DS01 – Optique et électrocinétique

Durée : 4 h.
L'usage de la calculatrice est AUTORISÉ.

Si au cours de l'épreuve, le candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

RCO Des questions de cours sont identifiées dans le sujet par le sigle RCO dans la marge.

Certaines questions peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Leur énoncé est repéré par une barre en marge. Il est alors demandé d'expliciter clairement la démarche, les choix et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Toute démarche engagée, même non aboutie, et toute prise d'initiative seront valorisées.

On rappelle, pour un objet AB et son image $A'B'$ formée par une lentille mince de centre optique O et de foyers objet F et image F' :

- les relations de Descartes :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \quad \text{et} \quad \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}},$$

- les relations de Newton :

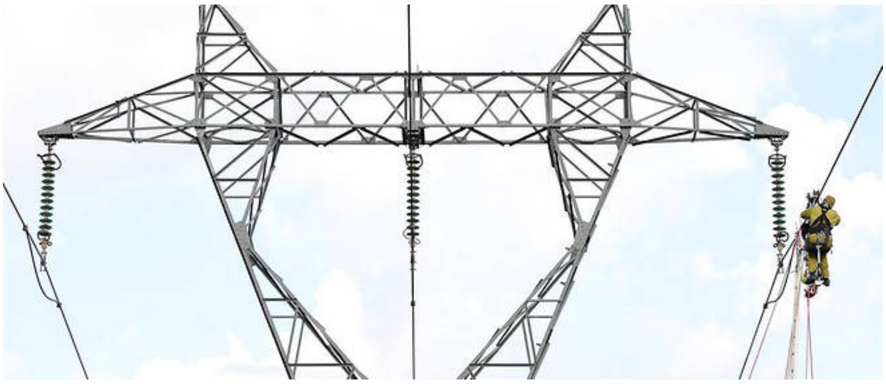
$$\overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = -\overline{OF'}^2 \quad \text{et} \quad \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{F'A'}}{\overline{OF'}}.$$

Critères d'évaluation de la présentation

Présentation générale	La copie est propre, aérée et lisible. L'orthographe est correcte. Les expressions littérales sont encadrées et les A.N. soulignées. Les pages sont numérotées.
Rédaction	Le vocabulaire scientifique est précis. Les réponses sont claires, explicites et succinctes. Les lois, principes et théorèmes utilisés sont nommés.
Schémas	Les schémas sont suffisamment grands : plus petit que la carte étudiant = invisible. Les schémas sont soignés : règle et compas. Utilisation pertinente de la couleur.
Expressions littérales	Le résultat est celui demandé par l'énoncé. Les notations de l'énoncé sont respectées. Les expressions sont homogènes. Respect des notations : grandeurs algébriques, vectorielles, scalaires, etc. Pas de mélange entre les A.N. et E.L.
Applications numériques	La valeur numérique est accompagnée de son unité. L'A.N. est complète : pas de fraction restante, etc. Le nombre de chiffres significatifs est adapté. Les conversions sont effectuées correctement.
Représentations graphiques	Le graphique est suffisamment grand. Les axes sont tracés à la règle, nommés et les unités sont indiquées (si A.N.). Les limites et valeurs notables, les comportements asymptotiques sont respectés. Les courbes sont tracées à main levée, les droites à la règle, etc.

Exercice 1 – Transport d'électricité

On modélise une centrale électrique par un générateur de tension idéal E. Les câbles sont modélisés par une résistance totale r parcourue par un courant d'intensité I. L'utilisateur final est modélisé par une résistance R qui reçoit une puissance $\mathcal{P}$ à une tension U.



Le transport est en pratique réalisé grâce à un courant alternatif, mais on admet que l'étude peut être menée en supposant toutes les grandeurs électriques stationnaires.

1. Faire un schéma représentant l'ensemble des dipôles mentionnés.
2. RCO Exprimer la tension U en fonction de E , r et I.
3. RCO Exprimer la puissance électrique $\mathcal{P}_r$ dissipée dans les câbles électriques en fonction de r et I puis en fonction de r, $\mathcal{P}$ et U. Comment s'appelle le phénomène responsable de cette dissipation ? Sous quelle forme cette puissance électrique est-elle transformée ?
4. Les câbles ont une résistance linéique (résistance par unité de longueur) $\lambda = 20\,\mathrm{m\Omega\cdot km^{-1}}$. En déduire l'expression de r sachant que la ligne électrique entre la centrale et le lieu d'utilisation est de $d = 100\,\mathrm{km}$. Faire l'application numérique.
5. Établir l'expression de la puissance totale $\mathcal{P}_{\mathrm{tot}}$ fournie par le générateur en fonction de $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}_r$.
6. Exprimer le rendement $\eta = \mathcal{P}/\mathcal{P}_{\mathrm{tot}}$ du système en fonction de U, r et $\mathcal{P}$. Faire l'application numérique pour une puissance $\mathcal{P} = 1{,}0\,\mathrm{GW}$ sous une tension $U = 400\,\mathrm{kV}$.
7. En supposant que le rendement calculé précédemment est représentatif du rendement moyen des lignes françaises, quelle est la puissance dissipée dans le réseau électrique en France sachant que la puissance consommée est de $65\,\mathrm{GW}$? Sachant que la puissance d'une éolienne de grande taille est de $\mathcal{P}_{\mathrm{eol}} = 2\,\mathrm{MW}$, combien d'éoliennes sont-elles nécessaires pour uniquement compenser les pertes dans les lignes ? Et de réacteurs nucléaires ?
8. Expliquer pourquoi on utilise des lignes haute tension de $400\,\mathrm{kV}$ pour le transport de l'énergie électrique alors que la majorité des appareils électriques fonctionnent à $230\,\mathrm{V}$.

En pratique, EDF utilise des transformateurs afin de transformer la haute tension utilisée sur ses lignes en basse tension utilisable par les particuliers.

9. Quels sont les facteurs qui limitent la tension maximale utilisable pour transporter l'électricité ?

Exercice 2 – Focométrie de lentilles convergentes et divergentes

L'axe d'un banc optique est orienté dans le sens de parcours de la lumière. On notera O_1 (resp. O_2) le centre d'une lentille $\mathcal{L}_1$ (resp. $\mathcal{L}_2$) convergente (resp. divergente), ainsi que A et A' les points sur l'axe optique d'un objet lumineux transverse AB et de son image $A'B'$ par l'instrument.

Lentille convergente : $\mathcal{L}_1$ de centre O_1 et de distance focale f_1'

Méthode d'autocollimation.

1. Décrire la méthode expérimentale dite d'autocollimation qui permet de mesurer la distance focale d'une lentille mince convergente.
2. Quand l'image $A'B'$ de l'objet AB est obtenue par cette méthode, la distance mesurée objet-lentille est de 20,2 cm. En déduire la distance focale f_1' de la lentille $\mathcal{L}_1$.

Formule de conjugaison de Descartes. L'objet réel AB placé à 35 cm de la lentille $\mathcal{L}_1$ donne une image nette $A'B'$ de cet objet sur un écran $\mathcal{E}$ situé à 46,5 cm de la lentille.

3. Exprimer puis calculer la distance focale f_1' de cette lentille.

Méthode de Bessel. Un objet AB et un écran $\mathcal{E}$ sont fixes et distants de D. Entre l'objet et l'écran, on déplace la lentille $\mathcal{L}_1$ pour obtenir sur $\mathcal{E}$ une image nette $A'B'$.

RCO

4. On pose $p = \left|\overline{O_1A}\right|$. Montrer que si $D > D_{\text{min}}$, valeur minimale que l'on exprimera en fonction de f_1', alors il existe deux positions distinctes p_1 et p_2 (avec $p_1 < p_2$) de $\mathcal{L}_1$ pour lesquelles une image nette se forme sur l'écran. Donner les expressions de p_1 et p_2 en fonction de D et f_1'.
5. On nomme d la distance entre les deux positions de la lentille $\mathcal{L}_1$ quand $D > D_{\text{min}}$. Montrer que la distance focale f_1' s'exprime en fonction de D et d.
6. Faire l'application numérique pour $D = 90$ cm et $d = 30$ cm.

Méthode de Silbermann. L'objet AB étant fixe, sa position sera prise comme origine sur l'axe optique. On cherche les positions de la lentille $\mathcal{L}_1$ et de l'écran $\mathcal{E}$ telles que le grandissement transversal $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -1$. La distance objet-écran est alors D_0.

7. Utiliser la relation de conjugaison de Descartes et l'expression du grandissement pour obtenir f_1' en fonction de D_0. La méthode de Silbermann peut-elle se déduire de la méthode de Bessel ? Justifier votre réponse.
8. On mesure $D_0 = 80{,}4$ cm. En déduire la distance focale f_1' de $\mathcal{L}_1$.

Lentille divergente : $\mathcal{L}_2$ de centre O_2 et de distance focale f_2'

Théorème des vergences (formule des opticiens). Pour déterminer la distance focale d'une lentille mince divergente $\mathcal{L}_2$, on accole celle-ci à une lentille mince convergente $\mathcal{L}_0$ de vergence $V_0 = 8{,}0\,\delta$ et on utilise ce système mince $\{\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_2\}$ pour obtenir d'un objet réel AB, une image réelle $A'B'$, renversée, de même dimension que l'objet. La distance objet-image mesurée est égale à $\overline{AA'} = 1$ m.

9. Montrer que la vergence V du système de lentilles accolées s'exprime simplement comme la somme des vergences V_0 et V_2.
10. En déduire les expressions et valeurs de la vergence V_2 et de la distance focale f_2' de la lentille $\mathcal{L}_2$.

11. Les centres optiques des lentilles dites « accolées » sont en fait distants de $e = 0{,}5\,\mathrm{cm}$. Évaluer à nouveau V_2 et f_2' à partir de la formule de Gullstrand qui prend en compte la distance entre les centres optiques : $V = V_0 + V_2 - eV_0V_2$.

Viseur à frontale fixe. Un viseur à frontale fixe permet de repérer la position d'un objet ou d'une image (réelle ou virtuelle) sans avoir à la projeter sur un écran. Une fois réglé, la distance entre le viseur et l'objet (ou l'image visée) est fixe. On vise d'abord l'objet AB, on insère $\mathcal{L}_2$ entre l'objet et le viseur à une distance $x = 30\,\mathrm{cm}$ de AB et enfin on doit reculer d'une distance $\ell = 16{,}5\,\mathrm{cm}$ pour viser l'image $A'B'$.

12. À partir de la relation de conjugaison de Descartes, montrer que la distance focale f_2' s'exprime en fonction des distances x et ℓ. Faire l'application numérique.

Méthode de Badal. La méthode de Badal se déroule en deux étapes.

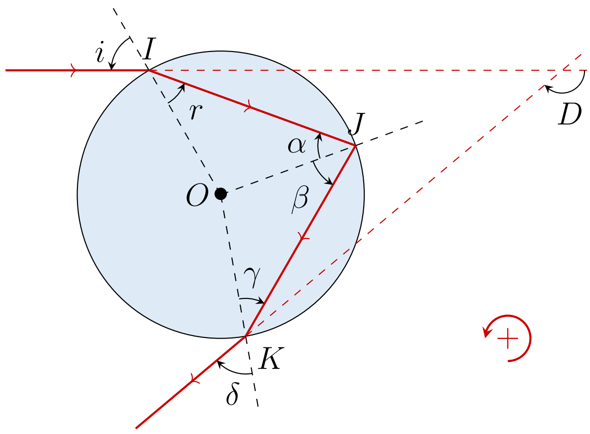
1. Une lentille convergente $\mathcal{L}$ donne d'un objet ponctuel A situé au foyer objet F de cette lentille, une image rejetée à l'infini. Une seconde lentille convergente $\mathcal{L}_0$ de distance focale connue f_0' est disposée à la suite de $\mathcal{L}$ à une distance supérieure à f_0'. L'image finale ponctuelle A' se trouve sur un écran $\mathcal{E}$ situé au foyer image F_0' de $\mathcal{L}_0$.
2. La lentille divergente $\mathcal{L}_2$, de distance focale f_2' inconnue, est positionnée dans le plan focal objet de $\mathcal{L}_0$. Pour obtenir la nouvelle image nette A', il faut éloigner $\mathcal{E}$, de $\mathcal{L}_0$, d'une distance L.

13. En appliquant la relation de conjugaison de Newton à la lentille $\mathcal{L}_0$, déterminer la relation donnant l'expression de la distance focale f_2' en fonction des distances f_0' et L.

14. Pour les distances $f_0' = 12{,}5\,\mathrm{cm}$ et $L = 6{,}5\,\mathrm{cm}$, calculer f_2'.

Exercice 3 – Arc-en-ciel

On considère une goutte d'eau sphérique de centre O éclairée par un faisceau de rayons parallèles provenant du Soleil. On s'intéresse tout d'abord à un rayon lumineux qui entre dans la goutte avec une incidence i au point I, avant d'être partiellement réfléchi en J et de ressortir de la goutte en K. Les angles, *orientés*, sont définis sur la figure ci-contre.



On souhaite tout d'abord déterminer l'expression de la déviation D en fonction de l'angle d'incidence i et de l'indice de l'eau n.

RCO **1.** Donner la relation liant les angles i et r.

2. Exprimer, en justifiant la réponse, chacun des angles α, β, γ et δ en fonction de i et r.

3. La réflexion en J peut-elle être totale ? Justifier.

4. En déduire l'expression de D en fonction de i et r, puis de n et i.

L'eau est un milieu dispersif, c'est-à-dire que son indice optique dépend de la longueur d'onde du rayonnement lumineux. On donne la vitesse de propagation de la lumière pour deux rayonnements de fréquences différentes.

Rayonnement	**1**	**2**
Fréquence ν (Hz)	$7{,}32 \times 10^{14}$	$4{,}47 \times 10^{14}$
Vitesse de propagation v ($\mathbf{m \cdot s^{-1}}$)	$2{,}240 \times 10^{8}$	$2{,}253 \times 10^{8}$

5. Donner, en la justifiant, la couleur de chacun des deux rayonnements.

6. Exprimer, puis calculer l'indice de l'eau pour chaque rayonnement.

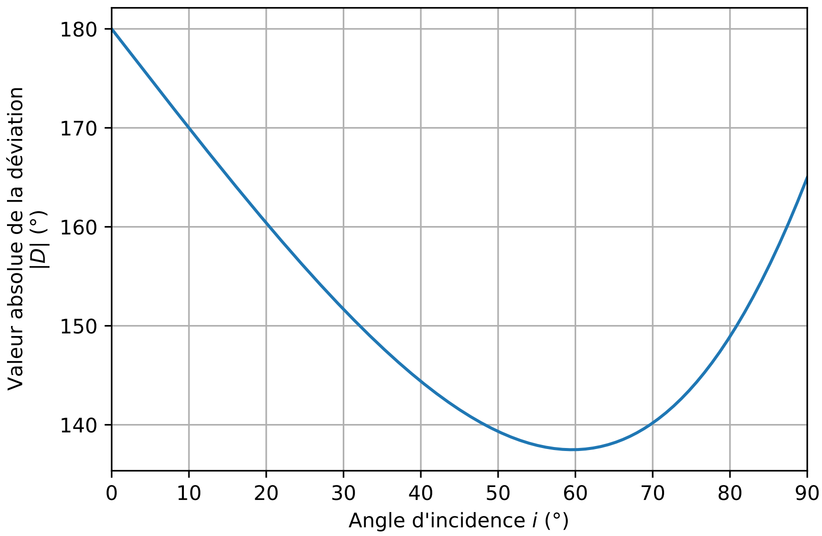
7. Dans certains cas, on peut estimer l'indice d'un milieu à partir de la loi de Cauchy :

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}.$$

où A et B sont des constantes. Donner, en les justifiant, les dimensions et unités de A et B.

L'allure de la déviation D en fonction de l'angle d'incidence i est représentée ci-dessous, pour une longueur d'onde donnée. On constate qu'il existe une valeur i_0 de i pour laquelle la déviation D est minimale en valeur absolue. La lumière s'accumule alors dans cette direction : elle repart principalement dans la direction $D_m = |D(i_0)|$ après son interaction avec la goutte. On peut montrer que l'angle i_0 vérifie

$$\sin i_0 = \sqrt{\frac{4 - n^2}{3}}.$$



8. Calculer i_0 (en degrés) pour le violet et pour le rouge. En déduire la déviation minimale D_m pour le bleu et pour le rouge.

9. Pour observer l'arc-en-ciel, faut-il se placer dos ou face au soleil ? Justifier à l'aide d'un schéma.

10. Le rouge est-il à l'intérieur ou à l'extérieur de l'arc ? Justifier à l'aide d'un schéma.

Exercice 4 – Étude d'une paire de jumelles

Démontée (Fig. 1, à gauche), une paire de jumelles se trouve être constituée d'éléments optiques assez simples : quelques lentilles convergentes et divergentes, ainsi que des prismes appelé prismes de Porro.

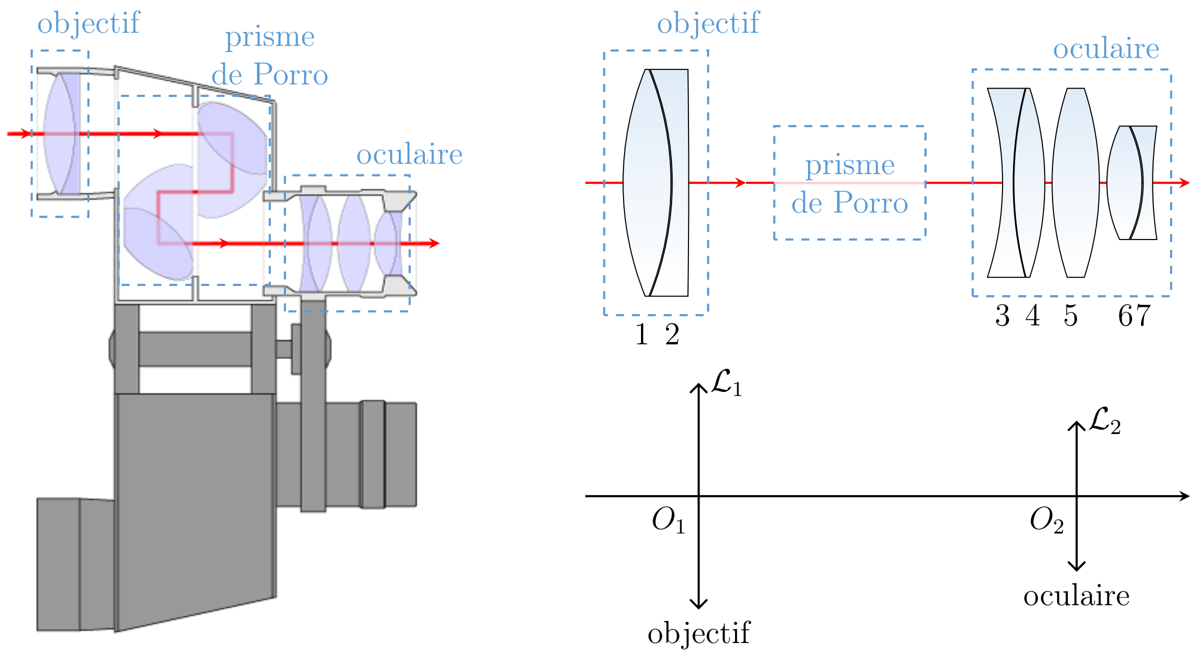


FIGURE 1 – La paire de jumelles (à gauche) et sa modélisation (à droite).

Pour simplifier, on n'étudie dans un premier temps que le système optique formé par les deux lentilles de l'objectif et les cinq lentilles de l'oculaire : l'influence du prisme est négligée et on considère que les sept lentilles forment un système centré (Fig. 1, en haut à droite).

RCO **1.** Indiquer la nature, convergente ou divergente, de chacune des lentilles 1 à 7 présentes dans la paire de jumelle.

2. Proposer une méthode expérimentale de détermination rapide du caractère convergent ou divergent d'une lentille ne portant aucune indication.

RCO **3.** Ces lentilles sont utilisées dans le cadre des conditions de Gauss. Quelles sont ces conditions ? Quelles conséquences en découlent si elles sont respectées ?

Dans toute la suite, l'objectif et l'oculaire sont modélisés par deux lentilles minces convergentes (Fig. 1, en bas à droite), de sorte que le système se ramène à une simple lunette. La lunette équivalente est réglée de manière à constituer un système afocal. On note f_1' et O_1 (resp. f_2' et O_2) la distance focale et le centre optique de l'objectif (resp. de l'oculaire). Dans tout le problème, on suppose que $f_2' = u$ et $f_1' = 7f_2' = 7u$, où u est une longueur de référence.

RCO **4.** Définir le terme afocal. Rappeler l'intérêt d'un tel système pour une observation avec un œil emmétrope.

5. Comment doivent être placés le foyer principal image de l'objectif et le foyer principal objet de l'oculaire ? Justifier.

6. Sur l'annexe (Ann. 1) **à rendre avec la copie**, placer l'oculaire $\mathcal{L}_2$ permettant d'obtenir la lunette équivalente afocale. On prendra, pour simplifier la construction, $u = 1\,\text{cm}$ et on fera apparaitre tous les foyers.
7. Représenter la marche complète, à travers toute la lunette, de deux rayons lumineux issus d'un objet à l'infini, inclinés d'un angle α par rapport l'axe optique. On notera α' l'angle, par rapport à l'axe optique, des rayons correspondant qui émergent de l'oculaire. Faire apparaitre les angles α et α'.

RCO

8. Établir l'expression du grossissement $G = \alpha'/\alpha$ en fonction de f'_1 et f'_2. Évaluer numériquement G.

Le prisme de Porro (Fig. 2) permet, après quatre réflexions totales sur ses faces orientées à 45°, de retourner l'image de 180°. Du fait du nombre pair de réflexions, il n'y a pas d'inversion gauche-droite de l'image.

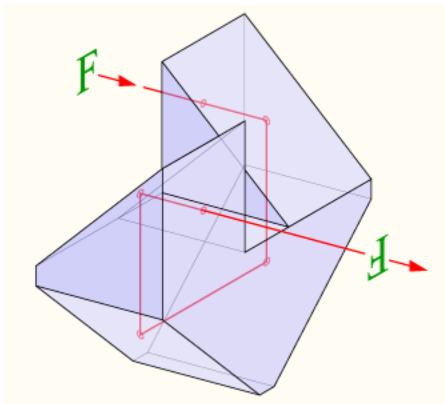


FIGURE 2 – Schéma de principe du prisme de Porro.

9. Le prisme se trouve dans l'air. Exprimer, puis calculer l'indice minimal $n_{\min}$ du verre à utiliser pour fabriquer le prisme.
10. Commenter l'intérêt d'utiliser un tel prisme dans les jumelles entre l'objectif et l'oculaire.
11. Un randonneur souhaite observer des marmottes présentes sur le versant opposé de la vallée, distant d'environ 2 km. Peut-il les observer à l'œil nu ? Et à l'aide de la paire de jumelles ?

Annexes

Annexe 1 – Schéma de la lunette équivalente