur neuf et l'efficacité d'une machine réversible fonctionnant avec les mêmes sources.
2. Montrer que ce rapport devient, pour le réfrigérateur usagé :
$$\alpha' = \frac{\alpha}{2-\alpha}.$$
Calculer α' et l'efficacité réduite e'.

★★☆ Exercice 4 – Cogénération dans un chalet

On considère un chalet comportant deux installations : une chaudière utilisée pour le chauffage et un moteur ditherme à combustion externe utilisé pour la production d'électricité. Dans les deux cas, du bois est utilisé comme combustible. Les échanges d'énergie mis en jeu quotidiennement dans les deux installations sont donnés ci-dessous.

combustible consommé par la chaudière	$52\,\mathrm{kW\cdot h}$
transfert thermique fourni par la chaudière	$47\,\mathrm{kW\cdot h}$
combustible consommé par le moteur dans un enceinte à $400\,°\mathrm{C}$	$48\,\mathrm{kW\cdot h}$
travail fourni par le moteur	$14\,\mathrm{kW\cdot h}$
transfert thermique rejeté par le moteur dans l'atmosphère à $10\,°\mathrm{C}$	$34\,\mathrm{kW\cdot h}$

On suppose que la chaudière et le moteur constituent des systèmes indépendants.

1. Calculer le rendement du moteur ditherme. Le comparer au rendement maximal qu'il pourrait théoriquement atteindre.
2. Calculer le rendement de l'ensemble {chauffage + moteur}.

Pour améliorer le rendement global, l'énergie consommée par la chaudière est augmentée et cette dernière est alors utilisée à la fois pour le chauffage et pour l'alimentation du moteur. Un dispositif permet en outre de récupérer $80\,\%$ du transfert thermique rejeté dans l'atmosphère par le moteur pour le réinjecter dans le réseau de chauffage. Les besoins en chauffage et en électricité restent les mêmes que précédemment.

3. Quel doit être le transfert thermique quotidien fourni directement par la chaudière au chalet.
4. En déduire l'énergie consommée quotidiennement par la chaudière.
5. Calculer le rendement de l'association de cogénération {chauffage + moteur} et commenter le résultat obtenu.
6. La combustion du bois libère dans la chaudière un transfert thermique massique égal à $14\,\mathrm{MJ\cdot kg^{-1}}$. Quelle masse de bois doit-on bruler quotidiennement pour faire fonctionner l'association {chaudière + moteur} ?

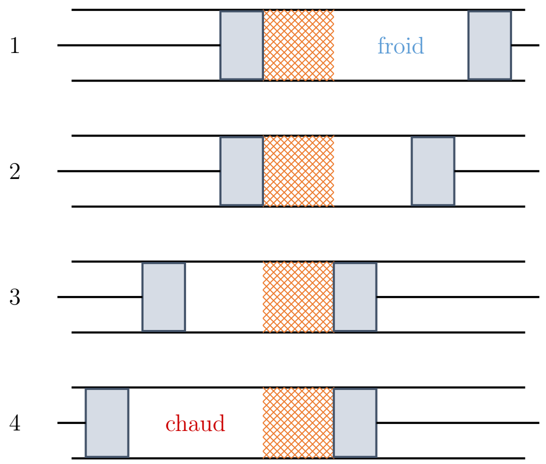
★★☆ Exercice 5 – Moteur de Stirling

Il existe plusieurs réalisations pratiques du moteur de Stirling. L'une d'elle a été présentée en cours. Sans régénérateur, celui étudié ici fonctionne sur le même cycle.

Le moteur de Stirling est constitué de deux chambres, une chaude et une froide, reliées par un régénérateur de volume constant pouvant être constitué de fils de cuivre tressés. Le gaz, en circuit fermé, reçoit un transfert thermique d'une source chaude (par exemple une chaudière à combustion) et cède un transfert thermique à la source froide (par exemple l'atmosphère). Le rôle du régénérateur, base de l'invention de Robert Stirling, est fondamental pour obtenir une bonne efficacité.

Dans son brevet original de 1816, Stirling explique que le gaz chaud entre dans la partie chaude du régénérateur et est progressivement refroidi durant son parcours pour ressortir par l'autre extrémité à une température presque identique à la température de la source froide. Dans le parcours inverse, le gaz est progressivement réchauffé. Cette astuce technologique permet d'avoir une partie des échanges thermiques internes au moteur. On considérera le cycle parcouru par $n = 40\,\mathrm{mmol}$ d'air, considéré comme un gaz parfait de rapport isentropique $\gamma = 1{,}4$.

Dans un premier temps, on néglige le régénérateur : les deux chambres ne font qu'une. Le cycle de Stirling est alors modélisé par la succession de deux isothermes et deux isochores à partir d'un état 1 ($P_1 = 1\,\text{bar}, T_1 = 300\,\text{K}$). Il est décrit comme suit :



- $1 \to 2$: compression isotherme réversible à $T_f = T_1$ jusqu'à l'état 2 où $V_2 = V_1/10$;
- $2 \to 3$: échauffement isochore au contact de la source chaude à $T_c = 600\,\text{K}$ jusqu'à l'état 3 de température $T_3 = T_c$;
- $3 \to 4$: détente isotherme réversible au contact de la source chaude à T_c jusqu'à l'état 4 de volume $V_4 = V_1$;
- $4 \to 1$: refroidissement isochore au contact de la source froide jusqu'à revenir à l'état 1.

1. Calculer les valeurs numériques de P , V et T pour chacun des quatre états.

2. Représenter le cycle dans le diagramme de Watt (P, V). Comment peut-on déterminer sans calcul si ce cycle est moteur ou récepteur ?

3. Calculer pour chaque étape le travail et le transfert thermique reçus par le gaz.

4. Commenter ces résultats : a-t-on bien un cycle moteur ?

5. Quel est, sur le plan énergétique, la production de ce système sur un cycle ? Quel est le coût énergétique ? En déduire l'expression du rendement en fonction de T_f, T_c et γ. Faire l'application numérique.

6. Calculer l'entropie créée au sein du système au cours du cycle. Quel type d'irréversibilité entre en jeu ?

python

7. Le programme `tdT5-stirling.py` représente le diagramme de Clapeyron du cycle de Stirling idéal représenté précédemment, ainsi qu'une simulation d'un cycle plus réaliste pour le même moteur (les valeurs choisies sont différentes mais l'allure est identique). Comparer qualitativement le travail fourni par chacun de ces cycles. Justifier. Conclure quant à la puissance fournie par le moteur « réel » par rapport à celle du moteur idéal.

L'invention du régénérateur par Stirling a permis d'améliorer considérablement le rendement de la machine précédente. Son idée est de faire en sorte que le gaz échange du transfert thermique au cours des transformations $2 \to 3$ et $4 \to 1$ non pas avec les thermostats mais avec un système, le régénérateur, qui n'échange aucune énergie autrement qu'avec le gaz au cours de ces deux transformations.

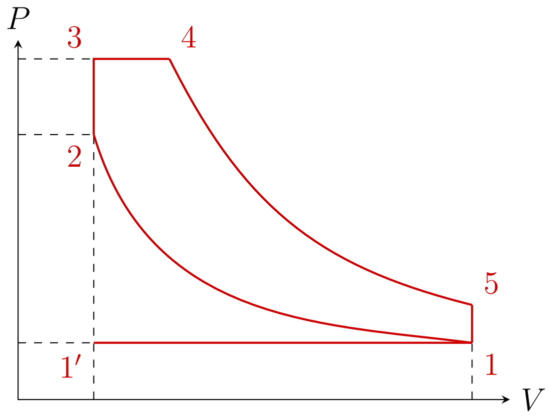
8. Justifier l'idée de Stirling.

9. Que vaut le rendement dans ces conditions ? Ce rendement peut-il être amélioré sans changer les sources ?

★★☆ Exercice 6 – Moteur diesel à double combustion

Dans les moteurs Diesel à double combustion, le cycle décrit par le mélange air-carburant est modélisé par celui d'un système fermé dont l'allure est représentée ci-dessous.

Après la phase d'admission $1' \to 1$ qui amène le mélange au point 1 du cycle, celui-ci subit une compression adiabatique supposée réversible jusqu'au point 2. Le volume V_m est alors minimal. Après injection du carburant en 2, la combustion s'effectue d'abord de façon isochore de 2 à 3 puis se poursuit de façon isobare de 3 à 4. La phase de combustion est suivie d'une détente adiabatique à nouveau prise réversible de 4 à 5, puis d'une phase d'échappement isochore $5 \to 1$, puis isobare $1 \to 1'$.



Au point 1 du cycle, la pression $P_m = 1{,}0\,\mathrm{bar}$ et la température $T_m = 293\,\mathrm{K}$ sont minimales, tandis que le volume V_M est maximal. La pression maximale, aux points 3 et 4, est $P_M = 60\,\mathrm{bar}$ et la température maximale, au point 4, vaut $T_M = 2073\,\mathrm{K}$. Le rapport volumétrique de compression vaut $\beta = V_M/V_m = 17$.

On suppose que le mélange air-carburant se comporte exactement comme l'air, c'est-à-dire comme un gaz parfait diatomique de masse molaire $M = 29\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$ et de capacités thermiques respectives C_p et C_v, et on note $\gamma = C_\mathrm{p}/C_\mathrm{v} = 1{,}4$.

1. Exprimer les températures T_2, T_3 et T_5 en fonction de P_m, P_M, T_m, T_M et β. Faire les applications numériques.
2. Exprimer le transfert thermique massique q_c reçu par l'air au cours de la phase de combustion $2 \to 4$ en fonction de M, γ, T_2, T_3, T_4 et R la constante des gaz parfaits. Faire l'application numérique.
3. Exprimer le transfert thermique massique q_f échangé avec le milieu extérieur entre les points 5 et 1 en fonction de M, R, γ, T_1 et T_5. Faire l'application numérique.
4. En déduire le travail massique w échangé au cours d'un cycle.
5. Définir et calculer le rendement de ce moteur. Commenter la valeur trouvée.
6. Représenter graphiquement le cycle dans le diagramme (P, V) avec Python.

python

★★★ Exercice 7 – Quand les thermostats n'en sont pas...

Dans les deux exercices suivants, on considèrera des cycles « infinitésimaux » où le fluide échange un travail élémentaire δW et des transferts thermiques élémentaires δQ_c et δQ_f avec l'extérieur. La durée des cycles étant courte devant le temps caractéristique d'évolution de la température des sources, on pourra considérer que la température des pseudo-sources reste quasi-constante au cours d'un cycle.

Travail récupérable entre deux pseudo-sources

On dispose de deux récipients calorifugés contenant chacun une masse $m = 10^3\,\mathrm{kg}$ d'eau liquide. Initialement, l'un est à la température $T_{10} = 360\,\mathrm{K}$, l'autre à la température $T_{20} = 280\,\mathrm{K}$. Chacun de ces récipients sert de pseudo-source à un moteur thermique.

On souhaite évaluer le travail maximal récupérable.

1. En considérant un cycle infinitésimal, montrer l'égalité : $\frac{\mathrm{d}T_1}{T_1} + \frac{\mathrm{d}T_2}{T_2} = 0$. En déduire la température finale des pseudo-sources au bout d'un temps long.

2. En déduire le travail maximal récupérable. Faire l'application numérique.

Chauffage d'une piscine

On souhaite chauffer l'eau d'une piscine avec une pompe à chaleur. Le volume de la piscine est de $100\,\mathrm{m^3}$, sa température $\theta_p = 20\,°\mathrm{C}$. La température de l'air extérieur (source froide) est $\theta_a = 18\,°\mathrm{C}$.

3. Calculer le travail électrique minimum à fournir à la pompe à chaleur pour que l'eau atteigne la température $\theta_f = 30\,°\mathrm{C}$.

4. Calculer l'efficacité thermique pour un fonctionnement réversible.

5. Quelle aurait été l'élévation de température de l'eau de la piscine si la même énergie avait été employée pour alimenter une simple résistance chauffante ?

Coups de pouce

Ex. 1 3. À quoi correspondent les sources dans le modèle du réfrigérateur ? Et pour un climatiseur ?
Ex. 2 Cours, cours cours....
Ex. 3 2. Exprimer l'efficacité des congélateurs en fonction de l'entropie créée au cours d'un cycle.
Ex. 4 Prendre le temps de bien lire et comprendre l'énoncé pour identifier correctement les échanges d'énergie.
Ex. 5 1. Représenter le cycle à l'aide d'un schéma-bloc. 3. Calculer le travail, avec pour une isoT $\to P =$ cste$/V$, puis appliquer le premier principe. 8. Les isochores deviennent adiabatiques... 9. Un cycle formé de deux isoT et de deux isoS...
Ex. 6 1. Manipuler la loi des GP et la loi de Laplace.
Ex. 7 1. Faire le lien entre les transferts thermiques reçus par le moteur et les variations infinitésimales de température des pseudo-sources. Intégrer la relation obtenue. Que peut-on dire de la température des pseudo-sources au bout d'un temps long ? 3. Écrire les principes pour la {PAC} et la {piscine}.

✓ Éléments de correction

Ex. 1 1. $W > 0$, $Q_{\text{int}} > 0$, $Q_{\text{ext}} < 0$; 2. Non ! $-Q_{\text{int}} + |Q_{\text{ext}}| = W > 0$.
Ex. 2 2. Carnot ; 3. $e = \frac{|Q_c|}{W} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} = 19{,}5$; 4. $\mathcal{P}_{\text{élec}} = \frac{\mathcal{P}_{\text{th}}}{e} \approx 0{,}28\,\mathrm{kW}$.
Ex. 3 1. $\alpha = \dfrac{e}{e_C} = e\dfrac{T_c - T_f}{T_f} = 0{,}31$; 2. $\alpha' = \frac{\alpha}{2-\alpha} = 0{,}18$, $e' = 1{,}2$.
Ex. 4 1. $\eta = \left|\frac{W}{Q_c}\right| = \frac{14}{48} = 0{,}29 = \eta_C/2$; 2. $\eta_{\text{global}} = \frac{47+14}{52+48} = 0{,}61$; 3. $Q'_{\text{chalet}} = Q_{\text{chalet}} - 0{,}8Q_f = 20\,\mathrm{kW\cdot h}$; 4. $Q'_{\text{chaud}} = \frac{Q_c + Q'_{\text{chalet}}}{\eta_{\text{chaud}}} = 75\,\mathrm{kW\cdot h}$; 5. $\eta'_{\text{global}} = \frac{W + Q_{\text{chalet}}}{Q'_{\text{chaud}}} = 0{,}81$; 6. $\frac{75\times10^3\times3600}{14\times10^6} = 19\,\mathrm{kg}$.
Ex. 5 1. $P_1 = 1\,\mathrm{bar}$, $V_1 = 1{,}0\,\mathrm{L}$, $T_1 = 300\,\mathrm{K}$; $P_2 = 10\,\mathrm{bar}$, $V_2 = 0{,}10\,\mathrm{L}$, $T_2 = 300\,\mathrm{K}$; $P_3 = 20\,\mathrm{bar}$, $V_3 = 0{,}10\,\mathrm{L}$, $T_3 = 600\,\mathrm{K}$; $P_4 = 2\,\mathrm{bar}$, $V_4 = 1{,}0\,\mathrm{L}$, $T_4 = 600\,\mathrm{K}$; 3. $W_{1\to2} = -Q_{1\to2} = nRT_f \ln 10 = 0{,}23\,\mathrm{kJ}$; $W_{2\to3} = 0$, $Q_{2\to3} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_c - T_f) = 0{,}25\,\mathrm{kJ}$; $W_{3\to4} = -Q_{3\to4} = -nRT_c \ln 10 = -0{,}46\,\mathrm{kJ}$; $W_{4\to1} = 0$, $Q_{4\to1} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_f - T_c) = -0{,}25\,\mathrm{kJ}$; 4. $W = W_{1\to2} + W_{3\to4} = -0{,}23\,\mathrm{kJ} < 0$; 5. $\eta = -\frac{W_{1\to2}+W_{3\to4}}{Q_{2\to3}+Q_{3\to4}} = \frac{(T_c - T_f)\ln 10}{\frac{1}{\gamma-1}(T_c - T_f) + T_c \ln 10} = 0{,}32$; 6. $S_c = \frac{nR}{\gamma-1}\left(\frac{T_c}{T_f} + \frac{T_f}{T_c} - 2\right) = 0{,}42\,\mathrm{J\cdot K^{-1}}$; 9. $\eta' = -\frac{W_{1\to2}+W_{3\to4}}{Q_{3\to4}} = 1 - \frac{T_f}{T_c} = 0{,}5$.
Ex. 6 1. $T_2 = T_m\beta^{\gamma-1} = 910\,\mathrm{K}$; $T_3 = \frac{T_m P_M}{\beta P_m} = 1034\,\mathrm{K}$; $T_5 = T_M\left(\frac{P_m T_M}{P_M T_m}\right)^{\gamma-1} = 882\,\mathrm{K}$; 2. $q_c = \frac{R}{M(\gamma-1)}(T_3 - T_2 + \gamma(T_4 - T_3)) = 1{,}1\times10^3\,\mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}$; 3. $q_f = \frac{R}{M(\gamma-1)}(T_1 - T_5) = -4{,}2\times10^2\,\mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}$; 4. $w = -q_c - q_f = -7{,}1\times10^2\,\mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}$; 5. $\eta = -\frac{w}{q_c} = 0{,}63$;
Ex. 7 1. $T_f = \sqrt{T_{10}T_{20}}$; 2. $|W| = -mc(2T_f - T_{10} - T_{20}) = 25\,\mathrm{MJ}$; 3. $W = mc(T_f - T_p) - mcT_a \ln\left(\frac{T_f}{T_p}\right)$; 4. $e = \frac{mc(T_f - T_p)}{W} = 43$; 5. $\Delta T = \frac{T_f - T_p}{e} = 0{,}23\,\mathrm{K}$.

Exercice 8 – Résolution de problème

Vous achetez six bouteilles de 1 L de jus de fruit que vous rangez dans votre réfrigérateur. Une heure plus tard, elles sont à la température du frigo.

Combien vous coûte ce refroidissement ?

Données :

- *l'efficacité thermodynamique du réfrigérateur vaut* 70 % *de l'efficacité de Carnot ;*
- *l'isolation imparfaite du réfrigérateur se traduit par des fuites thermiques de puissance* 10 W *;*
- *tarif EDF :* $1\,\mathrm{kW\cdot h}$ *coûte* 0,15 €.

Exercice 9 – Pompe à chaleur et source variable – Oral CCP

Un particulier utilise une pompe à chaleur réversible pour maintenir une température constante $\theta_1 = 18\,°\mathrm{C}$ à l'intérieur de sa maison. La source froide est l'air extérieur.

1. Quelle est l'efficacité de la pompe à chaleur si l'air extérieur est à une température $\theta_a = 15\,°\mathrm{C}$?
2. Le particulier coupe l'alimentation de la pompe pendant 2 jours et la température intérieure descend à $\theta_0 = 16\,°\mathrm{C}$. Il rallume alors la pompe pour ramener rapidement la température à $\theta_1 = 18\,°\mathrm{C}$.

   Déterminer le rapport W_e/W_p, où W_e représente l'énergie électrique qui aurait été consommée par un chauffage direct avec des radiateurs électriques, et W_p l'énergie consommée par la pompe pour le chauffage. *On considèrera un succession de cycles infinitésimaux tels que chacun se réalise à une température quasi-constante.* Commenter.