Mesures et incertitudes

Table des matières

Ce qu'il faut savoir et savoir faire

→ Identifier les incertitudes liées, par exemple, à l'opérateur, à l'environnement, aux instruments ou à la méthode de mesure.
→ Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une approche statistique (évaluation de type A).
→ Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une autre approche que statistique (évaluation de type B).
→ Associer un intervalle de confiance à l'écart-type dans l'hypothèse d'une distribution suivant la loi normale.
→ Évaluer l'incertitude-type d'une grandeur s'exprimant en fonction d'autres grandeurs, dont les incertitudes-types sont connues, à l'aide d'une somme, d'une différence, d'un produit ou d'un quotient.
→ Comparer entre elles les différentes contributions lors de l'évaluation d'une incertitude-type composée.
→ Écrire, avec un nombre adapté de chiffres significatifs, le résultat d'une mesure.
→ Comparer deux valeurs dont les incertitudes-type sont connues à l'aide de leur écart normalisé.
→ Analyser les causes d'une éventuelle incompatibilité entre le résultat d'une mesure et le résultat attendu par une modélisation.

L'exploitation des mesures en TP se fera souvent avec Python. Quelques commandes utiles sont indiquées au fur et à mesure du document, elles seront mises en pratiques rapidement.

Lors d'un processus de mesure, ou **mesurage**, on cherche à déterminer la valeur d'une grandeur physique X, ou **mesurande**. Dans le cas *idéal* d'un mesurage parfait, on a accès à la **valeur vraie** X_v de cette grandeur. Toutefois, le résultat d'un mesurage *réel* donne une valeur x qui diffère de la valeur vraie, notamment car des grandeurs autres que le mesurande ont un effet sur le résultat du mesurage : ce sont les **grandeurs d'influences**. On définit alors l'**erreur de mesure** ε comme l'écart entre le résultat du mesurage et la valeur vraie : $\varepsilon = x - X_v$.

1 Variabilité de la mesure

1.1 Exemple de la mesure d'une résistance

Avec un ohmmètre relié à un ordinateur, on réalise 2000 mesurages de la valeur d'une résistance par deux méthodes différentes : la méthode « quatre fils » et la méthode à « deux fils » (Fig. 1 et Tab. 1).

Méthode	**Moyenne (Ω)**	**Écart-type (µΩ)**
quatre fils	82,528 61...	191,281 72...
deux fils	82,946 27...	224,810 83...

TABLE 1 – Valeurs moyennes et écarts-types des valeurs obtenue par les deux méthodes.

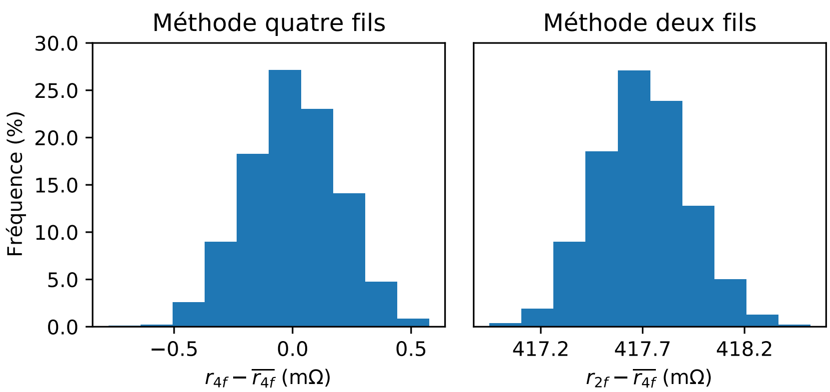


FIGURE 1 – Histogramme des valeurs obtenues par les deux méthodes. On représente la fréquence à laquelle les valeurs sont obtenues. L'abscisse donne l'écart à la moyenne des valeurs obtenues par la méthode quatre fils.

python

`matplotlib.pyplot.hist(x, bins)` : *représente l'histogramme des valeurs du tableau ou de la liste* `x` *réparties dans* `bins` *intervalles de largeurs égales.*

On remarque deux choses :

- dans les deux cas, l'écart-type n'est pas nul : les valeurs sont dispersées ;
- les moyennes des valeurs obtenues par les deux méthodes sont différentes.

Cette **variabilité de la mesure** est causée par les erreurs de mesure.

1.2 Erreur aléatoire

Les **conditions de répétabilité** sont remplies quand plusieurs mesurages sont réalisés :

- avec le même mode opératoire ;
- par le même observateur ;
- avec le même instrument de mesure utilisé dans les mêmes conditions ;
- dans le même lieu ;
- durant une courte période de temps.

Quand on réalise n mesurages dans les conditions de répétabilité, l'ensemble des valeurs x_i obtenues est caractérisé par une distribution de probabilité, très souvent gaussienne (Fig.1). Si les erreurs sont exclusivement aléatoires, la moyenne des erreurs est nulle et la distribution est centrée sur la valeur vraie. Dans ce cas, le **meilleur estimateur de la valeur du mesurande** est la valeur moyenne $\overline{x}$ des n mesures. Une mesure x_i parmi les n est en général différente de $\overline{x}$: la différence $\varepsilon_a = x_i - \overline{x}$ est appelée **erreur aléatoire**.

Bien qu'il ne soit pas possible de compenser l'erreur aléatoire d'un résultat de mesure, elle peut être réduite en augmentant le nombre d'observations.

1.3 Erreur systématique

Contrairement à l'erreur aléatoire, l'**erreur systématique** ne peut être réduite en augmentant le nombre de mesures car elle prend toujours la même valeur à chaque mesure. Elle est définie comme la différence $\varepsilon_b = \overline{x} - X_v$. On peut la considérer comme une erreur constante qui affecte chacune des observations.

Il existe de nombreuses sources d'erreurs systématiques, comme par exemple :

- l'effet des grandeurs d'influence (température, pression,....) ;
- l'erreur de justesse des instruments (décalage du zéro par exemple, chronomètre mal calibré,...) ;
- la position de l'objet mesuré ;
- la perturbation due à la présence des instruments d'observation.

Dans la pratique, différentes méthodes sont utilisées pour détecter et évaluer ces erreurs, comme par exemple :

- mesurer la même grandeur avec un instrument différent ;
- mesurer la même grandeur avec des méthodes différentes ;
- mesurer une grandeur étalon (contrôle de la justesse) ;
- mesurer un même mesurande dans des laboratoires différents.

Les erreurs systématiques peuvent donc être réduites par l'application d'une correction, mais il faut pour cela avoir une connaissance très approfondie de la méthode de mesure.

1.4 Fiabilité et justesse

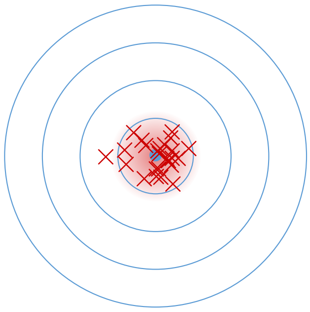
On dit d'un instrument de mesure qu'il est :

- **fidèle** s'il donne des mesures très voisines lors de mesurages réalisés dans les conditions de répétabilité ;

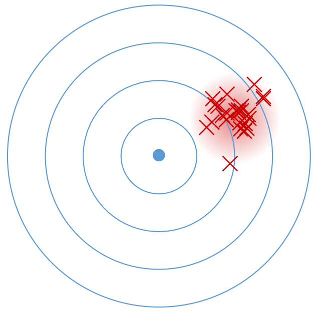
- **juste** s'il donne des mesures exemptes d'erreur systématique.

Il est commun de représenter les différentes situations sous la forme de tirs sur une cible, comme ci-dessous. Il faut toutefois garder en tête que la cible (la valeur vraie) n'est pas connue...

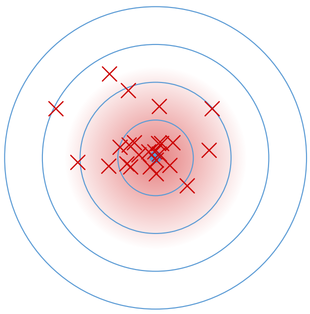
Fidèle : erreur aléatoire faible
Juste : erreur systématique faible



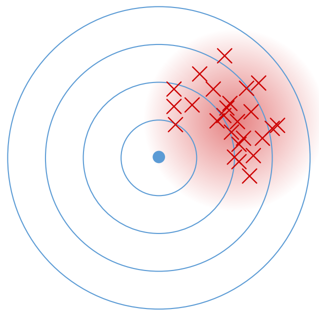
Fidèle : erreur aléatoire faible
Non juste : erreur systématique importante



Non fidèle : erreur aléatoire importante
Juste : erreur systématique faible



Non fidèle : erreur aléatoire importante
Non juste : erreur systématique importante



Dans l'exemple de la section 1.1, l'instrument est fidèle car les valeurs mesurées sont peu dispersées : l'écart relatif ne représente que 2 ppm (parties par million) de la valeur moyenne. Toutefois, la méthode deux fils n'est pas juste puisqu'elle introduit une erreur systématique de l'ordre de $400\,\mathrm{m\Omega}$, due à la résistance des fils utilisés pour la mesure qui ajoutent une résistance supplémentaire. La méthode quatre fils s'affranchit de cette résistance supplémentaire, mais rien ne prouve qu'il n'y a pas d'autres erreurs systématiques...

2 Incertitudes

Puisque la valeur vraie d'un mesurande est par nature indéterminée, on ne peut en réaliser qu'une estimation. De la même façon, on ne peut réaliser qu'une estimation de l'erreur de mesure associée au mesurage de X. Cette incertitude de mesure permet de qualifier la qualité de la mesure.

2.1 Incertitude-type

L'**incertitude de mesure** est définie comme un paramètre, associé au résultat d'un mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui pourraient raisonnablement être attribuées au mesurande. Ce paramètre renvoie donc directement à la distribution de probabilité qui décrit le résultat de mesure x du mesurande X.

Quand l'incertitude du résultat d'un mesurage est exprimée sous la forme d'un **écart-type**, on parle d'**incertitude-type**, notée $u(x)$. C'est ce paramètre que l'on va chercher à estimer.

2.2 Estimation de type A d'une incertitude-type

L'estimation de type A est une **estimation statistique**. Comme évoqué précédemment avec la variabilité de la mesure, dans le cas où l'on réalise n fois une mesure dans les mêmes conditions, on obtient n observations indépendantes x_i du mesurande X a priori différentes : le résultat de la mesure est une variable aléatoire qui varie au hasard.

La meilleure estimation de X est alors la **moyenne** $\overline{x}$ des n valeurs obtenues :

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i.$$

C'est la valeur centrale de la distribution de probabilité.

`numpy.mean(x)` : *renvoie la moyenne des valeurs du tableau ou de la liste* `x`.

La meilleure estimation de l'**écart-type expérimental** $s(x)$ est donnée par :

$$s(x) = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}.$$

Il caractérise la variabilité des valeurs observées x_i ou, plus spécifiquement, leur dispersion autour de leur moyenne $\overline{x}$.

`numpy.std(x, ddof=1)` : *renvoie l'écart-type expérimental des valeurs du tableau ou de la liste* `x`. *L'argument optionnel* `ddof = 1` *est nécessaire pour calculer l'écart-type expérimental ($n-1$ au dénominateur) et non l'écart-type (n au dénominateur).*

Finalement, l'**incertitude-type de type A** $u_A(x)$ correspond à la meilleure estimation de l'écart-type de la *moyenne*, aussi notée $s(\overline{x})$ et donnée par :

$$u_A(x) = s(\overline{x}) = \frac{s(x)}{\sqrt{n}}.$$

C'est cette incertitude-type qu'il faudra utiliser pour présenter le résultat (Sec. 3). Elle caractérise la variabilité de la moyenne. En effet, si l'on répétait plusieurs fois la même série de mesures dans les mêmes conditions, on obtiendrait a priori des moyennes différentes, mais qui seraient moins dispersées que les valeurs d'une seule mesure. **L'incertitude-type de type A est réduite d'un facteur $\sqrt{n}$ par rapport à l'écart-type expérimental.**

Retour sur la mesure de résistance

i	r_i (Ω)
1	82,5287
2	82,5288
3	82,5284
4	82,5289
5	82,5284

Le tableau ci-contre reprend cinq valeurs issues de mesurages de R réalisés par la méthode quatre fils. On trouve :

- $\overline{r} = 82{,}528\,64$
- $s(r) = 0{,}000\,230...$
- $u_A(R) = 0{,}000\,103...$

Si l'on ne prend en compte que l'incertitude-type de type A, le résultat de la mesure de R peut s'écrire :

$$R = (82{,}5286 \pm 0{,}0001)\,\Omega,$$

où le nombre qui suit le symbole $\pm$ correspond à l'incertitude-type de type A. L'interprétation de cette notation et la justification du nombre de chiffres significatifs seront détaillés plus tard (Sec. 3).

L'estimation de type A n'est donc possible que lorsqu'on a accès à une série de mesures. Par ailleurs, elle ne prend pas en compte les éventuelles erreurs systématiques.

2.3 Estimation de type B d'une incertitude-type

Dans le cas où une méthode statistique est inapplicable, l'incertitude doit être estimée à partir de toutes les informations disponibles au sujet de la variabilité possible de la grandeur d'entrée. Ces informations peuvent provenir :

- des résultats de mesures antérieures ;
- de l'expérience ou de la connaissance générale du comportement et des propriétés des matériaux et instruments utilisés ;
- des spécifications du fabricant ;
- des données fournies par des certificats d'étalonnage ou autres certificats ;
- de l'incertitude assignée à des valeurs de référence provenant d'ouvrages et manuels.

On estimera généralement l'**incertitude** comme la plus petite demilargeur Δ telle que l'on peut raisonnablement supposer que la valeur vraie est contenue dans l'intervalle $[x - \Delta, x + \Delta]$ avec certitude. Dans le cas où l'on suppose que la valeur mesurée suit une distribution de probabilité uniforme sur l'intervalle choisi, on peut montrer que l'**incertitude-type** est donnée par

$$u_B(x) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}}.$$

Pour estimer l'incertitude liée à un instrument de mesure :

- **instrument analogique** : dans le cas où la mesure est lue sur une échelle graduée (une règle, un vernier, un cadran, etc.), l'incertitude-type est estimée à partir de la valeur d'une graduation. On estime généralement l'incertitude Δ_{grad} à une demi graduation : par exemple, avec une règle graduée en millimètre, l'incertitude est $\Delta_{\text{grad}} = 0{,}5\,\text{mm}$;
- **instrument numérique** : dans le cas où la mesure est numérisée, elle est quantifiée avec un pas qui correspond à la résolution de l'appareil. Le pas de quantification correspond alors à l'incertitude Δ_{num} ;
- **incertitude donnée par le constructeur** : la notice d'un l'appareil donne habituellement des informations sur la précision de l'instrument. L'incertitude constructeur Δ_{cons} peut être donnée telle quelle ou sous la forme $v\,\% + d\Delta_{\text{num}}$ (ou encore $v\,\% + r\,\%$). Cela signifie qu'il faut prendre la somme de $v\,\%$ de la valeur affichée et de d fois la plus petite puissance de 10 affichée, qui correspond à la résolution de l'appareil pour le calibre choisi (ou $r\,\%$ de la valeur du calibre choisi pour la mesure).

Toutefois, c'est souvent le **protocole expérimental** qui limite la précision de la mesure et non l'instrument utilisé. Par exemple en optique, une image peut paraitre nette sur un intervalle de demi-largeur Δ_{manip} valant plusieurs centimètres alors qu'on mesure sa position avec une règle graduée en millimètre : l'incertitude liée à l'instrument Δ_{grad} est alors négligeable devant celle liée à la détermination de la position exacte de l'image, tel que $\Delta_{\text{grad}} \ll \Delta_{\text{manip}}$.

Retour sur la mesure de résistance

Pour réaliser les 2000 mesurages de R, on a utilisé un multimètre en fonctionnement ohmmètre sur le calibre $100\,\Omega$. La période de calibration de l'appareil est d'un an et on ne tient pas compte de la correction liée à la température. On dispose aussi de la notice de l'appareil (Fig. 2).

Resistance Accuracy ±(% of reading + % of range) [5]

Range	Resolution	Test Current (±5%)	Open Circuit Voltage (±5%)	24 Hours T_{CAL} ±1°C	90 Days T_{CAL} ±5°C	1 Year T_{CAL} ±5°C	2 Years T_{CAL} ±5°C	Temperature Coefficient
1 Ω [6]	1 µΩ	10 mA	12.5 V	0.0080 + 0.0200	0.0080 + 0.0200	0.0085 + 0.0200	0.0100 + 0.0200	0.0006 + 0.0010
10 Ω [6]	10 µΩ	10 mA	12.5 V	0.0020 + 0.0020	0.0080 + 0.0020	0.0085 + 0.0020	0.0100 + 0.0020	0.0006 + 0.0001
100 Ω	100 µΩ	1 mA	9.2 V	0.0020 + 0.0020	0.0075 + 0.0020	0.0085 + 0.0020	0.0100 + 0.0020	0.0006 + 0.0001
1 kΩ	1 mΩ	1 mA	9.2 V	0.0020 + 0.0006	0.0065 + 0.0006	0.0075 + 0.0006	0.0090 + 0.0006	0.0006 + 0.0001
10 kΩ	10 mΩ	100 µA	12.7 V	0.0020 + 0.0006	0.0065 + 0.0006	0.0075 + 0.0006	0.0090 + 0.0006	0.0006 + 0.0001
100 kΩ	100 mΩ	10 µA	12.5 V	0.0020 + 0.0006	0.0070 + 0.0010	0.0075 + 0.0010	0.0100 + 0.0010	0.0006 + 0.0001
1 MΩ	1 Ω	10 µA	12.5 V	0.0020 + 0.0006	0.0075 + 0.0006	0.0100 + 0.0006	0.0120 + 0.0006	0.0006 + 0.0001
10 MΩ [7]	10 Ω	0.7 µA ll 10 MΩ	7.1 V	0.0150 + 0.0006	0.0200 + 0.0010	0.0400 + 0.0010	0.0450 + 0.0010	0.0070 + 0.0001
100 MΩ [7]	100 Ω	0.7 µA ll 10 MΩ	7.1 V	0.0800 + 0.0030	0.2000 + 0.0030	0.2000 + 0.0030	0.2500 + 0.0030	0.0385 + 0.0001

FIGURE 2 – Extrait de la notice du multimètre utilisé pour les mesures.

Lors d'*une* mesure de R, le multimètre affiche $82{,}5287\,\Omega$. Avec les informations de la notice, on peut calculer l'incertitude-type portant sur *cette* mesure :

$$u_B(R) = \frac{\Delta_{\text{cons}}}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{0{,}0085}{100} \times 82{,}5287 + \frac{0{,}0020}{100} \times 100}{\sqrt{3}} \approx 0{,}005\,\Omega.$$

Le résultat de cette mesure particulière peut s'écrire :

$$R = (82{,}529 \pm 0{,}005)\,\Omega,$$

où le nombre qui suit le symbole $\pm$ correspond à l'incertitude-type de type B.

2.4 Incertitude-type totale sur une grandeur

Souvent, plusieurs sources d'incertitudes $u_j(x)$ sont à prendre en compte. Il faut alors les combiner pour accéder à l'incertitude $u(x)$ associée au mesurage :

$$u(x) = \sqrt{\sum_j u_j^2(x)}.$$

C'est notamment le cas quand on souhaite combiner les estimations de type A et B. On a alors :

$$u(x) = \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)}.$$

Retour sur la mesure de résistance

En ne prenant que la série de cinq mesures de R, on a :

$$u(R) = \sqrt{u_A^2(R) + u_B^2(R)} = \sqrt{0{,}0001^2 + 0{,}005^2} \approx 0{,}005\,\Omega.$$

Dans ce cas, on constate que l'incertitude-type de type A est négligeable devant l'incertitude-type de type B : c'est la précision du multimètre qui limite la précision de la mesure.

2.5 Incertitude-type composée

Souvent, la grandeur physique d'intérêt y n'est pas directement obtenue par la mesure : elle est calculée à partir d'autres grandeurs mesurées x_k à l'aide d'une fonction f connue, de telle sorte que $y = f(x_1, ..., x_k, ...)$. L'incertitude-type sur y est alors donnée par la **formule de propagation des incertitudes-types** :

$$u(y) = \sqrt{\sum_k \left(\frac{\partial f}{\partial x_k}\right)^2 u^2(x_k)}.$$

Cette formule est généralement fastidieuse à utiliser. On retiendra que :

- dans le cas d'une **somme** ou d'une **différence** ($y = x_1 + x_2$ ou $y = x_1 - x_2$), on a :

  $$u^2(y) = u^2(x_1) + u^2(x_2).$$

- dans le cas d'un **produit** ou d'un **quotient** ($y = x_1 x_2$ ou $y = \frac{x1}{x_2}$), on a :

  $$\left(\frac{u(y)}{y}\right)^2 = \left(\frac{u(x_1)}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{u(x_2)}{x_2}\right)^2.$$

- dans le cas d'une **proportionnalité** ($y = \lambda x$, cas particulier du précédent), on a :

  $$u(y) = |\lambda| u(x).$$

Dans le cas où la fonction f est complexe, on aura recours à des simulations de type **Monte-Carlo** en exploitant la bibliothèque `random` de `numpy`.

python™ `numpy.random.uniform(a, b, n)` : *renvoie un tableau de* `n` *valeurs tirées aléatoirement dans l'intervalle* $[a, b[$.

python™ `numpy.random.normal(x, u, n)` : *renvoie un tableau de* `n` *valeurs tirées aléatoirement selon une distribution normale (gaussienne) centrée en (de moyenne)* `x` *et de largeur (d'écart-type)* `u`.

Comparaison des incertitudes-types

Il est important de **comparer les différentes contributions** (les $u^2(x_k)$ dans le cas de sommes, les $\left(\frac{u(x_k)}{x_k}\right)^2$ dans le cas de produits) pour simplifier le calcul d'incertitudes, mais aussi pour améliorer la précision de la mesure. Par exemple, dans le cas d'une somme, si $u^2(x_1) \ll u^2(x_2)$, il est inutile d'améliorer la précision de la mesure de x_1 avant d'améliorer celle de x_2, car c'est la mesure de x_2 qui apporte la plus grande contribution à l'incertitude-type $u(y)$. Cette comparaison permet d'identifier des pistes pour **améliorer le protocole expérimental** tout en évitant des efforts inutiles pour améliorer la précision de mesure sur des grandeurs dont l'incertitude est négligeable.

On définit la **précision** sur le résultat du mesurage, ou **incertitude-type relative**, comme le rapport $\left|\frac{u(x)}{x}\right|$. Plus ce rapport est petit, plus la mesure est précise. La précision est souvent indiquée en pourcent. Cette notion permet de calculer mentalement et rapidement des incertitudes-type composées et de comparer les différentes sources d'incertitudes.

3 Présentation d'un résultat

Il existe plusieurs façons de présenter un résultat de mesure. On peut utiliser une notation compacte de la forme

$$X = (x \pm u(x))\,\text{unité},$$

ou choisir d'indiquer x et $u(x)$ séparément. Dans les deux cas il faut en principe préciser que l'incertitude qui accompagne le résultat est l'incertitude-type. Dans le cas où la distribution de probabilité qui décrit le résultat de mesure est une loi normale (Fig. 3), cette notation signifie qu'on estime que la valeur vraie X_v du mesurande X est comprise dans l'intervalle $[x - u(x), x + u(x)]$ avec une probabilité de 68 %. Cette probabilité correspond **au niveau de confiance**.

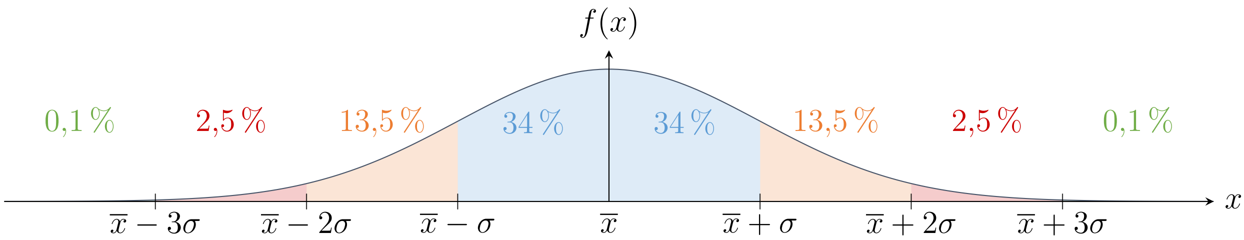


FIGURE 3 – Loi normale. Les pourcentages indiquent le niveau de confiance associé à chaque intervalle. L'incertitude-type est notée σ pour plus de lisibilité : $\sigma = u(x)$.

Chiffres significatifs

Le calcul d'incertitude, basé sur des estimations, s'appuie sur des approximations (connaissance des lois) et des connaissances imparfaites (nature des sources d'erreurs). Il est lui-même soumis à incertitude... Obtenir une précision sur l'incertitude inférieure à 10 % correspond à des conditions de mesure très contraignantes et coûteuses. Dans la très grande majorité des cas, on se contentera donc d'**exprimer l'incertitude avec un seul chiffre significatif**. L'arrondissage doit être réalisé le plus tardivement possible pour éviter de cumuler les erreurs d'arrondissage.

Pour l'estimation de la grandeur mesurée, le dernier chiffre significatif donné sur x est la décimale sur laquelle porte $u(x)$.

Retour sur la mesure de résistance

On a présenté plus tôt un résultat d'une mesure de R sous la forme :

$$R = (82{,}529 \pm 0{,}005)\,\Omega,$$

où le nombre qui suit le symbole $\pm$ correspond à l'incertitude-type. Cela signifie que l'on estime que la valeur vraie de R se situe dans l'intervalle $[82{,}524\,\Omega, 82{,}534\,\Omega]$ avec un niveau de confiance de 68 %.

4 Comparaison de résultats

Les incertitudes-type permettent d'établir des critères quantitatifs pour comparer les résultats de mesures.

4.1 Comparaison de deux résultats de mesure

Supposons que l'on mesure la même grandeur X avec deux protocoles distincts. On dispose alors de deux valeurs qu'il faut comparer :

$$X = (x_1 \pm u(x_1))\,\text{unité} \quad \text{et} \quad X = (x_2 \pm u(x_2))\,\text{unité}.$$

On utilise l'**écart normalisé** E_n, défini comme :

$$E_n = \frac{|x_1 - x_2|}{\sqrt{u^2(x_1) + u^2(x_2)}}$$

Suivant la valeur de E_n, on distingue deux cas de figure :

- $E_n \leqslant 2$: on considère que l'écart n'est pas significatif, les deux mesures sont compatibles ;
- $E_n > 2$: on considère que l'écart est significatif, les deux mesures sont incompatibles.

Dans le deuxième cas, il faudra analyser les causes possibles du désaccord.

4.2 Comparaison d'un résultat à une valeur de référence

Si l'on souhaite comparer le résultat d'un mesurage :

$$X = (x \pm u(x))\,\text{unité},$$

à une valeur de référence $X = x_{\text{ref}}$ unité, on utilise plutôt le **z-score** défini comme :

$$z = \frac{|x - x_{\text{ref}}|}{u(x)}$$

À nouveau, suivant la valeur de z, on distingue deux cas de figure :

- $z \leqslant 2$: on considère que le résultat de la mesure est compatible avec la valeur de référence ;
- $z > 2$: on considère que ne l'est pas.

De même, dans le deuxième cas, il faudra analyser les causes possibles du désaccord.

Le seuil choisi est d'origine historique. Il est fixé par convention. Toutefois, il diffère dans certains domaines : par exemple, pour démontrer l'existence d'une nouvelle particule en physique subatomique, il faut atteindre un seuil $z > 5$.