

DM06 – Electrocinetique

Consignes

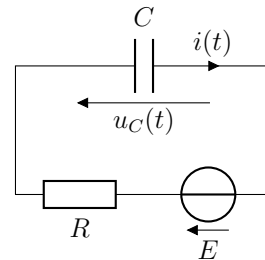
- C1. Les consignes de présentation sont respectées.
- C2. Les relations obtenues sont homogènes.
- C3. Les questions 1 à 11 sont obligatoires.
- C4. Les conditions initiales sont parfaitement justifiées (Q. 1 et 8).
- C5. La représentation graphique est soignée (Q. 10, cf. consignes de présentation).

Exercice 1 – Production de tensions variables

On étudie deux montages permettant la production de signaux variables à partir d'une source de tension continue.

Étude préliminaire

On considère la charge d'un dipôle formé de l'association série d'un condensateur de capacité C et d'une résistance R . La tension initiale aux bornes du condensateur est U_0 et on soumet à l'instant initial le dipôle à une tension $E > U_0$ constante.

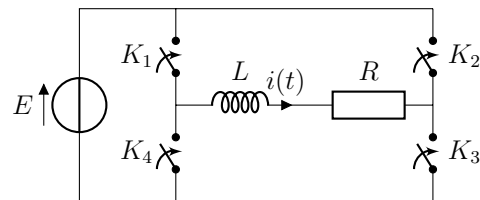


RCO

1. Établir les expressions de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur et de l'intensité du courant $i(t)$ qui le traverse en fonction du temps.
2. En déduire l'instant t_f pour lequel la tension $u_C(t)$ atteint une valeur $U_f \in [U_0, E]$ quelconque.
3. Exprimer la puissance dissipée par effet Joule pour tout instant $t \geq 0$.
4. En déduire l'expression de l'énergie dissipée par effet Joule entre $t = 0$ et $t = t_f$, notée \mathcal{E}_{J,t_f} , ainsi que celle de la puissance moyenne dissipée par effet Joule sur l'intervalle $t \in [0, t_f]$.

Montage à commutateurs

On considère le montage représenté ci-contre, qui comprend une source idéale de tension de force électromotrice E , une bobine idéale d'inductance L , une résistance R et quatre interrupteurs notés K_1 , K_2 , K_3 et K_4 .



Ces quatre interrupteurs sont ouverts et fermés électroniquement, avec une période notée T , de telle sorte que :

- K_1 et K_3 sont fermés, tandis que K_2 et K_4 sont ouverts pour $t \in [nT, (n + \frac{1}{2})T[$;
 - K_1 et K_3 sont ouverts, tandis que K_2 et K_4 sont fermés pour $t \in [(n + \frac{1}{2})T, (n + 1)T[$.
5. On étudie l'évolution de l'intensité i du courant traversant la bobine pour $t \in [0, \frac{T}{2}[$. Représenter le circuit équivalent sur cet intervalle de temps. En déduire l'équation différentielle vérifiée par l'intensité $i(t)$ sur cet intervalle de temps. On fera apparaître une

constante de temps, notée τ , dont on donnera l'expression en fonction des paramètres du problème.

6. On désigne par I_0 la valeur de l'intensité $i(t)$ immédiatement après la fermeture de K_1 et K_3 , c'est-à-dire en $t = 0^+$. Résoudre cette équation différentielle et donner l'expression de l'intensité $i(t)$ sur cet intervalle de temps en fonction de I_0 , E , R et τ .
7. On étudie maintenant l'autre demi-période, pour $t \in [\frac{T}{2}, T[$. On désigne par I'_0 la valeur de l'intensité juste après la fermeture de K_2 et K_4 , c'est-à-dire en $t = (\frac{T}{2})^+$. Déduire de l'expression de la question 6 celle de l'intensité $i(t)$ en fonction de I'_0 , E , R , T et τ .
8. En déduire une relation liant I'_0 et I_0 en considérant l'instant $t = \frac{T}{2}$.

On considère qu'un régime périodique est établi et on étudie la période $t \in [nT, (n+1)T[$. On note I_n l'intensité $i(t)$ du courant en $t = nT^+$ et I'_n sa valeur en $t = (n+1/2)T^+$.

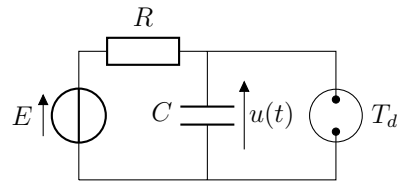
9. Déterminer et résoudre le système de deux équations vérifiées par I_n et I'_n . En déduire l'amplitude des oscillations de $i(t)$, puis de celles de la tension $u_R(t)$ aux bornes de la résistance.
10. Tracer l'allure de $i(t)$ sur quelques périodes en y faisant figurer les points remarquables.
11. La source idéale de tension délivre $E = 10\text{ V}$, la fréquence des commutations est $f = 1/T = 5,0\text{ kHz}$ et on étudie la tension aux bornes de la résistance $R = 5,0 \times 10^2 \Omega$. Pour quelle valeur de l'inductance L observera-t-on des oscillations d'amplitude $U_R = 7\text{ V}$?

Oscillations de relaxation dans un tube à décharge

Données : tension d'alimentation $E = 120\text{ V}$, résistance d'alimentation $R = 1,0 \times 10^2 \Omega$, résistance du tube allumé $R_T = 1,0 \Omega$, capacité du dispositif $C = 5,0 \times 10^{-7}\text{ F}$, tension d'allumage $U_a = 90\text{ V}$, tension d'extinction $U_e = 72\text{ V}$.

On n'hésitera pas à tenir compte de ces valeurs numériques pour simplifier astucieusement certaines des expressions obtenues.

On considère maintenant le montage ci-contre, composé d'une source idéale de tension de force électromotrice E , d'un condensateur idéal de capacité C , d'une résistance R et d'un tube à décharge T_d .



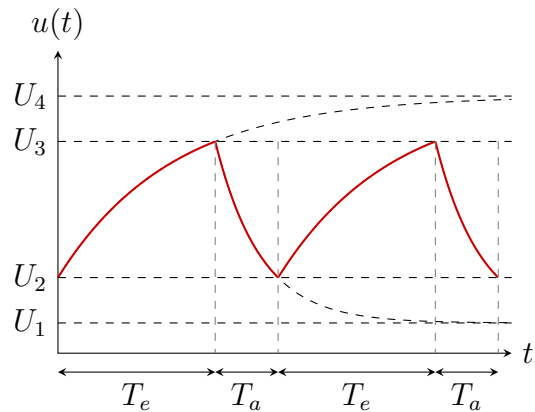
Le tube à décharge est modélisé par une résistance variable en fonction de la tension $u(t)$ à ses bornes :

- tant que la tension à ses bornes est inférieure à une tension dite d'allumage, notée $U_a > 0$, le tube est éteint et sa résistance est infinie ;
 - quand la tension atteint U_a , une décharge a lieu dans le tube qui s'allume : il devient alors conducteur et sa résistance devient finie, de valeur notée R_T . Cet état perdure tant que la tension reste supérieure à une valeur dite d'extinction, notée U_e , avec $0 < U_e < U_a$. Quand $u(t)$ atteint U_e , le tube s'éteint à nouveau et sa résistance redevient infinie.
12. Montrer que tant que le tube est éteint, la tension $u(t)$ est solution d'une équation différentielle du premier ordre caractérisée par une constante de temps τ_e dont on donnera l'expression en fonction des paramètres du problème. Déterminer également la valeur asymptotique, notée U_+ , vers laquelle tend $u(t)$ quand $t \rightarrow \infty$.

13. Montrer que quand le tube est allumé, la tension $u(t)$ est solution d'une équation différentielle du premier ordre caractérisée par une constante de temps τ_a dont on donnera l'expression en fonction des paramètres du problème. Déterminer également la valeur asymptotique, notée U_- , vers laquelle tend $u(t)$.

Pour certaines valeurs des paramètres la tension u évolue comme représenté sur la figure ci-dessous.

14. Décrire ce régime de fonctionnement. Pour cela, on précisera les intervalles du temps t pour lesquelles le tube est allumé et ceux pour lesquels il est éteint. On donnera également les expressions des tensions U_1 , U_2 , U_3 et U_4 en fonction des paramètres du problème.
15. Déterminer les expressions des durées T_e et T_a en fonction des constantes de temps τ_e et τ_a et des tensions U_1 , U_2 , U_3 et U_4 .



16. Calculer la durée d'un cycle d'allumage-extinction pour les paramètres du système. Ce cycle est-il perceptible par un œil humain ?
17. Utiliser les résultats de l'étude préliminaire pour calculer l'énergie dissipée par effet Joule au cours de la phase allumée et de la phase éteinte. En déduire la puissance moyenne consommée par la lampe à décharge.

