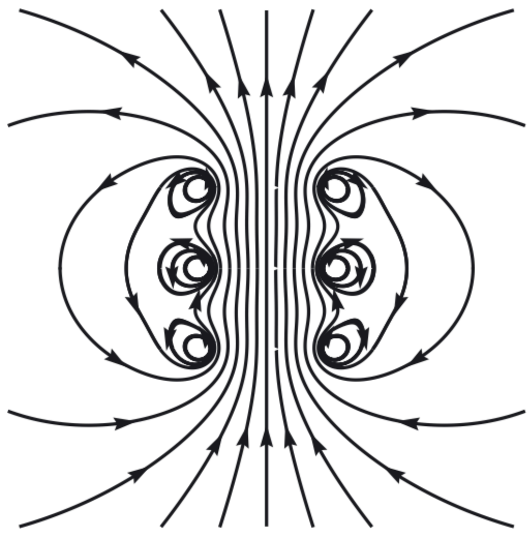
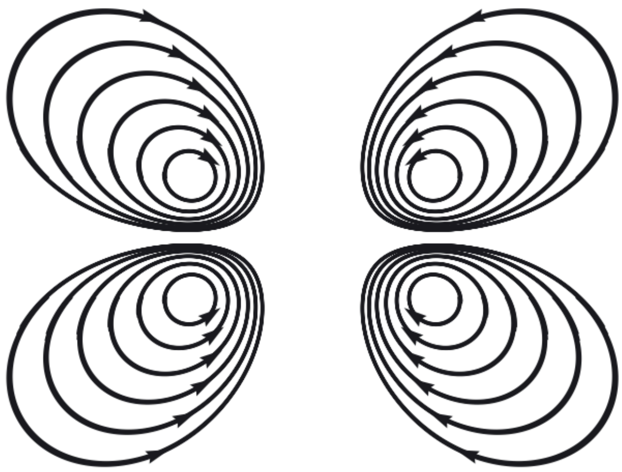
TD I1 – Champ magnétique

★☆☆ Exercice 1 – Cartes de champ

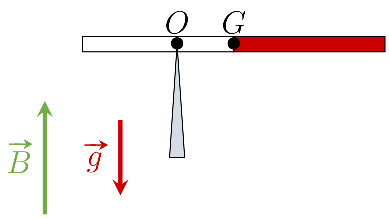
Les champs magnétiques représentés ci-dessous sont obtenus avec des courants électriques. Dans les deux cas, indiquer la position des sources, le sens du courant, les zones de champ fort et faible, et le cas échéant s'il existe une zone de l'espace où le champ magnétique est uniforme.





★☆☆ Exercice 2 – Équilibre d'une aiguille aimantée

Un aimant très fin, de moment magnétique μ et de masse m, repose en équilibre au sommet O d'une pointe. Il est soumis à un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ et à la gravité. Évaluer la distance $d = OG$ pour que l'aimant reste en équilibre vertical.



★☆☆ Exercice 3 – Rail de Laplace incliné

On reprend l'expérience des rails de Laplace, mais cette fois en considérant le cas où ils forment un angle $\alpha = 30°$ avec la verticale. Le champ magnétique $\vec{B}$ est supposé stationnaire, uniforme, vertical, dirigé vers le haut et de norme 150 mT. Le barreau des rails de Laplace pèse 8,0 g et est long de $\ell = 12$ cm. On néglige tout frottement, ainsi que les phénomènes d'induction.

1. Faire un schéma du dispositif en représentant les différentes forces agissant sur le barreau mobile. Indiquer le sens du courant pour que la force de Laplace retienne le barreau.
2. Déterminer l'intensité I_0 du courant qui permet l'équilibre du barreau.
3. On suppose que le courant a l'intensité I_0 déterminée précédemment. On communique au barreau un vitesse initiale v_0 dirigée vers le haut. Déterminer son mouvement ultérieur.

★★☆ Exercice 4 – Mesure du champ magnétique terrestre

Donnée : le champ magnétique créé par un fil infini parcouru par un courant I s'exprime, dans un système de coordonnées cylindriques d'axe z orienté par le sens conventionnel du courant, par

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{e_\theta}$$

où $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{H\cdot m^{-1}}$. On admet que le champ créé par le fil du dispositif d'Ørsted est convenablement décrit par cette expression.

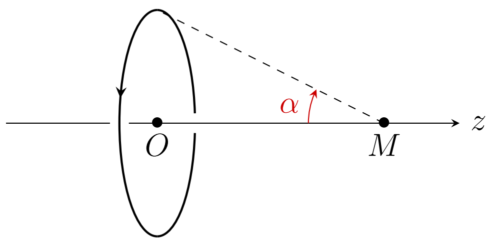
On souhaite établir un protocole permettant de mesurer la composante horizontale locale du champ magnétique terrestre à Paris en exploitant le principe de superposition des champs magnétostatiques. On dispose pour cela d'un appareil similaire à celui représenté ci-dessus, formé d'un fil de cuivre rigide en dessous duquel est placé une aiguille aimantée, d'un générateur, d'un ampèremètre et de câbles.

1. Pourquoi ne peut-on effectuer directement la mesure à l'aide d'un teslamètre ?
2. On suppose que le fil est parcouru par un courant d'intensité $I = 1\,\mathrm{A}$. Calculer la valeur du champ magnétique à $r = 2\,\mathrm{cm}$ du fil.
3. Décrire et schématiser l'expérience à réaliser en vous servant du matériel mis à votre disposition, exception faite du teslamètre.
4. Préciser les mesures à réaliser.
5. Donner un ordre de grandeur des grandeurs physiques à employer pour réaliser l'expérience.

★★☆ Exercice 5 – Champ créé par une spire sur son axe

Une spire de centre O et de rayon R, parcourue par un courant d'intensité I, crée en tout point M de son axe (Oz) un champ parallèle à $\vec{e_z}$ de norme

$$B(M) = \frac{\mu_0 |I|}{2R}\sin^3\alpha,$$



avec $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{H\cdot m^{-1}}$. L'angle α est l'angle sous lequel est vue la spire depuis le point M.

1. Le sens positif du courant est celui indiqué sur la figure. En déduire l'expression de $\vec{B}(M)$. Représenter l'allure des lignes de champ au voisinage de la spire.
2. Exprimer $B(z)$ en fonction de la coordonnée z de M. Représenter graphiquement $B(z)$.
3. Comparer la norme du champ magnétique à $10\,\mathrm{cm}$ du centre de la spire à celle du champ magnétique terrestre, sachant que $R = 20\,\mathrm{cm}$ et $I = 0{,}5\,\mathrm{A}$.
4. Exprimer le moment magnétique $\vec{m}$ de la spire et calculer sa norme. Comparer au moment magnétique d'un aimant.

5. Montrer que lorsque le point M est très éloigné de la spire ($z \gg R$), le champ sur l'axe s'exprime directement en fonction du moment magnétique $\vec{m}$ sans faire intervenir ni l'intensité I, ni le rayon R.

★★☆ Exercice 6 – Force de Laplace entre deux fils parallèles

Deux fils parallèles distants de a sont parcourus par le même courant d'intensité I. Pour évaluer le champ magnétique créé par l'un des fils, on se placera dans l'approximation d'un fil infini. Dans le repère cylindrique où (Oz) correspond à l'axe du fil, le champ est alors donné par la relation $\vec{B}(M) = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{e_\theta}$, avec $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{H \cdot m^{-1}}$.

1. Pour que la force exercée par un fil sur l'autre soit attractive, les courants doivent-ils être dans le même sens ou en sens opposés ?
2. Donner l'expression de la force de Laplace qui s'exerce sur une longueur ℓ de fil. Comment cette force dépend-elle de l'intensité du courant I ?
3. Calculer numériquement cette force pour une longueur $\ell = 20\,\mathrm{cm}$ de fil, les fils étant distants de $a = 1\,\mathrm{cm}$ et le courant valant $I = 12\,\mathrm{A}$.
4. Calculer la valeur de l'intensité I nécessaire, pour que la distance entre les fils étant de $1\,\mathrm{m}$, la force d'attraction entre les deux fils soit égale à $2 \times 10^{-7}\,\mathrm{N}$, par mètre de fil.
5. Commenter à la lumière de la lecture de la définition historique de l'ampère bipm.org.

★★☆ Exercice 7 – Aimantation

On donne l'ordre de grandeur de l'aimantation de quelques matériaux magnétiques utilisés pour fabriquer des aimants permanents. L'aimantation d'un matériau est définie comme le moment magnétique volumique, soit le moment magnétique d'un échantillon de ce matériau divisé par son volume.

Matériau	**Aimantation ($\mathbf{kA \cdot m^{-1}}$)**
AlNiCo 200	600
Ferrite 1000	1700
NdFeB	2000 à 4000
SmCo 5	2000 à 3000
SmCo 17	3500 à 5000

1. Rappeler la dimension du moment magnétique et vérifier que l'unité de l'aimantation donnée dans le tableau est cohérente avec la définition de l'aimantation.
2. Rappeler l'ordre de grandeur du moment magnétique d'un aimant permanent.
3. Considérons un aimant rond NdFeB (néodyme, fer, bore) d'épaisseur $e = 10\,\mathrm{mm}$ et de rayon $R = 5\,\mathrm{mm}$. Calculer son moment magnétique.
4. Combien de spires de même rayon R et parcourues par un courant d'intensité $I = 100\,\mathrm{mA}$ faudrait-il bobiner pour obtenir le même moment magnétique ?
5. Les matériaux pour fabriquer des aimants permanents doivent-ils posséder une aimantation forte ou faible ? Justifier en comparant les tailles caractéristiques des aimants réalisés avec les différents matériaux, qui auraient le même moment magnétique que celui donné à la question 2.

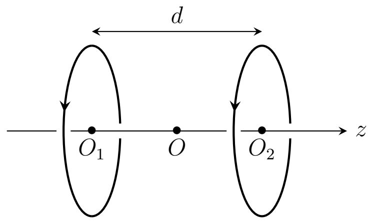
★★★ Exercice 8 – Bobines de Helmholtz

Deux bobines identiques ont le même axe de symétrie (Oz) et sont placées symétriquement par rapport au point O. Elles comportent chacune N spires circulaires de même rayon R et parcourues par la même intensité I dans le sens positif autour de (Oz). Chaque spire crée sur son axe un champ magnétique dont la norme est donnée dans l'Ex 5. Les champs magnétiques des spires s'ajoutent vectoriellement en chaque point M de l'espace.

Le champ créé par **une** bobine de N spires de centre O_1 s'exprime donc :

$$\vec{B}_1(z) = \frac{\mu_0 N I}{2R} \sin^3 \alpha_1 \vec{e_z},$$

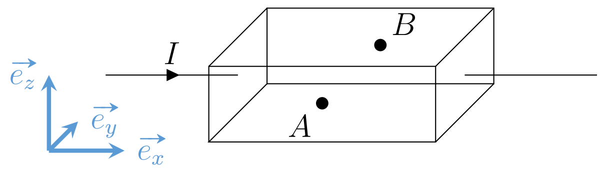
où α_1 est l'angle sous lequel est vu la bobine 1 depuis un point M de l'axe (O_1z).



1. Le champ magnétique en un point M quelconque de l'axe (Oz) est $\vec{B}(M) = B(z)\vec{e_z}$. Donner l'expression de $B(z)$ en fonction de μ_0, N, I, R, $d = O_1O_2$ et z.
2. Représenter l'allure de la courbe $B(z)$ dans les deux cas $d \ll R$ et $d \gg R$. On pourra vérifier ces réponses à l'aide du programme `chapI1-helmholtz.py`.
3. On montre que (Montrer que ?), pour $d = R$, $\dfrac{\mathrm{d}^2 B}{\mathrm{d}z^2}(0) = 0$. En déduire que dans ce cas, $B(z) = B(0) + o(z^3)$. Quel est l'intérêt pratique de cette configuration ?
4. Calculer $B(0)$ pour $R = d = 20\,\text{cm}$, $N = 100$ et $I = 0{,}50\,\text{A}$.
5. Discuter de la situation où l'on inverse le sens du courant dans l'une des deux bobines.

★★★ Exercice 9 – Effet Hall et force de Laplace

On s'intéresse à une portion de conducteur représentée ci-contre, d'axe (Ox), de section S, parcourue par un courant d'intensité I et soumise à un champ $\vec{B} = B\vec{e_z}$ uniforme et stationnaire. On maintient le conducteur immobile.



1. À l'aide d'un bilan des forces subies par un électron, justifier que les faces A et B sont chargées. Indiquer le signe de cette charge.
2. La présence de charges implique celle d'un champ électrique, dit **champ de Hall** selon l'axe transverse : $\vec{E} = E\vec{e_y}$. Déterminer l'expression de ce champ une fois le régime stationnaire atteint. On fera apparaitre la vitesse $\vec{u}$ des électrons dans le conducteur et on justifiera leur sens de déplacement.
3. On lâche le conducteur : que se passe-t-il ?

On cherche à faire le lien entre l'effet Hall et la force de Laplace.

4. En présence de ce champ de Hall, donner la force subie par un ion du réseau.
5. En déduire la force élémentaire subie par une portion $\mathrm{d}\ell$ de conducteur.
6. Montrer que l'on retrouve l'expression connue de la force élémentaire de Laplace.

Coups de pouce

Ex. 2 Quel théorème est le plus pertinent : PFD, TEC, TEM ou TMC ?
Ex. 3 3. Que peut-on dire de la résultante des forces subies par le barreau ?
Ex. 4 1. La sensibilité des teslamètres ordinaires est de l'ordre de 0,1 mT. 3. Comment orienter le fil pour que la présence d'un courant électrique dans le fil créé un champ magnétique qui puisse dévier l'aiguille ? 5. Que se passe-t-il si l'intensité du courant est trop faible ? Et si elle est trop forte ?
Ex. 5 2. Un peu de trigonométrie ? 5. Faire un DL à l'ordre 0 en $R/z \ll 1$.
Ex. 7 5. Si l'on note L la taille caractéristique de l'aimant, quel est l'ordre de grandeur de son volume ?

Ex. 8 Faire l'Ex. 5 avant. 1. Appliquer le principe de superposition. 3. Étudier la parité de $B(z)$: que peut-on en déduire sur son DL ?

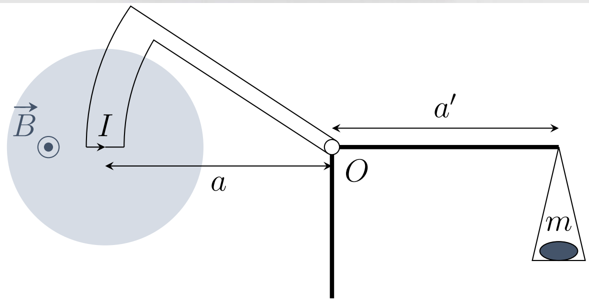
Ex. 9 2. En régime permanent, quelle est nécessairement la trajectoire des électrons. 3. Le métal peut être modélisé par un réseau cristallin d'ions positifs au travers duquel se déplacent les électrons de conduction. 5. Quel est le lien entre la densité de charges positives et de charges négatives ?

✓ Éléments de correction

Ex. 2 $d = \frac{\mu B}{mg}$.
Ex. 3 2. $I_0 = \frac{mg}{\ell B}\frac{1}{\tan\alpha} = 7{,}6\,\mathrm{A}$.
Ex. 4 2. $B = 10\,\mu\mathrm{T}$.
Ex. 5 1. $\vec{B}(M) = \dfrac{\mu_0 I}{2R}\sin^3\alpha\,\vec{e_z}$; 2. $B(z) = \frac{\mu_0 I}{2}\frac{R^2}{(R^2+z^2)^{3/2}}$; 3. $B = 1{,}1\times 10^{-6}\,\mathrm{T} \approx B_T/50$; 4. $\vec{m} = \pi R^2 I\vec{e_z}$, $m = 6{,}3\times 10^{-2}\,\mathrm{A\cdot m^2}$; 5. $\vec{B}(z) \approx \frac{\mu_0}{2\pi z^3}\vec{m}$.
Ex. 6 1. même sens ; 2. $\|\vec{F}_{\mathrm{Lap}}\| = -\frac{\mu_0 I^2 \ell}{2\pi a}$; 3. $F_{\mathrm{Lap}} = 5{,}8\times 10^{-4}\,\mathrm{N}$; 4. $I = \sqrt{\frac{2\pi a F_{\mathrm{Lap}}}{\mu_0 \ell}} = 1\,\mathrm{A}$.
Ex. 7 1. $[\mu] = \mathrm{I}\cdot\mathrm{L}^2$; 2. $10\,\mathrm{A\cdot m^2}$; 3. $\mu = \pi R^2 eM = 2{,}4\,\mathrm{A\cdot m^2}$; 4. $I\pi R^2 = 7{,}9\,\mu\mathrm{A\cdot m^2}$, donc 300 000 spires ; 5. $L \sim (\mu/M)^{1/3}$.
Ex. 8 1. $B(z) = \frac{\mu_0 N I R^2}{2\left(R^2+\left(z+\frac{d}{2}\right)^2\right)^{3/2}} + \frac{\mu_0 N I R^2}{2\left(R^2+\left(z-\frac{d}{2}\right)^2\right)^{3/2}}$; 3. $B(z) \underset{z=0}{=} B(0) + \cancel{z\left(\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}z}\right)_{z=0}} + \cancel{\frac{z^2}{2}\left(\frac{\mathrm{d}^2B}{\mathrm{d}z^2}\right)_{z=0}} + \cancel{\frac{z^3}{3!}\left(\frac{\mathrm{d}^3B}{\mathrm{d}z^3}\right)_{z=0}} + o(z^3)$; 4. $B(0) = \frac{8}{5\sqrt{5}}\frac{\mu_0 N I}{R} = 2{,}2\times 10^{-4}\,\mathrm{T}$.
Ex. 9 1. $V_A < V_B$; 2. $E = -uB$; 4. $\vec{F}_{\mathrm{ion}} = -euB\vec{e_y}$; 5. $\overrightarrow{\mathrm{d}F} = -neuS\mathrm{d}\ell B\vec{e_y}$; 6. $I = neuS$, d'où $\overrightarrow{\mathrm{d}F}_{\mathrm{Lap}} = \overrightarrow{\mathrm{d}F}$.

Exercice 10 – Balance de Cotton – Mines PSI 2016

La balance de Cotton est un dispositif ancien, développé au tout début du XX^e siècle par Aimé Cotton pour mesurer avec précision des champs magnétiques. Elle est constituée de deux bras rigidement liés l'un à l'autre en O. La partie de gauche comprend sur sa périphérie un conducteur métallique qui est parcouru par un courant et dont une partie est placée dans le champ magnétique uniforme et permanent à mesurer, représenté par la zone grisée. Dans cette partie, les conducteurs aller et retour sont des arcs de cercle de centre O, reliés par une portion horizontale de longueur ℓ. La partie droite comporte un plateau sur lequel est déposée une masse m afin d'équilibrer la balance. La balance peut tourner sans frottement dans le plan de la figure autour du point O. À vide, c'est-à-dire sans champ magnétique ni masse m, la position du plateau est ajustée afin que la balance soit à l'équilibre avec le bras de droite parfaitement horizontal.



1. Montrer que le moment en O des forces de Laplace s'exerçant sur les parties en arc de cercle est nul.
2. À l'équilibre, en présence de courant et de champ magnétique, établir l'expression du moment en O des forces de Laplace.
3. En déduire la relation entre la masse m à poser sur le plateau pour retrouver la configuration d'équilibre et le champ magnétique B, à exprimer en fonction de a, a', ℓ, I et de l'intensité de la pesanteur g.
4. La sensibilité de la balance étant de $\delta m = 0{,}05\,\mathrm{g}$, en déduire la plus petite valeur de B mesurable pour $a = a' = 25\,\mathrm{cm}$, $\ell = 5\,\mathrm{cm}$ et $I = 5\,\mathrm{A}$. En comparant cette valeur avec une ou des références connues, conclure quant à l'utilisabilité de la balance.

python Exercice 11 – Mesure du champ magnétique terrestre (bis)

On souhaite mesurer la norme de la composante horizontale $\overrightarrow{B_h}$ du champ magnétique terrestre, à Paris, en mesurant la déviation α d'une aiguille aimantée en présence d'un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ horizontal, orthogonal à $\overrightarrow{B_h}$ et de norme connue. On utilise pour cela deux bobines en configuration de Helmoltz et parcourues par un courant d'intensité I dont l'intensité I est mesurée à l'aide d'un ampèremètre.

1. Faire un schéma du dispositif, dans le cas où $I = 0$, puis pour une intensité quelconque en faisant apparaitre l'angle α.
2. Justifier l'intérêt d'utiliser la configuration de Helmoltz.
3. Au centre des bobines, le champ magnétique est la somme du champ magnétique terrestre et du champ créé par les bobines. En déduire une expression reliant α, B et B_h.

Un expérimentateur a relevé les données des fichiers (disponibles sur CdP) :

- `etalonnage.csv` qui contient les valeurs de l'intensité du champ magnétique B mesurée avec un teslamètre au centre des bobines, en fonction de l'intensité du courant I qui parcourt les bobines mesurée à l'aide d'un ampèremètre. Cette mesure est réalisée avec un courant fort pour permettre une sensibilité correcte des mesures de champ magnétique ;
- `mesure.csv` qui contient les valeurs de la déviation α mesurée à partir de la position correspondant à $I = 0$, en fonction de l'intensité du courant I.

Il fournit également une ébauche de programme `tdI1_champmagterre.py` permettant de récupérer les données de ces fichiers pour les exploiter avec Python.

4. Représenter graphiquement B en fonction de I à partir des données d'étalonnage. Que remarque-t-on ? En déduire une fonction `etalon(I)` qui renvoie l'intensité du champ magnétique créé par les bobines de Helmoltz en fonction de l'intensité du courant qui les parcours.
5. À l'aide des mesures et d'une représentation graphique pertinente, déterminer la valeur de la norme de la composante horizontale du champ magnétique terrestre. Comparer à la valeur attendue, sachant qu'à Paris, le champ magnétique terrestre est incliné d'environ $65°$ par rapport à l'horizontale.
6. Les mesures utilisées précédemment ont été obtenues avec une aiguille aimantée de $5\,\mathrm{cm}$ de longueur et les bobines Jeulin. Un autre essai a été réalisé en catastrophe avec la même aiguille et deux bobines identiques à celles utilisées en électrocinétique, pour aboutir aux données (déjà étalonnées) du fichier `crappy_data.csv`. Discuter les résultats obtenus.