

DM13 – Mécanique

Correction

Exercice 1 – Accélérateur de particules

1. Cf. cours : le TPM montre la conservation de l'énergie cinétique, d'où $\|\vec{v}\| = \text{cste}$.
2. Dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen, on applique le PFD « en norme » à un proton, soumis dans un dee à la seule composante magnétique de la force de Lorentz :

$$m \frac{v^2}{R} = evB_0, \quad \text{d'où} \quad \boxed{R = \frac{mv}{eB_0} = \frac{v}{\omega_c}}$$

Pour que la composante magnétique de la force de Lorentz soit dirigée vers O (force centripète), il faut que les protons tournent dans le sens horaire.

3. Le temps Δt nécessaire pour parcourir la trajectoire demi-circulaire de rayon R à la vitesse v vaut

$$\Delta t = \frac{\pi R}{v} = \frac{\pi}{\omega_c}.$$

Ce temps est indépendant du rayon de la trajectoire : pour faire un tour complet il faut donc un temps $T = 2\Delta t$ d'où

$$T = \frac{2\pi}{\omega_c} \quad \text{et} \quad \boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{\omega_c}{2\pi}}$$

A.N. : $f \approx 15$ MHz.

De cette façon la tension $U(t)$ est positive quand le proton passe dans l'espace entre les dees au dessus de O , ce qui permet de l'accélérer vers la droite, et inversement pour le passage en dessous de O .

4. L'application du TEM au proton lors d'un passage entre les dees donne

$$\Delta \mathcal{E}_c - eU_m = 0, \quad \text{d'où} \quad \boxed{\Delta \mathcal{E}_c = eU_m}$$

5. La vitesse maximale est celle qui correspond à une trajectoire circulaire de rayon $d/2$, d'où

$$\boxed{v_{\max} = \frac{d\omega_c}{2}} \approx 3,0 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1},$$

soit $c/10$: l'approximation classique reste raisonnable.

On en déduit

$$\boxed{\mathcal{E}_{c,\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \approx 7,5 \times 10^{-13} \text{ J}}, \quad \text{puis} \quad \boxed{N \approx \frac{\mathcal{E}_{c,\max}}{2\Delta \mathcal{E}_c} \approx 117},$$

et enfin

$$\boxed{\tau = NT = \frac{2\pi N}{\omega_c} \approx 7,7 \text{ ms.}}$$

6. Pour augmenter l'énergie cinétique des protons en sortie du cyclotron, on peut : augmenter le diamètre des dees ; augmenter l'intensité du champ magnétique B_0 . Augmenter la tension U_m ne sert qu'à réduire le nombre de tours que font les protons avant de sortir du cyclotron, ce qui permet de réduire le temps de transit qui semble déjà très court.