

DM07 – Electrocinetique

Consignes

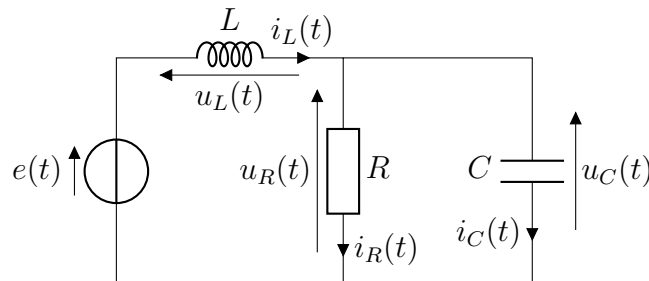
- C1. Les consignes de présentation sont respectées (se concentrer sur l’item Présentation générale).
- C2. Les relations obtenues sont homogènes.
- C3. Les notations de l’énoncé sont scrupuleusement respectées.
- C4. Les justifications des conditions initiales doivent être irrécusablement justifiées (Q. 1, 2 et 3).
- C5. L’expression de la pulsation propre doit être établie et justifiée : polynôme caractéristique, racines puis identification. Il ne s’agit pas de recopier le résultat du cours (Q. 7).
- C6. La résolution est soignée : les cinq étapes sont explicites (Q. 8).
- C7. La question Q. 10 est facultative.

Exercice 1 – Circuit RLC dérivation

Le circuit électrique représenté ci-dessous comprend une résistance R , une bobine d’inductance L et un condensateur de capacité C , toutes constantes. Il est alimenté par un générateur idéal de tension qui délivre un échelon de tension tel que

$$e(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ E & \text{sinon.} \end{cases}$$

On s’intéresse à l’évolution de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.



RCO

1. La présence de la bobine et du condensateur dans le circuit impose la continuité d’au moins deux grandeurs électriques dans le circuit représenté ci-dessus. Lesquelles ? Justifier.
2. À l’aide d’un ou plusieurs circuits équivalents, justifier que toutes les grandeurs électriques (u_R , u_L , u_C , i_R , i_L et i_C) du circuit sont nulles en $t = 0^-$.
3. Exprimer toutes les grandeurs électriques du circuit en $t = 0^+$. Justifier soigneusement. En déduire que

$$u_C(0^+) = 0 \quad \text{et} \quad \left. \frac{du_C}{dt} \right|_{0^+} = 0.$$

4. Montrer que, pour $t \geq 0$, la tension aux bornes du condensateur vérifie l’équation d’un oscillateur amorti :

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2}(t) + \frac{L}{R} \frac{du_C}{dt}(t) + u_C(t) = E. \quad (1)$$

5. Montrer que la nature du régime transitoire dépend de la valeur de la résistance R , comparée à celle d'une résistance critique R_c dont on donnera l'expression en fonction de L et C . À quelle condition sur R observe-t-on des oscillations amorties? Interpréter physiquement.

RCO 6. Écrire l'équation (1) sous forme canonique et exprimer la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q en fonction de R , L et C .

RCO 7. On se place dans le cas où le régime transitoire présente des oscillations amorties. Comment qualifie-t-on ce régime? Exprimer la pseudo-pulsation ω en fonction de ω_0 et Q . En déduire que la pseudo-période est supérieure à la période propre.

8. Établir l'expression de la tension $u_C(t)$ pour $t > 0$ en fonction de E , ω , $\tau = 2RC$ et t .

RCO 9. Quel est le temps caractéristique associé à la durée du régime transitoire?

On considère un condensateur plan formé de deux plaques de surface en regard S très grande, séparées par une très fine épaisseur e de vide. Sa capacité s'exprime par

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{e},$$

où ε_0 est la permittivité diélectrique du vide. On suppose que cette épaisseur diminue brusquement de e à $e' = e/2$.

10. Quelles sont dans ce cas les grandeurs électriques (capacité, charge électrique, tension électrique, énergie électrique) constante(s) et par quels coefficients respectifs sont multipliées les autres? Justifier et interpréter physiquement les réponses.