DM14 – Ondes
Correction

Exercice 1 – Mesure de la hauteur d'un bâtiment

1. On a

$$\boxed{c = \lambda f.}$$

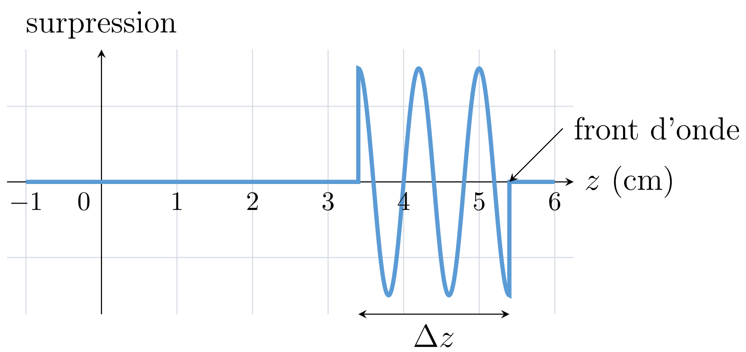
Les sons audibles ont une fréquence comprise **entre 20 Hz et 20 kHz**.

2. Le graphe de l'allure spatiale de l'onde montre que le train d'onde a une longueur $\Delta z = 2{,}0\,\mathrm{cm}$, correspondant à 2,5 longueurs d'onde, d'où

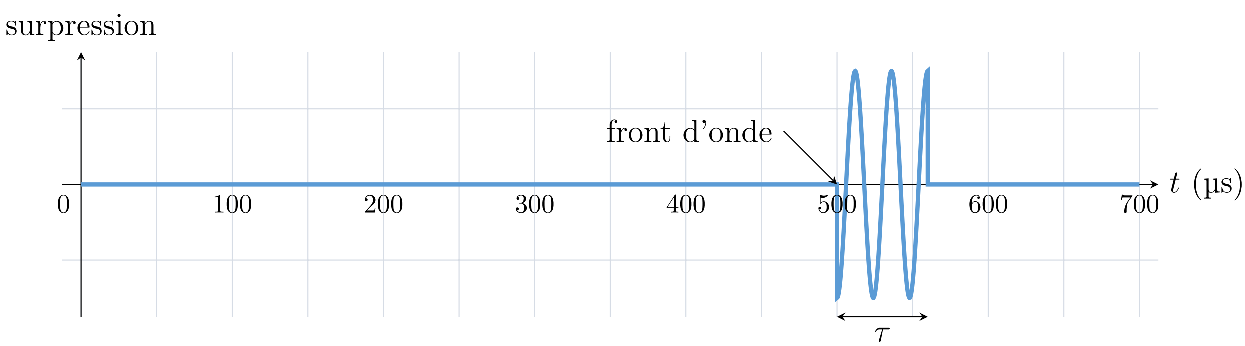
$$\boxed{\lambda = \frac{\Delta z}{2{,}5}.}$$

A.N. : $\lambda = 8{,}0\,\mathrm{mm}$.
On en déduit, $f = \frac{c}{\lambda} = 42{,}5\,\mathrm{kHz} > 20\,\mathrm{kHz}$: il s'agit bien d'ultrasons.

3. À l'instant $t = 100\,\mu\mathrm{s}$, l'onde a parcouru une distance $ct = 3{,}4\,\mathrm{cm}$. La longueur du train d'onde est toujours Δz.



4. Le front d'onde arrive sur le capteur à l'instant $(z - \Delta z)/c = 500\,\mu\mathrm{s}$. La durée du signal est $\tau = \Delta z / c \approx 60\,\mu\mathrm{s}$.



5. Sur l'écran de l'oscilloscope, on lit un décalage temporel entre les deux signaux $\Delta t \approx 100\,\mathrm{ms}$. La durée Δt qui sépare l'émission d'une impulsion ultrasonore et la réception de son écho correspond au temps de vol de l'impulsion sur un aller-retour après réflexion sur le sol. Cela correspond à un retard dû à une propagation sur une distance $2H$, d'où

$$\boxed{H = \frac{c\Delta t}{2}.}$$

A.N. : $H_1 = 17\,\mathrm{m}$.

6. Supposons qu'Alice claque des mains en premier. Son chronomètre se déclenche à l'instant $t_0 = 0$, tandis que celui de Bob se déclenche à l'instant $t_1 = H/c$. Bob claque ensuite des mains, et son chronomètre s'arrête aussitôt à l'instant t_2, tandis que celui d'Alice s'arrête à l'instant $t_3 = t_2 + H/c$. Le chronomètre d'Alice a fonctionné pendant une durée $\Delta t_A = t_3 - t_0 = t_2 + H/c$, tandis que celui de Bob n'a fonctionné que pendant une durée $\Delta t_B = t_2 - t_1 = t_2 - H/c$. Si Alice claque des mains en premier, on doit donc avoir $\Delta t_A > \Delta t_B$, ce qui est le cas ici. **Alice a claqué des mains la première**.
Par ailleurs, on a

$$\Delta t_A - \Delta t_B = \frac{2H}{c}, \quad \text{d'où} \quad \boxed{H = \frac{c(\Delta t_A - \Delta t_B)}{2}.}$$

A.N. : $H_2 = 18{,}5\,\mathrm{m}$.

7. On a

$$\delta_1 = \sqrt{H^2 + \left(\frac{a}{2} + x\right)^2} = H\sqrt{1 + \left(\frac{\frac{a}{2} + x}{H}\right)^2}.$$

On a $H \gg a/2$, et $H \gg x$: on reconnait une forme $\sqrt{1+\varepsilon}$, avec $\varepsilon \ll 1$. On a donc $\sqrt{1+\varepsilon} \approx 1 + \varepsilon/2$, d'où

$$\delta_1 \underset{\text{DL1}}{\approx} H\left(1 + \frac{\frac{a^2}{4} + x^2 + ax}{2H^2}\right).$$

De même, en remplaçant $a/2$ par $-a/2$, on obtient

$$\delta_2 \underset{\text{DL1}}{\approx} H\left(1 + \frac{\frac{a^2}{4} + x^2 - ax}{2H^2}\right), \quad \text{d'où} \quad \boxed{\delta = \delta_1 - \delta_2 = \frac{ax}{H}.}$$

8. L'amplitude de l'onde résultante en A est minimale si les ondes issues de HP_1 et HP_2 sont en **opposition de phase**, c'est-à-dire si

$$\boxed{\Delta\varphi = \pi + 2n\pi,}$$

où n est un entier. On a $\Delta\varphi = 2\pi\delta/\lambda$, donc la position x_n des minima d'intensité est donnée par

$$x_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda H}{a}.$$

Avec $i = x_{n+1} - x_n$, on obtient finalement

$$\boxed{i = \frac{\lambda H}{a}.}$$

9. On mesure graphiquement la distance entre deux minima d'intensité sonore. On trouve $i \approx 1{,}5\,\mathrm{m}$ et on a

$$\boxed{H = \frac{ai}{\lambda},} \quad \text{avec} \quad \lambda = \frac{c}{f}.$$

A.N. : $H_3 = 17{,}6\,\mathrm{m}$.

Les trois protocoles donnent des valeurs proches, ce qui est rassurant. Il faudrait les comparer quantitativement à l'aide de l'écart normalisé ce qui nécessite bien sûr d'estimer les incertitudes-types sur chacune de ces valeurs.