TD T1 – Description d'un système thermodynamique

Données pour tous les exercices

constante des gaz parfaits :	$R = 8{,}314\,\mathrm{J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}}$
constante d'Avogadro :	$\mathcal{N}_A = 6{,}022\times10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$
pression atmosphérique :	$1\,\mathrm{atm} = 1{,}013\times10^{5}\,\mathrm{Pa}$

★☆☆ Exercice 1 – Bouteille de gaz

On s'intéresse à la bouteille d'argon d'un poste à souder. Sur la bouteille en acier de hauteur $H = 1{,}6\,\mathrm{m}$, on lit les indications suivantes : « Argon : $10\,\mathrm{m^3}$; $200\,\mathrm{bar}$ à $20\,°\mathrm{C}$ ». La bouteille est équipée d'un détendeur qui permet de délivrer l'argon à la pression atmosphérique prise égale à $1\,\mathrm{bar}$, à la même température.

1. Quel est le volume interne de la bouteille ?
2. Quel est le volume d'argon réellement utilisable à $P = 1\,\mathrm{bar}$?
3. À quelle masse de ce gaz cela correspond-il ?

Donnée : masse molaire de l'argon : $M_{\mathrm{Ar}} = 40\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$.

★☆☆ Exercice 2 – Gaz d'une lampe spectrale

Une lampe spectrale, de volume intérieur $V_0 = 3{,}0\,\mathrm{cm^3}$, contient de l'hélium sous pression réduite $P_0 = 10\,\mathrm{mbar}$, à la température $T_0 = 300\,\mathrm{K}$.

1. Exprimer, puis calculer l'énergie interne en fonction de P_0 et V_0, ainsi que la masse de ce gaz en fonction des paramètres du problème.
2. On chauffe la lampe jusqu'à ce que sa pression augmente de $5\,\%$. Quelles sont les variations de température et d'énergie interne ?

Donnée : masse molaire de l'hélium : $M_{\mathrm{He}} = 4\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$.

★☆☆ Exercice 3 – Pression des pneus

En hiver, par une température extérieure de $-10\,°\mathrm{C}$, un automobiliste règle la pression de ses pneus à $P_1 = 2{,}0\,\mathrm{atm}$, pression préconisée par le constructeur. Cette valeur est affichée par un manomètre qui mesure l'écart entre la pression des pneumatiques et la pression atmosphérique.

1. Quelle serait l'indication P_2 du manomètre en été à $30\,°\mathrm{C}$? On suppose que le volume des pneus ne varie pas et qu'il n'y a aucune fuite.
2. Calculer la variation relative de pression due au changement de température. Conclure.

★☆☆ Exercice 4 – Gaz parfait dans une enceinte

Une quantité de matière n de gaz parfait est enfermée dans une enceinte de surface de base S. Cette enceinte est fermée par un piston de masse m, à même de coulisser sans frottement et permet les transferts thermiques. Le milieu extérieur se trouve à pression constante P_0. On fait subir au gaz la série de transformations suivante :

- dans l'état (1), le système est à l'équilibre avec l'extérieur de température T_0 ;
- on augmente la température de l'extérieur jusqu'à $T > T_0$. À l'équilibre le système est dans l'état (2) ;
- une masse M est placée par dessus le piston. À l'équilibre, le système est dans l'état (3) ;
- on ramène la température de l'extérieur à sa valeur initiale T_0. À l'équilibre, le système est dans l'état (4).

1. Faire un schéma correspondant aux quatre états (1) à (4).
2. Déterminer les quatre positions du piston h_1 à h_4.

★☆☆ Exercice 5 – Masse volumique de l'air

Dans les CNTP (0 °C, $1{,}013 \times 10^5$ Pa), l'air peut être considéré comme un gaz parfait.

1. Déterminer le volume molaire de l'air.
2. Rappeler la composition approchée de l'air et retrouver sa masse molaire $M_{\text{air}} = 29\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$.
3. En déduire son volume massique et sa masse volumique. La valeur tabulée à $T_0 = 273{,}15\,\text{K}$ et $P_0 = 1{,}013 \times 10^5\,\text{Pa}$ est $\rho = 1{,}292\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

Données : masse d'un nucléon $m = 1{,}67 \times 10^{-27}\,\text{kg}$. *Les isotopes majoritaires de l'azote et de l'oxygène sont* ${}^{14}_{7}\text{N}$ *et* ${}^{16}_{8}\text{O}$.

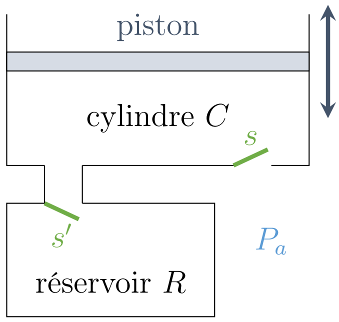
★☆☆ Exercice 6 – Crevaison

En cas de crevaison, des cartouches de CO_2 permettent de regonfler rapidement un pneu de vélo. Il existe trois formats de cartouches, étiquetées suivant la masse de gaz qu'elles contiennent : 12 g, 16 g et 25 g.

Pour obtenir les meilleures performances, un cycliste aime partir léger. Indiquer la plus petite cartouche à prévoir pour regonfler jusqu'à 7,5 bar le pneu d'un vélo de route, équipé de roues de 28 pouces de diamètre avec des pneus dont le diamètre intérieur est 25 mm.
Données : $M_{\text{C}} = 12\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $M_{\text{O}} = 16\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; *1 pouce* $= 25{,}4\,\text{mm}$.

★★☆ Exercice 7 – Étude d'un compresseur

Le compresseur représenté ci-contre est constitué de la façon suivante : un piston se déplace dans un cylindre C qui communique par des soupapes s et s' respectivement avec l'atmosphère à la pression P_a et avec le réservoir R contenant l'air comprimé. Le réservoir R contient initialement de l'air considéré comme gaz parfait à la pression $P_0 \geqslant P_a$.



Le volume du réservoir R, canalisations comprises, est V. Le volume offert au gaz dans C varie entre un volume maximum V_M et un volume minimum V_m, volume nuisible résultant de la nécessité d'allouer un certain espace à la soupape s.

La soupape s s'ouvre lorsque la pression atmosphérique P_a devient supérieure à la pression dans le cylindre C et se ferme pendant la descente du piston. La soupape s' s'ouvre lorsque la pression dans le cylindre C devient supérieure à celle du gaz dans le réservoir R et se ferme pendant la montée du piston.

Au départ, le piston est dans sa position la plus haute ($V = V_M$), s' est fermée, s est ouverte et le volume V_M est empli d'air à la pression P_a.

1. En supposant que le piston se déplace assez lentement pour que l'air reste à température constante. Exprimer le volume V_1' pour lequel s' s'ouvre, en fonction de P_0, P_a, et V_M.
2. Exprimer la pression P_1 dans le réservoir R après le premier aller-retour.
3. En écrivant une condition sur V_1', exprimer la valeur P_{max} au-dessus de laquelle la pression ne peut pas monter dans le réservoir.
4. Exprimer la pression P_n dans le réservoir après n allers et retours du piston.
5. Donner la valeur limite de P_n quand $n \gg 1$. Comparer cette limite avec P_{max}.
6. Calculer P_1 et P_{max} avec $V = 5\,\text{L}$, $V_M = 0{,}25\,\text{L}$, $V_m = 10\,\text{cm}^3$ et $P_0 = P_a = 1\,\text{bar}$.

★★☆ Exercice 8 – Piston en équilibre

On sépare une enceinte cylindrique verticale fermée en deux compartiments par le biais d'un piston mobile. La masse surfacique du piston est de $\sigma = 1360\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-2}$, on prendra $g = 10\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Les deux compartiments, de volumes V égaux, contiennent un gaz parfait maintenu à une température constante $T_0 = 0\,°\text{C}$. La pression dans le compartiment supérieur vaut $P_1 = 0{,}133\,\text{bar}$.

1. À l'équilibre, quelle est la pression P_2 du gaz dans le compartiment du bas ?
2. On modifie la température d'équilibre à $T_1 = 100\,°\text{C}$. Exprimer les nouveaux volumes d'équilibre en fonction de V. On écrira quatre équations faisant intervenir quatre inconnues.

★★★ Exercice 9 – Capacité thermique d'un métal

Aux températures usuelles, les métaux vérifient la loi de Dulong et Petit : leur capacité thermique molaire vaut $3R$, indépendamment de leur nature.

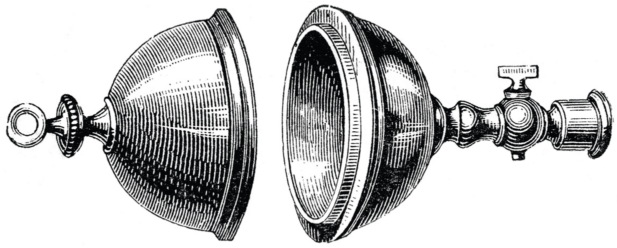
1. Faire l'application numérique.

Aux basses températures, leur capacité thermique massique est une fonction rapidement croissante de la température. Pour l'aluminium entre $20\,\text{K}$ et $50\,\text{K}$, on trouve les valeurs suivantes, mesurées sous une atmosphère avec une incertitude relative de $5\,\%$.

T (K)	20	25	30	35	40	50
c ($\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$)	8,90	17,5	31,5	51,5	77,0	142

2. Reporter graphiquement ces données dans un diagramme log/log et représenter les barres d'incertitudes. Montrer que ces mesures sont compatibles avec une loi de la forme $c(T) = AT^{\alpha}$, et donner les valeurs de A et α.
3. On porte un morceau d'aluminium de masse $m = 100\,\text{g}$ de la température $T_1 = 20\,\text{K}$ à la température $T_2 = 50\,\text{K}$ au moyen d'une résistance chauffante produisant une puissance constante $\mathcal{P} = 1\,\text{W}$. Quelle est la durée du chauffage ?

★★★ Exercice 10 – Hémisphères de Magdebourg



Les hémisphères de Magdebourg sont deux hémisphères creux d'environ 50 cm de diamètre, qui une fois assemblés forment une enceinte sphérique étanche à l'air. Ils peuvent être raccordés à une pompe à vide, de manière à réduire la pression entre les hémisphères jusqu'à une pression négligeable devant la pression atmosphérique.

L'histoire veut qu'une fois le vide réalisé, les efforts de deux attelages de huit chevaux n'ont pas permis de séparer les deux hémisphères.

Pour simplifier, on remplace dans un premier temps les deux hémisphères par deux demi-cylindres de même diamètre, qu'il est possible de rassembler de manière analogue aux hémisphères de Magdebourg.

1. La force nécessaire pour séparer les deux demi-cylindres dépend-elle de la hauteur du cylindre ? De son diamètre ? Justifier.

2. Calculer l'intensité de la force à appliquer pour séparer les demi-cylindres. Commenter.

3. On considère à nouveau les deux hémisphères. En remarquant que, par symétrie, la résultante des forces de pression s'exerçant sur un hémisphère est nécessairement dirigée perpendiculairement au plan séparant les hémisphères, calculer l'intensité de la force à appliquer pour séparer les hémisphères. Commenter.

Coups de pouce

Ex. 5 1. Manipuler la loi des GP. 2. Exprimer la masse d'un atome d'azote en fonction de m_n.
Ex. 6 On peut décrire le pneu comme un cylindre enroulé former un cercle : facile de calculer son volume.
Ex. 7 1. Un système fermé qui évolue à $T =$ cste vérifie $PV =$ cste. 3. La pression dans le réservoir peut-elle être supérieure à la pression dans le cylindre ? 4. Écrire P_2, P_3, etc. pour trouver une récurrence, puis utiliser $\sum_{i=0}^{n} q^i = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$.
Ex. 8 2. Calculatoire, il faut s'armer de courage.
Ex. 9 2. Tracer $\log(c) = f(\log(T))$. Quelle est la fonction f ? 3. Attention, $c(T)$ n'est pas constante !
Ex. 10 3. Que vaut l'élément de surface $\mathrm{d}S$ en coordonnées sphériques ?

✓ Éléments de correction

Ex. 1 1. $V_\text{int} = V_\text{ext}\frac{P_\text{ext}}{P_\text{int}} = 50\,\text{L}$; 2. $V = 9{,}95\,\text{m}^3$; 3. $m = \frac{PV}{RT}M_\text{Ar} = 16\,\text{kg}$.
Ex. 2 1. $U_0 = \frac{3}{2}P_0V_0 = 4{,}5\,\text{mJ}$, $m = \frac{P_0V_0}{RT_0}M_\text{He} = 4{,}8\,\mu\text{g}$; 2. $T_f = 1{,}05T_0$, $U_f = 1{,}05U_0$.
Ex. 3 1. $P_2 = \frac{T_2}{T_1}(P_1 + P_0) - P_0 = 2{,}5\,\text{bar}$; 2. $\Delta P/(P_1 + P_0) = 17\,\%$.
Ex. 4 2. $h_1 = \frac{nRT_0}{P_0S+mg}$, $h_2 = \frac{T}{T_0}h_1$, $h_3 = \frac{nRT}{P_0S+(M+m)g}$, $h_4 = \frac{T_0}{T}h_3$.
Ex. 5 1. $V_m = \frac{RT}{P} = 22{,}4\,\text{L}\cdot\text{mol}^{-1}$; 2. $M_\text{air} = 0{,}8M_{\text{N}_2} + 0{,}2M_{\text{O}_2} = 28{,}8m\mathcal{N}_A = 29\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; 3. $v = \frac{RT}{PM_\text{air}} = 0{,}77\,\text{m}^3\cdot\text{kg}^{-1}$, $\rho = \frac{1}{v} = 1{,}3\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$.
Ex. 6 $m = \frac{P\pi^2Dd^2}{4RT}(M_\text{C} + 2M_\text{O}) = 14{,}5\,\text{g}$.
Ex. 7 1. $V_1' = \frac{P_a}{P_0}V_M$; 2. $P_1 = \frac{P_aV_M+P_0V}{V_m+V}$; 3. $P_\text{max} = \frac{V_M}{V_m}P_a$; 4. $P_n = P_0\left(\frac{V}{V+V_m}\right)^n + \frac{P_aV_M}{V+V_m}\frac{1-\left(\frac{V}{V+V_m}\right)^n}{1-\frac{V}{V+V_m}}$; 5. $\lim\limits_{n\to\infty} P_n = P_\text{max}$; 6. $P_1 = 1{,}05\,\text{bar}$, $P_\text{max} = 25\,\text{bar}$.
Ex. 8 1. $P_2 = P_1 + \sigma g$; 2. $V_1 = 0{,}9V$, $V_2 = 1{,}1V$.
Ex. 9 1. $C_m \approx 25\,\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$; 2. $\alpha = 3{,}1 \pm 0{,}1$, $A = (1{,}0 \pm 0{,}5) \times 10^{-3}\,\text{J}\cdot\text{K}^{-4}\cdot\text{kg}^{-1}$; 3. $\Delta t = mA\frac{T_2^{\alpha+1}-T_1^{\alpha+1}}{(\alpha+1)\mathcal{P}} \approx 2{,}2 \times 10^2\,\text{s} = 3{,}7\,\text{min}$.
Ex. 10 2. $F = P_0\pi r^2 = 20\,\text{kN}$; 3. $F = P_0\pi r^2$.