DM01 – Optique
Correction

Exercice 1 – Étude d'un réfractomètre

1. Le rayon lumineux arrive sur le dioptre **en incidence normale**, il n'est donc pas dévié.
2. Cf. Fig. 1.

   Dans le triangle OAB, on a

   $$\widehat{OAB} + \alpha + \frac{\pi}{2} = \pi, \quad \text{d'où} \quad \widehat{OAB} = \frac{\pi}{2} - \alpha.$$

   D'autre part, en utilisant l'angle plat $\widehat{OAE}$, on a

   $$\pi = \widehat{OAB} + \frac{\pi}{2} + i_1,$$

   d'où finalement

   $$\boxed{i_1 = \alpha.}$$

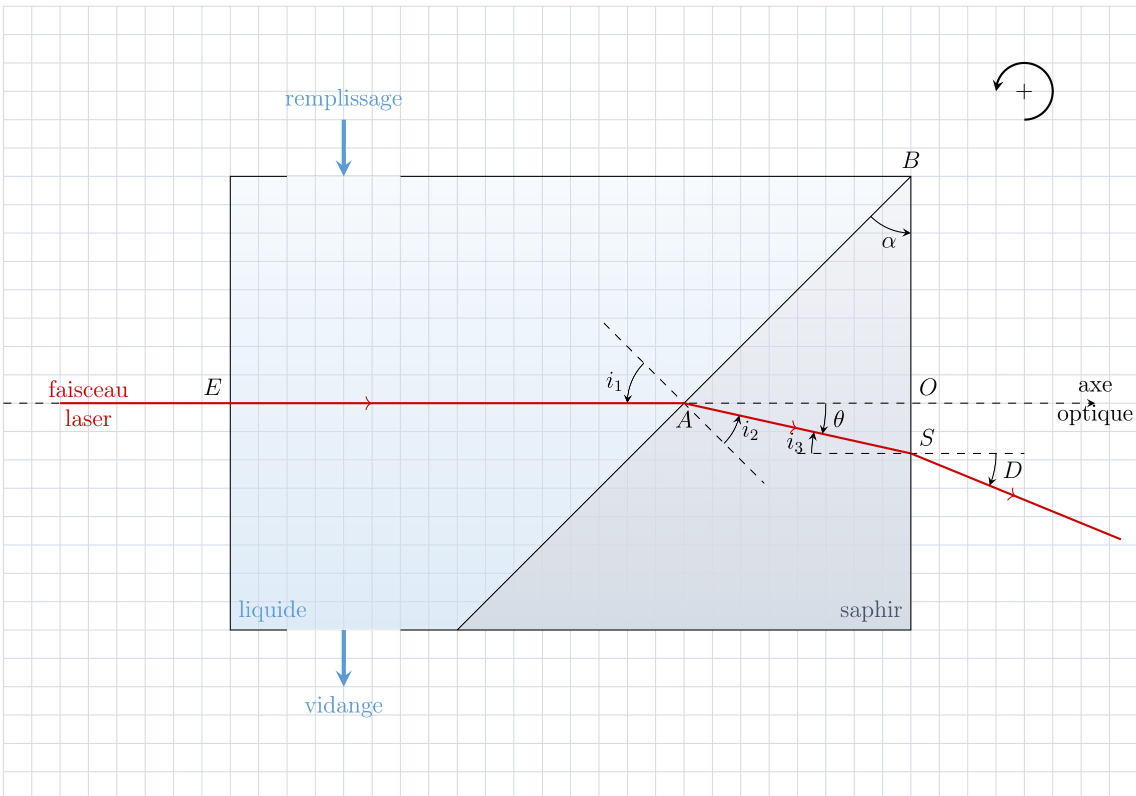

Figure 1 – Réfractomètre.

3. Cf. Fig. 1.
Le liquide analysé possède un indice a priori compris entre 1,33 et 1,5. Il est donc moins réfringent que le saphir : **le rayon réfracté se rapproche de la normale au dioptre** ($i_2 < i_1$).

4. On a

$$i_1 = i_2 - \theta, \quad \text{d'où, avec } i_1 = \alpha, \quad \boxed{i_2 = \alpha + \theta.}$$

D'après la troisième loi de Snell-Descartes au niveau du dioptre liquide/saphir, on a aussi

$$n \sin i_1 = N \sin i_2, \quad \text{d'où, toujours avec } i_1 = \alpha, \quad \boxed{i_2 = \arcsin\left(\frac{n}{N}\sin\alpha\right).}$$

5. Cette fois, le rayon passe d'un milieu plus réfringent (le saphir) à un milieu moins réfringent (l'air), donc **le rayon réfracté s'écarte de la normale au dioptre**.

6. Les angles θ et i_3 sont alternes-internes égaux, d'où

$$\boxed{i_3 = \theta.}$$

Avec l'indice de l'air pris égal à 1, la troisième loi de Snell-Descartes en S s'écrit

$$N \sin i_3 = \sin D.$$

On en déduit, avec $i_3 = \theta$,

$$\boxed{\sin D = N \sin\theta.}$$

7. Dans des conditions normales d'utilisation, l'indice du liquide est au plus de 1,5, ce qui reste inférieur à l'indice du saphir : **la réflexion totale est impossible en** A.

8. Dans le cas de l'interface saphir-air, la réflexion totale est a priori possible car le rayon passe d'un milieu très réfringent à un milieu moins réfringent. Dans le cas limite, $D = -\frac{\pi}{2}$, d'où, d'après la troisième loi de Snell-Descartes

$$\boxed{\theta_\ell = -\arcsin\left(\frac{1}{N}\right).}$$

9. D'après les résultats de la question 4, on a dans le cas limite

$$\alpha + \theta_\ell = \arcsin\left(\frac{n_\ell}{N}\sin\alpha\right),$$

d'où (...)

$$\boxed{n_\ell = \frac{N\sin(\alpha + \theta_\ell)}{\sin\alpha}.}$$

En utilisant la formule d'addition du sinus et avec $\cos\alpha = \sin\alpha = \sqrt{2}/2$, on obtient

$$n_\ell = N(\cos\theta_\ell + \sin\theta_\ell),$$

d'où finalement, avec $\cos\theta_\ell = \sqrt{1-\sin^2\theta_\ell}$,

$$\boxed{n_\ell = \sqrt{N^2-1}-1.}$$

A.N. : $n_\ell \approx 0{,}44 < 1$: c'est impossible, **il n'y aura jamais réflexion totale** sur le dioptre saphir/air pour ce système.

10. D'après les résultats des questions 4 et 6, on a (...)

$$\boxed{n = \frac{N}{\sin\alpha}\sin\left(\alpha + \arcsin\left(\frac{\sin D}{N}\right)\right).}$$

A.N. : $n \approx 1{,}38$.