

DM13 – Mécanique

Consignes Ex. 1

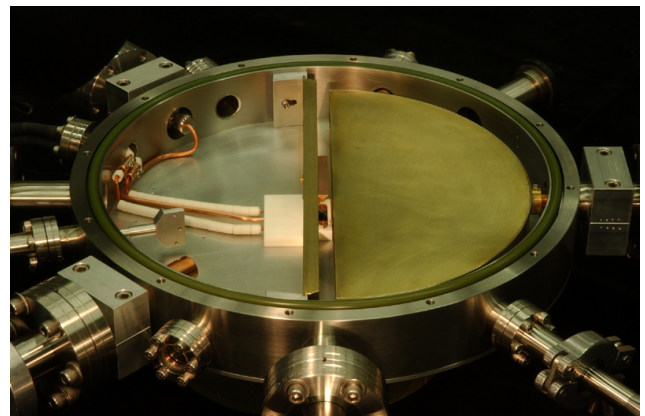
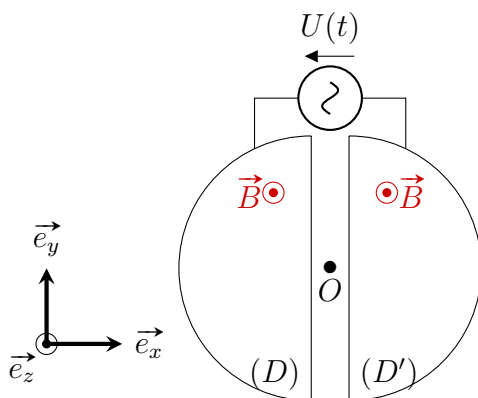
- C1. Les consignes de présentation sont respectées. Soyez exigeants avec la copie qui vous est rendue.
- C2. Les relations obtenues sont homogènes.
- C3. Les notations pour les grandeurs vectorielles sont respectées. Pas de mélange scalaire/vecteur.
- C4. La rédaction des questions de cours est irréprochable.
- C5. Pas de confusion rayon/diamètre, demi-tour/tour (Q. 5).

Exercice 1 – Accélérateur de particules

On souhaite accélérer des protons au moyen d'un cyclotron. Cet appareil est constitué de deux demi-cylindres métalliques creux (D) et (D'), d'axe vertical (Oz), placés dans le vide et dans lesquels règne un champ magnétique $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$ uniforme et constant, avec $B_0 = 1,0 \text{ T}$. Le champ magnétique entre les demi-cylindres est nul. On applique entre (D) et (D') une différence de potentiel alternative $U(t) = U_m \cos(\omega t)$ délivrée par un générateur haute fréquence, qui crée entre (D) et (D') un champ électrique uniforme.

Un proton de masse $m = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ et de charge électrique $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ est injecté dans l'appareil au voisinage du point O avec une vitesse négligeable. Dès que la particule sort d'un demi-cylindre pour pénétrer dans l'autre, elle est soumise dans l'intervalle étroit qui les sépare à l'action du champ électrique associé à la différence de potentiel extrême imposée par le générateur.

On négligera le temps de passage de la particule d'un demi-cylindre à l'autre devant le temps passé par la particule dans les demi-cylindres : lors du passage d'une particule d'un demi-cylindre à l'autre, le champ électrique sera supposé uniforme et stationnaire, dirigé selon $\pm \vec{e}_x$. On admet que la trajectoire des particules est contenue dans le plan (Oxy), qu'elle est circulaire dans les demi-cylindres et rectiligne dans l'intervalle qui les sépare. On raisonnera de plus comme si les portions de trajectoires circulaires étaient centrées en O .



- RCO 1. Montrer que le mouvement d'une particule dans un demi-cylindre est uniforme.
- RCO 2. Établir l'expression du rayon R de la trajectoire circulaire d'un proton de vitesse v en fonction de m , e , v et B_0 dans un demi-cylindre. On posera $\omega_c = eB_0/m$, appelée pulsation cyclotron. Quel est le sens de rotation des protons dans le cyclotron ?

3. Exprimer la fréquence f de la tension $U(t)$ à appliquer pour que la particule soit effectivement accélérée à chaque passage. Faire l'application numérique.
4. Établir l'expression de la variation d'énergie cinétique $\Delta\mathcal{E}_c$ d'un proton lors d'un passage entre les demi-cylindres en fonction de e et U_m .
5. Le diamètre du cyclotron est $d = 62,5$ cm et la tension imposée par le générateur a pour amplitude $U_m = 20$ kV. Évaluer numériquement la vitesse maximale v_{\max} atteinte par les protons qui sortent tangentiellement du cyclotron, ainsi que leur énergie cinétique $\mathcal{E}_{c,\max}$ en sortie de l'appareil. En déduire le nombre N de tours effectués ainsi que la durée τ de transit dans l'appareil.
6. Pour augmenter l'énergie cinétique des protons en sortie du cyclotron, sur quels paramètres est-il possible de jouer ?