

DM09 – Mécanique

Consignes

- C1. Les consignes de présentation sont homogènes.
- C2. Les relations obtenues sont homogènes.
- C3. Les notations pour les grandeurs vectorielles sont respectées. Pas de mélange scalaire/vecteur.
- C4. Q. 2 : l'application du PFD est soignée (système, référentiel, etc.).
- C5. Q. 5 : [auto-évaluation] en cas de difficulté, le résultat peut être admis et utilisé ensuite.
- C6. Q. 9 : la justification doit être quantitative en proposant des ordres de grandeurs raisonnables pour la taille des joueurs.

Exercice 1 – Lancer au basket-ball

On s'intéresse à la trajectoire d'un ballon de basket-ball lors d'un lancer. Une fois lancé, le ballon assimilé à son centre de masse M est en chute libre : son accélération s'écrit $\vec{a} = -g\vec{e}_z$, où $\vec{e}_z$ est un vecteur unitaire orienté verticalement vers le haut. Le ballon est lancé à l'instant $t = 0$ à la position $(x = 0, y = 0, z = h)$ avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ formant un angle $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$ avec l'horizontale. On suppose le vecteur $\vec{v}_0$ contenu dans le plan $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_z)$.

Équation de la trajectoire

- Exprimer le vecteur $\vec{v}_0$ en fonction de $v_0 = \|\vec{v}_0\|$, α , $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_z$.
- Établir les expressions des vecteurs vitesse $\vec{v}(t)$ et position $\overrightarrow{OM}(t)$ pour $t > 0$. Justifier que le mouvement est plan et contenu dans le plan $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_z)$.
- Exprimer les équations horaires du mouvement.
- Déterminer l'équation $z(x)$ de la trajectoire.

Analyse de la trajectoire

- Montrer que l'abscisse x_C pour laquelle $z = 0$ s'exprime

$$x_C = \frac{v_0^2}{g} \left(\frac{\sin(2\alpha)}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sin(2\alpha)}{2} \right)^2 + \frac{2gh}{v_0^2} \cos^2 \alpha} \right).$$

- Déterminer l'altitude maximale atteinte z_S .
- On fixe v_0 et h . Intuitivement, quelle valeur de α permet d'atteindre la plus haute altitude z_S ? Retrouver ce résultat en exploitant l'expression précédemment obtenue.
- Dans le cas où $h = 0$, déterminer la valeur de α pour laquelle x_C est maximale.
- On conserve la même valeur de α que dans la question précédente. Pour un lancer au basket-ball (vitesse initiale de l'ordre de $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$), la taille du joueur influe-t-elle beaucoup sur x_C ?

